



Application des outils du traitement du signal a la commande des machines tournantes

Mickaël Hilaiet

► To cite this version:

Mickaël Hilaiet. Application des outils du traitement du signal a la commande des machines tournantes. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université de Nantes, 2001. Français. NNT : . tel-00179108

HAL Id: tel-00179108

<https://theses.hal.science/tel-00179108>

Submitted on 12 Oct 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE DE NANTES

ECOLE DOCTORALE

**SCIENCES ET TECHNOLOGIES
DE L'INFORMATION ET DES MATERIAUX**

Année : 2001

Thèse de Doctorat de l'Université de Nantes

Spécialité : ELECTRONIQUE ET GÉNIE ELECTRIQUE

présentée et soutenue publiquement par

Mickaël HILAIRET

le 9 Novembre 2001

à l'Ecole Polytechnique de l'Université de Nantes - Saint-Nazaire

**Application des outils du traitement du signal
à la commande des machines tournantes**

JURY :

Président :	: M. P. LARZABAL	Professeur des Universités, LESIR, Cachan
Rapporteurs :	: M. B. DE FORNEL	Professeur des Universités, LEEI, Toulouse
	M. E. WALTER	Directeur de recherche CNRS, LSS, Gif sur Yvette
Examineurs :	M. R. LE DOEUFF	Professeur des Universités, GE44, Saint-Nazaire
	M. L. LORON	Professeur des Universités, GE44, Saint-Nazaire
	M. F. AUGER	Maître de conférences, GE44, Saint-Nazaire
Membre invité :	M. S. SIALA	Ingénieur, Alstom, Belfort

Directeur de thèse : M. Luc LORON

Laboratoire: GE44

Co-encadrant: M. François AUGER

Laboratoire: GE44

Composante de rattachement du directeur de thèse : GE44

N° ED 0366-038

A ma fille Coralie et mon épouse Florence

Avant-propos

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été effectués au GE44 à Saint-Nazaire et s'inscrivent dans l'axe de recherche "Commande des dispositifs électriques" du pôle GE44.

Au terme d'un travail de trois ans, je tiens à remercier tous ceux qui m'ont aidé en contribuant à l'aboutissement de cette thèse, et tout particulièrement :

Monsieur P. Larzabal, Professeur des Universités à l'Institut Universitaire et Technologique de Cachan, pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant de présider le jury de soutenance et pour l'intérêt manifeste qu'il a montré pour mes travaux.

Je remercie Monsieur B. de Fornel, Professeur des Universités à l'Institut National Polytechnique de Toulouse, et Monsieur E. Walter, Directeur de recherche CNRS à Gif-sur-Yvette, pour la caution scientifique qu'il ont apporté à ce travail en acceptant d'en être les rapporteurs.

Je remercie également Monsieur S. Siala, Ingénieur à ALSTOM, pour avoir apporté lors de ma soutenance de thèse un regard industriel sur le travail.

Je souhaite exprimer ma reconnaissance envers Monsieur R. Le Doeuff, Professeur des Universités à l'Ecole Polytechnique de l'Université de Nantes (département Génie Electrique), pour m'avoir permis de m'engager dans ce travail de recherche à Saint-Nazaire.

Je remercie Monsieur L. Loron, Professeur des Universités à l'Ecole Polytechnique de l'Université de Nantes (département Génie Electrique), d'avoir accepté la direction de ma thèse et pour son ouverture d'esprit et son contact humain.

Je souhaite enfin adresser mes plus sincères remerciements à Monsieur F. Auger, Maître de Conférences à l'Institut Universitaire et Technologique de Saint-Nazaire, pour ses nombreuses idées et sa rigueur. Il a été le moteur de l'avancée de mes travaux.

Un grand merci également aux membres du GE44 qui m'ont apporté leur aide au cours de ces trois années de thèse. En particulier, je remercie Florence, Laurence, Patrick, Tarik et Yacine pour leur amitié et l'ambiance à laquelle ils ont contribué aux pauses café.

Enfin, une pensée particulière pour mon épouse Florence qui m'a apporté une aide inestimable, principalement pour son soutien moral pendant ses 3 années et son aide précieuse pour la correction orthographique du document présent.

Table des Matières

Introduction générale	1
1 Filtrage de Kalman	3
1.1 Introduction	3
1.2 Historique du filtrage de Kalman	3
1.3 Principe du filtrage de Kalman	4
1.3.1 Généralités	4
1.3.2 Observateurs déterministes et stochastiques	4
1.3.3 Filtre de Kalman	5
1.3.3.1 Equations du filtre de Kalman	5
1.3.3.2 Filtre de Kalman sous-optimal	6
1.3.3.3 Estimateur étendu	7
1.4 Réglage et analyse de la convergence du filtre de Kalman	8
1.5 Problèmes d'implantation du filtre	10
1.5.1 Introduction	10
1.5.2 Impact des erreurs numériques sur le comportement du filtre	11
1.5.3 Propagation des erreurs d'arrondi dans les filtres de Kalman	12
1.6 Amélioration des performances du filtre de Kalman	13
1.6.1 Introduction	13
1.6.2 Forme de Joseph	13
1.6.3 Algorithmes de filtrage rapide et de factorisation	13
1.6.3.1 Algorithmes de factorisation	14
1.6.3.1.1 Factorisation racine carrée RC'	14
1.6.3.1.1.1 Objectifs.	14
1.6.3.1.1.2 Principe de l'algorithme.	14
1.6.3.1.1.3 Avantages/Inconvénients de la factorisation RC	14
1.6.3.1.2 Factorisation UD	15
1.6.3.1.2.1 Objectifs.	15
1.6.3.1.2.2 Principe de l'algorithme.	15
1.6.3.1.2.3 Avantages de la factorisation UD	17
1.6.3.1.3 Conclusion sur les algorithmes de factorisation.	17
1.6.3.2 Algorithmes rapides	17
1.6.3.2.1 Equation de Chandrasekhar.	17
1.6.3.2.1.1 Obtention des équations.	17
1.6.3.2.1.2 Commentaires.	18
1.6.3.2.1.3 Conclusion sur les équations de Chandrasekhar.	18
1.6.3.2.2 Filtre de Kalman multi-niveaux	19
1.6.3.2.2.1 Objectifs.	19
1.6.3.2.2.2 Equations d'état discrètes du modèle augmenté.	19
1.6.3.2.2.3 Filtre de Kalman et linéarisation du modèle augmenté.	20

1.6.3.2.2.4	Filtre de Kalman à deux niveaux.	20
1.6.3.2.2.5	Complexité algorithmique.	23
1.6.3.2.2.6	Conclusion sur le filtre à multi-niveaux.	24
1.6.3.2.3	Filtre de Kalman entrelacé	25
1.6.3.2.3.1	Objectifs.	25
1.6.3.2.3.2	Découplage des équations du filtre.	25
1.6.3.2.3.3	Equations du filtre entrelacé.	26
1.6.3.2.3.4	Conclusion sur le filtrage de Kalman entrelacé.	27
1.6.3.2.4	Conclusion sur les algorithmes rapides.	27
1.7	Conclusion	27
2	Filtrage de la mesure de position pour l'estimation de la vitesse	28
2.1	Introduction	28
2.2	Capteurs digitaux	28
2.2.1	Capteurs absolus	28
2.2.2	Capteurs incrémentaux	29
2.3	Comparaison des différentes approches de filtrage de la mesure de la position	30
2.3.1	Filtres à réponse impulsionnelle finie RIF	30
2.3.1.1	Filtres à fenêtre glissante ou bloquée	31
2.3.2	Filtres à réponse impulsionnelle infinie RII	32
2.3.3	Observateurs	33
2.4	Application du filtre de Kalman à l'estimation de la vitesse et de la position	34
2.4.1	Modèle à vitesse presque constante	34
2.4.1.1	Equation d'état du système	34
2.4.1.2	Filtre de Kalman	35
2.4.1.3	Détermination du bruit d'état σ_{Ω}^2	37
2.4.2	Modèle à accélération presque constante	38
2.4.2.1	Modèle d'état discret	40
2.4.2.2	Filtre de Kalman	40
2.4.2.3	Détermination du bruit d'état sur la vitesse σ_{γ}^2	41
2.4.3	Résultats de simulation et résultats expérimentaux	41
2.4.3.1	Résultats de simulation	43
2.4.3.2	Résultats expérimentaux	43
2.4.3.3	Coût algorithmique et temps d'exécution des différents filtres	45
2.5	Conclusion	46
3	Reconstruction du flux rotorique d'une machine asynchrone	47
3.1	Introduction	47
3.2	Modélisation de la machine asynchrone	47
3.2.1	Généralités	47
3.2.2	Equations électriques et magnétiques	48
3.2.3	Transformation de Park	50
3.2.3.1	Transformation d'un système triphasé en un système diphasé équivalent	50
3.2.3.2	Matrice de rotation	50
3.2.3.3	Transformation triphasé-repère tournant	51
3.2.4	Equations de Park de la machine asynchrone dans les axes dq	51
3.2.5	Modèle d'état non linéaire	52
3.2.6	Choix du référentiel	54
3.2.6.1	Etude des lieux des pôles pour les trois repères	54
3.2.6.2	Choix du repère	57

3.2.7	Conclusion sur la modélisation de la machine asynchrone	57
3.3	Discrétisation du modèle continu de la machine asynchrone	57
3.3.1	Structure des matrices A_d et B_d	58
3.3.2	Modèle 1: Calcul de A_d et B_d par un développement limité à l'ordre 2 de e^{AT_e}	61
3.3.3	Modèle 2: Calcul de A_d par un développement limité à l'ordre 2 de e^{AT_e} et calcul de B_d à un ordre supérieur	62
3.3.4	Modèle 3: approximation des coefficients de A_d et B_d par des fonctions polynômiales	63
3.3.5	Conclusion sur la discrétisation du modèle de la machine asynchrone	65
3.4	Estimateur de flux rotorique	65
3.4.1	Estimation du flux avec le modèle 1	65
3.4.2	Estimation du flux avec les modèles 2 et 3	66
3.4.3	Tests de performance des trois estimateurs	66
3.4.4	Conclusion sur l'estimation en boucle ouverte	69
3.5	Filtre de Kalman optimal	69
3.5.1	Introduction	69
3.5.2	Etat de l'art sur les reconstituteurs de flux avec capteur mécanique	69
3.5.2.1	Généralités	69
3.5.2.2	Observateurs déterministes	70
3.5.2.2.1	Observateur déterministe de Verghese et Sanders.	70
3.5.2.2.2	Observateur d'état découplé dit cartésien.	72
3.5.2.2.3	Etude de sensibilité.	73
3.5.2.2.4	Observateurs H_∞	74
3.5.2.2.5	Observateurs à grand gain et à modes glissants.	74
3.5.2.3	Conclusion de la bibliographie.	75
3.5.3	Pré-réglage automatique du filtre de Kalman	76
3.5.3.1	Introduction	76
3.5.3.2	Choix des matrices Q et R	76
3.5.3.2.1	Réglage et structure de la matrice R	76
3.5.3.2.2	Réglage et structure de la matrice Q	77
3.5.3.2.3	Interprétation des matrices Q et R	78
3.5.3.2.4	Pré-réglage des degrés de liberté.	78
3.5.3.2.5	Analyse des performances du filtre.	80
3.5.3.2.6	Résultats expérimentaux.	81
3.5.3.2.7	Analyse de la stabilité.	81
3.5.3.2.8	Conclusion.	81
3.5.4	Algorithme efficace du filtre de Kalman	85
3.5.4.1	Etape de prédiction	85
3.5.4.1.1	Prédiction des états.	85
3.5.4.1.2	Calcul de la variance de l'erreur de prédiction $P[k+1 k]$	85
3.5.4.2	Etape de correction	86
3.5.4.2.1	Calcul des gains de correction $K[k+1]$	86
3.5.4.2.2	Estimation des états.	87
3.5.4.2.3	Calcul de la variance de l'erreur d'estimation $P[k+1 k+1]$	87
3.5.4.3	Coût algorithmique du filtrage de Kalman optimal	87
3.5.4.4	Temps d'exécution des algorithmes	88
3.5.4.5	Conclusion	88
3.6	Conclusion	89

4	Estimation de la vitesse d'une machine asynchrone	90
4.1	Introduction	90
4.2	Etat de l'art de la commande sans capteur mécanique	90
4.2.1	Méthode MRAS : Model Reference Adaptive System	91
4.2.2	Observateur adaptatif	92
4.2.3	Observateur étendu	93
4.2.3.1	Observabilité du système augmenté	94
4.2.3.1.1	Principe.	94
4.2.3.1.2	Application au cas de l'estimation de la vitesse.	95
4.2.3.1.3	Comment éviter cette zone de fonctionnement ?	97
4.2.3.1.4	Conclusion sur l'observabilité.	98
4.2.3.2	Conception d'un observateur de Luenberger étendu	98
4.2.3.2.1	Augmentation de l'état.	98
4.2.3.2.2	Linéarisation du modèle.	98
4.2.3.2.3	Calcul des gains de correction.	98
4.2.3.2.4	Comportement de l'OLE dans les phases d'inobservabilité.	100
4.2.3.2.5	Conclusion.	100
4.2.3.3	Conception d'un Filtre de Kalman étendu	101
4.2.4	Conclusion	102
4.3	Filtre de Kalman à état virtuel	103
4.3.1	Introduction	103
4.3.2	Equation d'état d'ordre augmenté et linéarisation	103
4.3.3	Observabilité du nouveau système d'équations d'état	104
4.3.4	Algorithme efficace du filtre de Kalman étendu	105
4.3.4.1	Etape de prédiction	105
4.3.4.1.1	Prédiction des états.	105
4.3.4.1.2	Calcul de la variance de l'erreur de prédiction $P[k + 1 k]$	105
4.3.4.2	Etape de correction	106
4.3.4.2.1	Calcul des gains de correction $K[k + 1]$	107
4.3.4.2.2	Estimation des états.	107
4.3.4.2.3	Calcul de la variance de l'erreur d'estimation $P[k + 1 k + 1]$	108
4.3.4.3	Coût algorithmique	108
4.3.4.4	Temps d'exécution des algorithmes	109
4.3.4.5	Conclusion	109
4.3.5	Pré-réglage automatique du filtre de Kalman étendu à la vitesse	109
4.3.5.1	Introduction	109
4.3.5.2	Pré-réglage automatique	109
4.3.5.2.1	Pré-réglage en ligne	110
4.3.5.2.1.1	Principe du réglage.	110
4.3.5.2.1.2	Analyse des performances des filtres.	111
4.3.5.2.1.3	Conclusions et améliorations possibles.	113
4.3.5.2.2	Pré-réglage hors-ligne.	116
4.3.5.2.2.1	Principe du réglage.	116
4.3.5.2.2.2	Résultats expérimentaux en boucle fermée.	118
4.3.5.3	Conclusion	119
4.4	Filtrage de Kalman multi-niveaux et multi-cadences	120
4.4.1	Introduction	120
4.4.2	Modèle discret d'ordre augmenté	120
4.4.3	Initialisation et réglage du filtre à deux niveaux	121
4.4.4	Analyse des performances du filtre à deux niveaux et uni-cadence	121

4.4.5	Analyse des performances du filtre à deux niveaux et multi-cadences	122
4.4.5.1	Coût algorithmique	122
4.4.5.2	Temps d'exécution des algorithmes	123
4.4.6	Conclusion sur le filtrage de Kalman multi-niveaux et multi-cadences	123
4.5	Conclusion et perspectives	125
5	Commande sans capteur mécanique par analyse spectrale des courants	126
5.1	Introduction	126
5.2	Harmoniques de courant	127
5.3	Estimateurs fréquentiels	128
5.4	Estimation de la vitesse d'une machine à courant continu	129
5.4.1	Introduction	129
5.4.2	Étude du phénomène physique	129
5.4.2.1	Mesure expérimentale du courant à 600 tr/min	130
5.4.2.2	Mesures expérimentales du courant à 1200 et -1200 tr/min	130
5.4.2.3	Mesure expérimentale du courant lors d'un transitoire de vitesse	130
5.4.3	Etude de faisabilité	131
5.4.4	Estimateur fréquentiel	131
5.4.4.1	Introduction	131
5.4.4.2	Principe théorique de l'estimateur proposé	132
5.4.4.3	Choix techniques	133
5.4.4.3.1	Choix du filtre passe-bande.	133
5.4.4.3.2	Choix du filtre double dérivateur.	133
5.4.4.3.3	Choix de l'estimateur fréquentiel.	136
5.4.4.4	Eléments d'appréciation de l'estimateur	136
5.4.4.5	Application de l'estimateur à l'estimation de la vitesse	137
5.4.4.5.1	Rotation à 600 tr/min.	137
5.4.4.5.2	Rotation à 900 tr/min.	138
5.4.4.5.3	Estimation lors d'un transitoire de vitesse.	139
5.4.4.5.4	Période d'échantillonnage limite.	139
5.4.4.5.5	Limite d'application de l'estimateur.	139
5.4.4.6	Conclusion sur l'estimation de la vitesse en boucle ouverte	141
5.4.5	Commande sans capteur de vitesse	142
5.4.5.1	Introduction	142
5.4.5.2	Filtrage de Kalman sous-optimal étendu au couple de charge	143
5.4.5.3	Commande sans capteur de vitesse par commutation de deux estimateurs de vitesse	147
5.4.5.3.1	Introduction.	147
5.4.5.3.2	Algorithme de sélection.	147
5.4.5.3.3	Résultats expérimentaux.	150
5.4.5.3.4	Temps d'exécution des algorithmes	152
5.4.6	Conclusion	152
5.5	Estimation de la vitesse d'une machine asynchrone	153
5.5.1	Introduction	153
5.5.2	Etude du phénomène physique	153
5.5.2.1	Mesure expérimentale du courant à 159 tr/min	153
5.5.2.2	Mesure expérimentale du courant à 660 tr/min	154
5.5.2.3	Mesure expérimentale du courant à 1176 tr/min	154
5.5.2.4	Discussion	154
5.5.3	Etude de faisabilité	155

5.5.4	Estimateur fréquentiel	156
5.5.4.1	Introduction	156
5.5.4.2	Principe théorique de l'estimateur proposé	156
5.5.4.3	Choix techniques	157
5.5.4.3.1	Transformation de Clarke.	157
5.5.4.3.2	Choix des filtres coupe-bande.	158
5.5.4.3.3	Choix des filtres double bande.	159
5.5.4.3.4	Choix de l'estimateur fréquentiel.	160
5.5.4.3.4.1	Etape de prédiction.	161
5.5.4.3.4.2	Calcul de la variance de l'erreur de prédiction $P[k + 1 k]$	162
5.5.4.3.4.3	Calcul des gains de correction $K[k + 1]$	163
5.5.4.3.4.4	Estimation des états.	163
5.5.4.3.4.5	Calcul de la variance de l'erreur d'estimation.	164
5.5.4.3.4.6	Coût algorithmique.	164
5.5.4.4	Eléments d'appréciation	164
5.5.4.5	Application de l'estimateur à des signaux réels	165
5.5.4.5.1	Application à l'estimation de la vitesse en régime permanent.	166
5.5.4.5.2	Application à l'estimation de la vitesse en régime transitoire.	166
5.5.5	Conclusion et perspectives	167
5.6	Conclusion	168

Conclusion et perspectives 169

Annexes 173

1	Commande vectorielle de la machine asynchrone	174
1.1	Introduction	174
1.2	Principe de la commande vectorielle par flux orienté	174
1.3	Synoptique de la commande	175
1.4	Régulateurs RST	176
1.4.1	Rappels sur la discrétisation d'une fonction de transfert du 1 ^{er} ordre	176
1.4.2	Régulateur strictement propre	176
1.4.3	Stratégies de placement de pôles	178
1.4.4	Réalisation pratique du régulateur RST	178
1.5	Stratégie de contrôle	179
1.5.1	Découplage des grandeurs	179
1.5.2	Découplage des axes d et q	179
1.5.3	Asservissement des courants statoriques	180
1.5.4	Asservissement du flux rotorique	182
1.5.5	Asservissement de la vitesse du rotor	182
1.6	Robustesse du pilotage	182
1.7	Conclusion	183
2	Commande de la machine à courant continu	184
2.1	Introduction	184
2.2	Régulation cascade	184
2.3	Synthèse des régulateurs	184
2.3.1	Découplage du système	185
2.3.2	Régulateurs IP	185

2.3.3	Asservissement du courant d'induit	186
2.3.4	Asservissement de la vitesse	186
2.4	Conclusion	187
3	Description des plates-formes expérimentales	188
3.1	Introduction	188
3.2	Dispositifs expérimentaux	188
3.3	Plate-forme expérimentale du GE44	188
3.3.1	Présentation générale	188
3.3.2	Carte numérique	189
3.3.2.1	Présentation générale	189
3.3.2.2	Synchronisation des tâches	191
3.3.3	Développement logiciel	192
3.3.3.1	Techniques de programmation	192
3.3.3.2	Logiciel de simulation	193
3.3.3.3	Compilation des programmes en langage C	193
3.4	Plate-forme expérimentale de l'IRCCyN	194
3.4.1	Présentation générale	194
3.4.2	Carte numérique et développement logiciel	194
4	Notations	195
	Bibliographie	197

Liste des figures

1.1	Schéma bloc d'un filtre de Kalman stationnaire.	5
1.2	Algorithme du filtre de Kalman étendu classique.	9
1.3	Apport d'une "symétrisation" des matrices de variance-covariance d'erreur d'estimation.	11
1.4	Divergence temporaire du filtre de Kalman, figure empruntée à [GRE93].	12
1.5	Calcul de la matrice W	15
1.6	Calcul des matrices \tilde{U}_0 et \tilde{D}_0	15
1.7	Factorisation de la matrice $P_1[k+1 k]$	16
1.8	Factorisation des matrices sous la forme UDU^t	16
1.9	Factorisation de la matrice $P_1[k+1 k+1]$	16
1.10	Schéma bloc du filtre de Kalman à deux niveaux.	23
1.11	Représentation du filtrage de Kalman IEKF dans le cas particulier où m est égal à deux.	26
2.1	Capteur de position absolue.	29
2.2	Capteur de position incrémental.	29
2.3	Principe de la carte annexe au calculateur.	30
2.4	Réponse fréquentielle des filtres RIF et RII.	32
2.5	Gains des filtres de Kalman sous-optimaux.	36
2.6	Résolution équivalente des filtres de Kalman sous-optimaux associés au capteur de position.	36
2.7	Réponse fréquentielle de l'estimateur de position et de vitesse (modèle 2).	37
2.8	Erreur d'estimation angulaire de la position (modèle d'ordre 2).	38
2.9	Etude de l'erreur moyenne quadratique en fonction du rapport $\frac{T}{T_e}$ (modèle d'ordre 2).	39
2.10	Valeurs optimales de σ_Ω^2 en fonction du rapport $\frac{T}{T_e}$ pour trois valeurs différentes de Ω_{\max} (modèle d'ordre 2).	39
2.11	Réponse fréquentielle de l'estimateur de position, vitesse et accélération.	41
2.12	Etude de l'erreur moyenne quadratique en fonction du rapport $\frac{T}{T_e}$	42
2.13	Valeurs optimales de la variance σ_γ^2 en fonction du rapport $\frac{T}{T_e}$ pour trois valeurs différentes de Ω_{\max} (modèle d'ordre 3).	42
2.14	Estimation et erreur d'estimation de la vitesse du filtre RIF du premier ordre et du filtre de Kalman d'ordre 3.	43
2.15	Comparaison de l'erreur d'estimation de la vitesse du filtre de Kalman d'ordre 3 et du filtre RIF à fenêtre glissante.	44
2.16	Estimateurs de vitesse: Euler, Fenêtre glissante et filtre de Kalman (modèle d'ordre 3).	44
2.17	Position mesurée et filtrée par le filtre de Kalman (modèle d'ordre 3).	45
3.1	Modèle de la machine asynchrone dans le repère de Park.	49
3.2	lieu des pôles dans un repère lié au champ tournant.	55
3.3	lieu des pôles dans un repère lié au stator.	56
3.4	lieu des pôles dans un repère lié au rotor.	56
3.5	Coefficients de la matrice A_d en fonction de la vitesse du rotor [tr/mn].	59
3.6	Coefficients de la matrice B_d en fonction de la vitesse du rotor [tr/mn].	60

3.7	Visualisation des grandeurs de la machine asynchrone lors d'une commande vectorielle avec régulateur RST.	66
3.8	Estimation en boucle ouverte du flux rotorique (traits pointillés) et valeurs exactes (traits continus). a) cas idéal, b) variation de la résistance rotorique de +60%, c) variation de la résistance rotorique de -60%, c) variation de la résistance statorique de +30%, d) variation de la résistance statorique de -30%, e) variation de la résistance rotorique de +60% et de la résistance statorique de +30%.	67
3.9	Fonction signe des observateurs à structure variable.	75
3.10	Modes de fonctionnement de la machine utilisés pour la détermination des coefficients α_1 et α_2	79
3.11	Représentation des gains dans le mode opératoire proposé.	80
3.12	Comparaison des performances d'un observateur H_∞ et du filtre de Kalman.	82
3.13	Observateur en boucle ouverte et filtre de Kalman dans une commande vectorielle directe.	83
3.14	Comparaison du lieu des pôles d'un observateur en boucle ouverte et du filtre de Kalman.	84
4.1	Schéma bloc de l'estimateur MRAS.	91
4.2	Schéma de principe de l'observateur adaptatif.	92
4.3	Points de fonctionnement lors de l'inversion du sens de rotation de la machine dans le plan couple-vitesse.	97
4.4	Filtre de Kalman étendu standard pour l'estimation de la vitesse seule : matrice de variance-covariance d'erreur d'estimation.	101
4.5	Filtre de Kalman étendu standard pour l'estimation de la vitesse seule : gains de correction.	102
4.6	Schéma de principe pour le réglage en boucle fermé du filtre.	110
4.7	Comparaison des performances du filtre de Kalman étendu à état virtuel et étendu classique.	111
4.8	Comparaison des performances du filtre de Kalman étendu à état virtuel et étendu classique.	112
4.9	Comparaison des performances du filtre de Kalman étendu à état virtuel et étendu classique.	112
4.10	Comparaison des performances du filtre de Kalman étendu à état virtuel et étendu classique avec $\Omega_{ref}(1, 5 s)=100$ tr/min.	113
4.11	Comparaison des gains de correction du filtre de Kalman étendu à état virtuel et étendu classique.	114
4.12	Estimation de la vitesse (filtre EKFVS) et de la résistance statorique en boucle fermée.	115
4.13	Schéma de principe pour le réglage du filtre en boucle ouverte.	116
4.14	Transitoire de vitesse avec une commande en U/f.	116
4.15	Analyse spectrale du courant pour une vitesse de rotation de 425 tr/min.	117
4.16	Test en boucle ouverte : transitoire de vitesse 0 tr/min à 1420 tr/min.	118
4.17	Test en boucle fermée : transitoire de vitesse +715 tr/min à -715 tr/min.	118
4.18	Test en boucle fermée : transitoire de vitesse +1145 tr/min à -1145 tr/min.	119
4.19	Test en boucle fermée : transitoire de vitesse +140 tr/min à -140 tr/min.	119
4.20	Filtre de Kalman à deux niveaux.	121
4.21	Filtre de Kalman à deux niveaux et deux cadences.	123
5.1	Forme géométrique de la perméance magnétique dans l'entrefer.	127
5.2	Schéma de principe des estimateurs paramétriques à erreur de sortie.	129
5.3	Analyse spectrale du courant induit pour une vitesse de rotation de 600 tr/min.	130
5.4	Analyse spectrale du courant induit pour une vitesse de rotation de 1200 et -1200 tr/min.	131
5.5	Analyse spectrale du courant induit lors d'un transitoire de vitesse.	132
5.6	Principe de fonctionnement de l'estimateur fréquentiel proposé.	132
5.7	Réponse fréquentielle du filtre passe-bande obtenue pour $\lambda = 0.05$ et $\Delta\lambda = 0.001$	134
5.8	Réponse fréquentielle des filtres double-dérivateurs tangents en $\lambda = 0$ (a), en $\lambda = 0.25$ (b), et en $\lambda = 0.175$ (c).	135

5.9	Estimation de fréquences d'un signal.	137
5.10	Ecart quadratique moyen en fonction de la bande passante $\Delta\lambda$	137
5.11	Ecart quadratique moyen en fonction du RSB.	138
5.12	Estimation de la vitesse à 600 tr/min.	138
5.13	Signaux en sortie des filtres pour une vitesse de rotation de 600 tr/min.	139
5.14	Estimation de la vitesse à 900 tr/min.	140
5.15	Estimation de la vitesse avec une erreur initiale d'estimation de +20%.	140
5.16	Estimation de la vitesse lors d'un transitoire de vitesse.	141
5.17	Limite d'application de l'estimateur.	141
5.18	Estimation sans variation de paramètres.	145
5.19	Estimation avec variation de paramètres, $\Delta R = +30\%$	145
5.20	Estimation lors d'un démarrage (essai expérimental).	146
5.21	Estimation lors d'une inversion du sens de rotation (essai expérimental).	146
5.22	Schéma de principe de sélection de la vitesse.	148
5.23	Capacité de poursuite de l'estimateur fréquentiel en boucle ouverte.	148
5.24	Algorithme de sélection des estimations de vitesses.	149
5.25	Essai avec inversion du sens de rotation, +600 à -600 tr/min.	150
5.26	Capacité de poursuite et fonctionnement limite de l'estimateur fréquentiel.	151
5.27	Essai à 600 tr/min avec application d'un couple de charge perturbateur "moyen".	151
5.28	Essai à 600 tr/min avec application d'un couple de charge perturbateur "violent".	152
5.29	Analyse spectrale du courant statorique sur une phase pour une vitesse de rotation de 159 tr/min.	153
5.30	Analyse spectrale du courant statorique pour une vitesse de rotation de 660 tr/min.	154
5.31	Analyse spectrale du courant statorique pour une vitesse de rotation de 1176 tr/min.	155
5.32	Principe de fonctionnement de l'estimateur de fréquence proposé.	157
5.33	Représentation fréquentielle idéale d'un filtre double bande.	157
5.34	Densité spectrale de puissance du courant statorique dans la phase 1 pour une vitesse de rotation du moteur de 180 tr/min.	158
5.35	Densité spectrale de puissance du courant statorique dans la phase 1 suite au filtrage du fondamental.	158
5.36	Réponse fréquentielle du filtre coupe-bande du second ordre.	159
5.37	Schéma bloc des filtres double passe-bande du second ordre.	159
5.38	Gain du filtre passe-bande double du second ordre pour $\Delta\lambda = 0.0004$, $\lambda_0 = 0.06$ et $\delta\lambda = 0.0048$	160
5.39	Densité spectrale de puissance du courant statorique dans la phase 1 en sortie des deux filtres passe-bande.	160
5.40	Ecart quadratique moyen en fonction du RSB.	165
5.41	Capacité de poursuite de l'estimateur fréquentiel.	166
5.42	Vitesse mesurée et estimée lors d'un fonctionnement du moteur en régime permanent.	167
5.43	Vitesse mesurée et estimée lors d'un fonctionnement du moteur en régime transitoire.	167
1.1	Synoptique de la loi de commande vectorielle directe.	176
1.2	Régulateur numérique RST.	177
1.3	Réalisation pratique du régulateur numérique RST.	178
1.4	Modèle de la machine asynchrone.	179
1.5	Découplage par addition des termes de compensation.	180
1.6	Boucle fermée selon l'axe d après découplage des axes.	180
1.7	Fonctions de transfert en vue de la régulation en cascade.	181
1.8	Régulation des courants statoriques I_{sd} et I_{sq}	181
1.9	Régulation des grandeurs des boucles externes.	183

1.10	Tests de robustesse de la commande vectorielle.	183
2.1	Schéma bloc d'une MCC à aimant permanent.	184
2.2	Schéma bloc d'une MCC avec compensation de la force électromotrice.	185
2.3	Schéma bloc des deux boucles de régulation.	185
2.4	Schéma bloc des régulateurs IP continu et discret.	186
2.5	Régulateur de courant avec l'action anti-saturation de l'action intégrale.	187
2.6	Régulateur de vitesse avec l'action anti-saturation de l'action intégrale.	187
3.1	Dispositif expérimental du GE44.	189
3.2	Photographie de la carte du TMS320C31.	190
3.3	Schéma de la carte du TMS320C31.	191
3.4	Etapas d'élaboration d'un exécutable.	193

Liste des tableaux

1.1	Nombre d'opérations d'un filtre de Kalman étendu classique.	23
1.2	Nombre d'opérations des matrices auxiliaires du filtre de Kalman à deux niveaux.	24
2.1	Nombre d'opérations, emplacement mémoire et temps d'exécution pour le calcul de la vitesse des trois estimateurs.	45
3.1	Nombre d'opérations pour le calcul de A_d et B_d dans le cas du modèle 1.	62
3.2	Nombre d'opérations pour le calcul de A_d et B_d dans le cas du modèle 2.	63
3.3	Nombre d'opérations pour le calcul de A_d et B_d dans le cas du modèle 3.	64
3.4	Récapitulatif des erreurs absolues maximales sur les coefficients de A_d (machine asynchrone du GE44).	64
3.5	Récapitulatif des erreurs absolues maximales sur les coefficients de B_d (machine asynchrone du GE44).	64
3.6	coût dû aux variations des paramètres résistifs.	68
3.7	Nombre d'opérations pour le calcul du filtre de Kalman optimal et pour le filtre sous forme "brute" entre parenthèses.	88
3.8	Temps d'exécution des algorithmes sur un DSP TMS320C31, programmation en langage C.	88
4.1	Nombre d'opérations pour le calcul du filtre de Kalman étendu à état virtuel.	108
4.2	Temps d'exécution des algorithmes sur un DSP TMS320C31, programmation en langage C.	109
4.3	Nombre d'opérations pour le calcul du filtre de Kalman à deux niveaux.	124
5.1	Synthèse des avantages/inconvénients de deux types d'estimateurs.	143
5.2	Synthèse de l'estimation de vitesse sélectionnée suivant le mode de fonctionnement du moteur.	147
5.3	Temps d'exécution des algorithmes sur un DSP TMS320C31, programmation en langage C.	152
5.4	Nombre d'opérations pour le calcul du filtre de Kalman étendu à état virtuel.	165
3.1	Paramètres de la machine asynchrone du dispositif expérimental du GE44.	189
3.2	Paramètres de la machine à courant continu du dispositif expérimental du GE44.	190
3.3	Hiérarchie des interruptions hard du DSP.	191
3.4	Paramètres de la machine asynchrone à rotor bobiné du dispositif expérimental de l'IRCCyN.	194

Introduction générale

La commande des machines électriques s'appuie sur des mesures de grandeurs physiques qui doivent fournir une information suffisante en quantité et en qualité sur l'état de ces machines. La précision de ces mesures est primordiale pour obtenir le niveau de performances que réclament certaines applications industrielles. En général, les grandeurs mesurées sont les courants statoriques et la position du rotor, obtenue à l'aide d'un codeur incrémental (ou absolu). Outre son coût financier, ce capteur est une source de problèmes de différentes natures :

- Il doit être suffisamment précis pour éviter des oscillations de vitesse dues à une quantification trop importante de la position.
- Il doit être protégé contre les poussières et les chocs pour assurer sa sûreté de fonctionnement dans des environnements industriels sévères.
- Si l'on désire malgré tout installer un capteur mécanique, il doit être logé entre le moteur et la charge puisque dans la plupart des installations, un ventilateur occupe l'une des extrémités de l'arbre du moteur. Ce placement augmente l'éloignement de ces deux éléments, induisant donc un plus grand accouplement élastique. De plus, cette solution technique est relativement coûteuse puisque les accouplements et le capteur doivent supporter les à-coups de couple imposés par le moteur.

Pour toutes ces raisons, il est important de chercher à exploiter au mieux les capteurs de position utilisés, ou de chercher à les supprimer chaque fois que les performances de l'application le permettent en déduisant l'information de vitesse des courants statoriques. L'objet de notre travail a été d'aborder ces deux points, sous l'angle du traitement du signal, c'est à dire de la confrontation de modèles déterministes à des mesures dans lesquelles les composantes aléatoires sont prises en compte et caractérisées. Il présente donc des exemples d'utilisation de la théorie statistique de l'estimation et de l'analyse spectrale à des problèmes concrets de génie électrique.

Comme élément central de la présentation de ce travail, nous avons choisi de retenir le filtrage de Kalman, qui fait l'objet du chapitre 1. Après un bref rappel des principes généraux qui conduisent à son obtention, nous abordons ses aspects les plus embarrassants, notamment le réglage de ses paramètres et sa stabilité numérique. Des solutions sont rappelées, et des variantes récentes du filtre de Kalman (filtre optimal à deux niveaux et filtres entrelacés) sont présentées. Cette partie sert de base aux chapitres suivants, consacrés à l'application du filtre traditionnel et de ses variantes.

Le chapitre 2 est composé principalement de trois parties. Tout d'abord, le principe technologique des deux capteurs de position les plus courants est rappelé. Le filtrage de Kalman est ensuite appliqué pour construire une estimation de la vitesse de rotation et de la position du rotor, grâce à l'association d'un modèle cinématique simple et des mesures fournies par un codeur de position. La caractérisation statistique de cet estimateur met en évidence la relation entre le gain en résolution apporté par cet algorithme et le degré de validité du modèle cinématique utilisé. Différentes méthodes d'estimation de la vitesse issues de la mesure d'une position sont examinées afin d'effectuer des comparaisons avec cet estimateur. Des

résultats de simulation et expérimentaux valident l'approche retenue.

Aux chapitres 3 et 4, nous abordons le problème de l'estimation du flux et de la vitesse d'une machine asynchrone. Après avoir étudié les problèmes de discrétisation et d'observabilité, nous nous sommes intéressés à l'utilisation dans ce contexte du filtre de Kalman étendu, en le comparant notamment à un observateur de Luenberger déterministe. Nous avons contribué à deux points délicats peu traités dans la littérature scientifique du Génie Electrique, à savoir :

- la réduction du coût de calcul du filtre,
- le réglage des matrices Q et R .

Nous avons montré notamment, à partir d'une étude fine des matrices de gain et des matrices de variances-covariances d'erreur d'estimation et de prédiction, que l'ajout dans le vecteur d'état étendu d'une variable d'état virtuelle supplémentaire permet de conserver les propriétés structurelles des matrices intervenant dans ce problème. Ceci, nous a permis de proposer un algorithme efficace pour le filtrage de Kalman optimal et étendu qui réduit de manière importante le nombre d'opérations arithmétiques nécessaires pour sa mise en oeuvre. L'utilisation du filtrage de Kalman à deux niveaux est également examinée dans ce contexte.

Nous avons aussi abordé le problème du réglage des matrices Q et R du filtre de Kalman et proposons une méthode de pré-réglage de ces deux matrices.

Le chapitre 5 est consacré au problème de l'estimation de la vitesse mécanique d'une machine à courant continu et d'une machine asynchrone en utilisant une autre approche, basée sur des composantes généralement inexploitées des courants statoriques, dont les fréquences sont liées à la vitesse de rotation du rotor. Ce chapitre décrit deux estimateurs de fréquence instantanée, qui respectent une contrainte de faible coût algorithmique et exploitent au mieux les spécificités de ces cas d'application.

L'estimateur dédié à la machine asynchrone correspond une fois encore à un filtre de Kalman étendu, qui utilise une variable d'état virtuelle et les propriétés structurelles des matrices intervenant dans ce problème.

Dans la partie consacrée à la machine à courant continu, nous présentons un algorithme de commutation entre un estimateur fréquentiel et un estimateur basé sur le modèle dynamique de la machine. Cet algorithme permet d'assurer des performances statiques et dynamiques élevées par un choix judicieux des estimations en fonction du mode de fonctionnement de la machine. Nous avons donc montré la complémentarité qu'il existe entre les estimateurs fréquentiels et les estimateurs classiques basés sur un modèle dynamique des machines pour l'estimation de la vitesse.

Des conclusions sont finalement tirées à l'issue de ces chapitres, proposant également plusieurs perspectives de prolongement du travail réalisé.

Chapitre 1

Filtrage de Kalman

1.1 Introduction

L'objectif de ce premier chapitre est, d'une part, de rappeler le principe du filtrage de Kalman et d'autre part, de définir les réglages et les problèmes d'implantation de ce type de filtre. Quelques variantes du filtre sont ensuite présentées permettant d'améliorer les performances vis-à-vis de la stabilité numérique ou de la diminution du temps de calcul.

Cette partie sert de base aux chapitres suivants consacrés à l'application du filtre de Kalman traditionnel et à une de ses variantes (le filtre de Kalman multi-niveaux).

1.2 Historique du filtrage de Kalman

Le livre de Grewal propose une excellente introduction au filtrage de Kalman [GRE93].

Rudolf Emil Kalman, né le 19 mai 1930 à Budapest, réalisa des études scientifiques (électronique et automatique) et soutint une thèse en 1957 sur le comportement des solutions des équations récurrentes du second degré. A partir de 1955, il travailla dans différentes entreprises en tant qu'automaticien. En 1958, alors qu'il travaillait au Research Institute for Advanced Studies à Baltimore, il eut l'idée originale d'employer le formalisme des équations d'état au filtre de Wiener, ce qui lui permit de construire l'estimateur que nous connaissons aujourd'hui.

Dans un premier temps, ses condisciples restèrent sceptiques. Il publia donc ses résultats dans une revue de mécanique. Mieux encore, son second article fut rejeté, la revue affirmant que ses résultats étaient faux. Or les travaux présentés dans l'article étaient bien corrects et, une douzaine de thèses débutèrent dès les années suivantes sur le sujet.

En 1960, alors que Kalman visitait la NASA, un des responsables, F. Schmidt vit la possibilité d'appliquer les résultats de Kalman pour le projet "apollo" pour l'estimation et la commande de la trajectoire. Schmidt travailla sur le sujet et on peut dire que ce fut la première réelle implémentation du filtre.

L'application du filtre de Kalman (estimateur linéaire) pour l'estimation de la position d'un objet nécessite assez souvent la linéarisation des équations du système non-linéaire. C'est ce que l'on appelle aujourd'hui le filtrage de Kalman étendu. Il fut appliqué dès les années 60 pour l'estimation d'état et des paramètres. D'autres projets utilisèrent ensuite ce filtre pour la commande des systèmes linéaires et non-linéaires.

Les travaux scientifiques montrèrent la relative fragilité numérique du filtre. En effet, les matrices de variance-covariance tendent à ne plus être symétriques à cause du mauvais conditionnement des matrices. Diverses formes mathématiques furent proposées pour palier ce problème : La forme de Joseph garantit la symétrie des matrices de variance-covariance et donc la stabilité du filtre. James E. Potter publia en 1963 des travaux sur la factorisation du type racine carrée. Bierman proposa quant à lui une factorisation du type UDU^t des matrices de variance-covariance. Ces formes dites factorisées seront détaillées par la suite pour mieux comprendre le problème du filtrage de Kalman.

En conclusion de cette première et rapide présentation, nous pouvons dire que le filtrage de Kalman a permis :

- d'implémenter des estimateurs de l'état et des paramètres d'un système dynamique pour sa régulation et son diagnostic.
- de simplifier la théorie liée aux estimateurs statistiques en utilisant le formalisme des équations d'état.

1.3 Principe du filtrage de Kalman

1.3.1 Généralités

Les grandeurs physiques caractéristiques de l'état d'un processus et non accessibles sont le plus souvent estimées à partir d'un modèle d'état du système. Les estimations issues de ce modèle sont sensibles aux erreurs de modélisation dues aux variations des paramètres du système. En effet, aucun rebouclage avec les grandeurs réelles n'est possible permettant de prendre en compte les erreurs de modèle et les perturbations. De plus, la dynamique de l'estimateur est identique à celle du système réel, l'estimateur est donc dépendant, en régime dynamique, des modes naturels du système ce qui se caractérise par une convergence lente de l'erreur d'estimation. Par contre, ces estimateurs ne nécessitent qu'un faible coût de calcul algorithmique.

Un observateur est un estimateur possédant un rebouclage et dont la dynamique est différente de celle du système réel. Ainsi, il est possible de modifier la dynamique de l'observateur par un choix judicieux de la matrice de gain pour augmenter la vitesse de convergence de l'erreur d'observation vers zéro (en l'absence de perturbations). Les variations paramétriques et les perturbations peuvent être aussi prises en compte puisque les sorties estimées sont comparées aux sorties mesurées et les écarts sont injectés à l'entrée de la matrice de gain K pour réduire l'erreur d'observation.

1.3.2 Observateurs déterministes et stochastiques

Deux possibilités principales sont offertes pour l'observation :

- méthode déterministe : l'observateur déterministe (de Luenberger) s'appuie sur les équations des systèmes sans prendre en compte les bruits de mesure ni les perturbations. L'observateur se caractérise donc la plupart du temps par une sensibilité aux perturbations et aux paramètres.
- méthode stochastique : le filtre de Kalman quant à lui prend en compte les bruits de mesure et d'état par des algorithmes stochastiques. Cet algorithme tend à minimiser la variance de l'erreur d'estimation. Pour les observateurs de Luenberger, il fait tendre l'erreur d'estimation vers zéro. Les performances satisfaisantes du filtre de Kalman, associées à des algorithmes complexes, demandent en contre-partie des processeurs de calcul puissants comme les DSP (Digital Signal Processor pour processeur du traitement numérique du signal).

L'approche temporelle du filtre de Kalman permet d'étudier directement les processus non stationnaires multivariables contrairement au filtre de Wiener [AUG99A].

Un observateur, qu'il soit déterministe ou stochastique, linéaire ou non linéaire, travaille généralement en deux temps (voir figure 1.1) :

- Etape de prédiction : à partir d'un modèle d'état, il effectue une prédiction $\hat{X}[k+1|k]$ de l'état du processus.
- Etape de correction : à partir des mesures effectuées sur le processus réel à l'instant $k+1$, il corrige la valeur des variables d'état issues de la prédiction pour obtenir $\hat{X}[k+1|k+1]$.

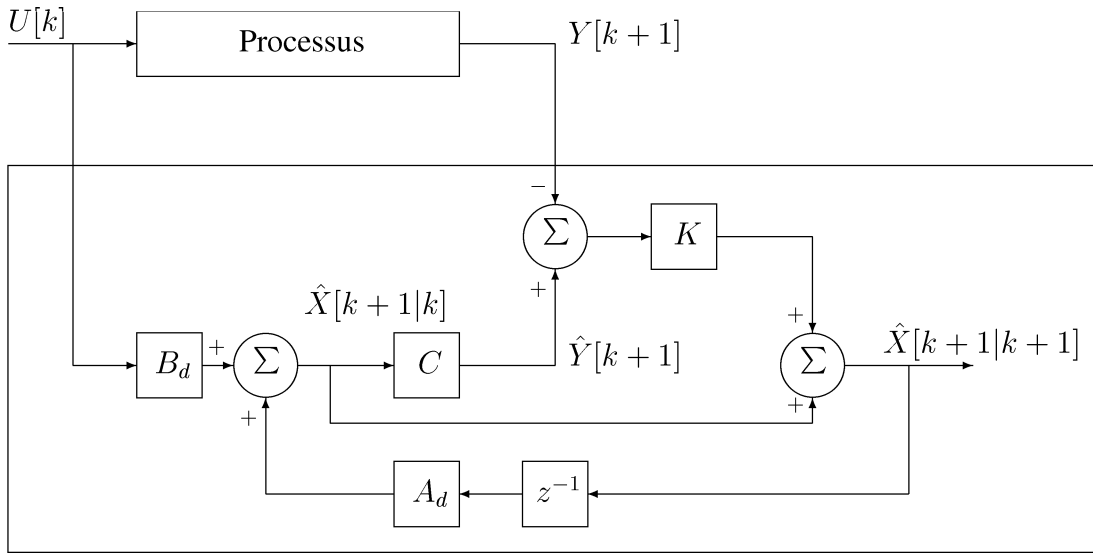


Figure 1.1: Schéma bloc d'un filtre de Kalman stationnaire.

La sortie de l'observateur est asservie à la sortie réelle du processus. Les observateurs sont donc équivalents à des asservissements et donc à des filtres passe-bas. Ainsi dans un environnement stochastique, on parle de filtre au lieu d'observateur et de filtrage au lieu de reconstruction du vecteur d'état.

La partie prédictive est généralement assez précise. En effet, elle utilise les équations du système. Cependant, la modélisation n'est qu'une approximation de la réalité, les paramètres pouvant varier au cours du temps. La deuxième étape corrige alors les résultats de la partie prédictive. Tout l'art du réglage des gains de l'observateur consiste à doser la correction à apporter aux variables d'état estimées en fonction des grandeurs mesurées. Une correction importante permet une grande vitesse de convergence mais rend l'observateur sensible à la précision des mesures (bruit). Tandis qu'une correction douce permet d'être peu sensible aux bruits de mesure mais assure une faible vitesse de convergence.

1.3.3 Filtre de Kalman

1.3.3.1 Equations du filtre de Kalman

Le processus est défini par un modèle d'état à temps discret, composé de deux termes supplémentaires pour la prise en compte des bruits d'état $V[k]$ et de mesure $W[k]$:

$$\begin{cases} X[k+1] = A_d[k]X[k] + B_d[k]U[k] + V[k] \\ Y[k+1] = C[k+1]X[k+1] + W[k+1] \end{cases} \quad (1.1)$$

Dans la version la plus simple du filtre de Kalman, les bruits d'état et de mesure sont supposés centrés, blancs, indépendants et de matrices de variance-covariance Q et R . Ils sont sensés avoir les propriétés statistiques suivantes [GRE93, AUG99A] :

- Espérance mathématique nulle :

$$E(V[k]) = 0$$

$$E(W[k]) = 0$$

- Autocorrélation : $\forall \tau \in \mathbb{Z}$

$$E(V[k]V[k-\tau]^t) = Q\delta(\tau)$$

$$E(W[k]W[k-\tau]^t) = R\delta(\tau)$$

- Absence de corrélation entre les bruits : $\forall \tau \in N^*$

$$E(W[k]V[k - \tau]^t) = 0$$

- Absence de corrélation entre les bruits et l'état :

$$E(V[k]X[k - \tau]^t) = 0$$

$$E(W[k]X[k - \tau]^t) = 0$$

L'estimateur de $X[k + 1]$ qui minimise la variance de l'erreur de prédiction s'écrit [GRE93, AUG99A] :

$$\begin{cases} X[k + 1|k] &= A_d[k]X[k|k] + B_d[k]U[k] \\ P[k + 1|k] &= A_d[k]P[k|k]A_d^t[k] + Q \end{cases} \quad (1.2)$$

Cette prédiction est ensuite corrigée en tenant compte de la nouvelle mesure de $Y[k + 1]$:

$$\begin{cases} K[k + 1] &= P[k + 1|k]C^t[k + 1](C[k + 1]P[k + 1|k]C^t[k + 1] + R)^{-1} \\ X[k + 1|k + 1] &= X[k + 1|k] + K[k + 1](Y[k + 1] - C[k + 1]X[k + 1|k]) \\ P[k + 1|k + 1] &= P[k + 1|k] - K[k + 1]C[k + 1]P[k + 1|k] \end{cases} \quad (1.3)$$

où le gain de Kalman $K[k + 1]$ est calculé pour que l'erreur d'estimation soit statistiquement orthogonale à l'innovation $Y[k + 1] - C[k + 1]\hat{X}[k + 1|k]$. Cette orthogonalité statistique permet de minimiser la variance de l'erreur d'estimation, lorsque les bruits sont gaussiens [AUG99A].

Le filtre de Kalman utilise donc d'une part la connaissance du processus pour prédire le vecteur d'état, et d'autre part les mesures réelles pour corriger la prédiction. La prédiction de l'état futur étant incertaine, les termes de la matrice de variance-covariance d'erreur d'estimation à *priori* $P[k + 1|k]$ sont augmentés. Par contre, la correction à partir des mesures réduit les termes de la matrice de variance-covariance d'erreur d'estimation *a posteriori* $P[k + 1|k + 1]$.

On notera que la matrice de gain est définie si la matrice $C_d P[k + 1|k]C_d^t + R$ est régulière. Ceci est toujours vérifié lorsque la matrice R est définie positive, c'est-à-dire si toutes les sorties sont bruitées, ce qui est pratiquement toujours le cas en réalité. La matrice Q quant à elle doit être définie non négative.

On peut remarquer que les équations du filtre de Kalman sont de même nature que les équations de Riccati pour le problème de la commande optimale par critère quadratique [BOR90, GRE93, LEV96]. L'analogie entre les solutions n'est pas étonnante puisque commande et observation sont des concepts duaux. En effet, dans le cas de la commande, on cherche à annuler l'erreur entre la grandeur de référence et la grandeur commandée, tandis qu'un problème d'estimation consiste à annuler l'erreur entre les grandeurs mesurées et les grandeurs estimées.

1.3.3.2 Filtre de Kalman sous-optimal

Afin de réduire la puissance nécessaire au calcul de la matrice de variance-covariance d'erreur d'estimation, on émet l'hypothèse que cette matrice gagne rapidement son régime permanent. On parle alors de filtre de Kalman sous-optimal ou de filtre de Kalman invariant optimal [BOR90, GRE93, LEV96, AUG99A]. Généralement la conception d'un tel filtre demande tout d'abord de calculer hors ligne (par exemple par simulation) la matrice de correction K limite de la matrice $K[k + 1]$ définie à l'équation (1.3). La seconde étape consiste à implémenter le filtre par deux équations identiques à celles des observateurs déterministes, en remplaçant la matrice de gain $K[k + 1]$ par sa valeur finale $K[+\infty]$:

$$\begin{cases} X[k + 1|k] &= A_d[k]X[k] + B_d[k]U[k] \\ X[k + 1|k + 1] &= X[k + 1|k] + K[+\infty](Y[k + 1] - C[k + 1]X[k + 1|k]) \end{cases} \quad (1.4)$$

Le filtrage de Kalman sous-optimal se caractérise la plupart du temps par un régime transitoire plus long que celui du filtre de Kalman optimal. Cette différence n'est donc visible qu'en début de fonctionnement. En contrepartie, le gain en temps de calcul est appréciable, surtout pour les applications où le temps d'exécution des programmes est un point critique.

1.3.3.3 Estimateur étendu

Certains problèmes d'estimation sont non-linéaires et affines en entrée (le vecteur U intervient de façon linéaire dans l'équation). Les variables à estimer apparaissent alors à la fois dans le vecteur d'état, mais aussi dans les matrices du modèle d'état. Le système d'équation d'état s'écrit :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}X(t) = f(X(t)) + g(X(t)) U(t) \\ Y(t) = h(X(t)) \end{cases} \quad (1.5)$$

La résolution de ce type de problème passe par la linéarisation des équations du système autour d'un point de fonctionnement, pour utiliser ensuite un algorithme d'estimation linéaire. Comme il est écrit dans le livre de Grewal et Andrews [GRE93], "The principal uses of linear filtering theory are for solving nonlinear problems" (Harold W. Sorensen).

Pour que le reconstituteur puisse estimer les grandeurs internes ou externes (perturbations, entrées inconnues, etc) au système, il est nécessaire d'augmenter l'ordre du modèle du nombre de grandeurs à estimer. Ces dernières (notées par exemple Θ) peuvent évoluer de différentes manières au cours du temps (à l'échelle de la période d'échantillonnage). Ils peuvent être très lentement variables vis-à-vis des autres grandeurs, on pose alors $\Theta[k+1] = \Theta[k]$. Dans le cas où les variables évoluent au cours d'une période d'échantillonnage, (l'hypothèse de la constance de Θ n'est pas valide), on peut utiliser des équations d'évolution plus complexes. Pour l'estimation de la vitesse des machines électriques par exemple, le principe de séparation des grandeurs mécaniques et électriques n'étant pas toujours valide, on pose l'équation continue $\frac{d}{dt}\Theta(t) = \frac{d}{dt}\omega_m(t) = \frac{p}{J}(C_{em} - C_r) - \frac{f}{J}\omega_m$ que l'on discrétise.

Les équations développées ci-dessous supposent que les paramètres évoluent de manière aléatoire afin d'employer par la suite les notions de découplage des états. On construit ainsi le modèle d'état augmenté discret suivant :

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} X[k+1] \\ \Theta[k+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_d(\Theta[k]) & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X[k] \\ \Theta[k] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_d(\Theta[k]) \\ 0 \end{bmatrix} U[k] + V[k] \\ Y[k] = \begin{bmatrix} C(\Theta[k]) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X[k] \\ \Theta[k] \end{bmatrix} + W[k] \end{cases} \quad (1.6)$$

Lorsque les termes d'ordre supérieur et égal à deux du développement limité de la fonction non linéaire $f(X)$ sont négligeables par rapport à la dérivée première, l'étape de prédiction s'écrit :

$$\begin{cases} \hat{X}[k+1|k] = A_d(\hat{\Theta}[k|k]) \hat{X}[k|k] + B_d(\hat{\Theta}[k|k]) U[k] \\ \hat{\Theta}[k+1|k] = \hat{\Theta}[k|k] \end{cases} \quad (1.7)$$

Un développement limité de la fonction de transition autour de l'état étendu $[\hat{X}^t \hat{\Theta}^t]^t$ conduit à une approximation de la matrice de variance-covariance de l'erreur de prédiction [AUG99A] :

$$\begin{cases} P[k+1|k] = F[k]P[k|k]F[k]^t + Q \\ \text{avec } F[k] = \begin{bmatrix} A_d(\hat{\Theta}[k|k]) & \frac{\partial}{\partial \Theta}(A_d[k]X[k|k] + B_d[k]U[k])_{\Theta[k|k]} \\ 0 & I \end{bmatrix} \end{cases} \quad (1.8)$$

Ensuite, l'étape d'estimation correspond à une correction de l'état prédit à partir de l'innovation $Y[k+1] - C[k+1]\hat{X}[k+1|k]$:

$$\begin{cases} K[k+1] = P[k+1|k]H[k+1]^t(H[k+1]P[k+1|k]H[k+1]^t + R)^{-1} \\ \hat{X}[k+1|k+1] = \hat{X}[k+1|k] + K[k+1](Y[k+1] - C[k+1]\hat{X}[k+1|k]) \end{cases} \quad (1.9)$$

Un développement limité au premier ordre de la fonction d'observation $h(X)$ autour de la prédiction de l'état étendu fournit une approximation de la matrice de variance-covariance de l'erreur d'estimation :

$$\begin{cases} P[k+1|k+1] = P[k+1|k] - K[k+1]H[k+1]P[k+1|k] \\ \text{avec } H[k+1] = \begin{bmatrix} C[k+1] & \frac{\partial}{\partial \Theta}(C[k+1]X[k|k])_{\Theta[k|k]} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (1.10)$$

L'ensemble des opérations du filtre de Kalman étendu est résumé dans le tableau (1.2).

1.4 Réglage et analyse de la convergence du filtre de Kalman

Le filtre de Kalman se caractérise par deux matrices Q et R . Elles contiennent la valeur de la covariance des bruits d'état et de mesure respectivement. Pour définir ces matrices, deux approches diamétralement opposées sont possibles :

- La première approche consiste à analyser les erreurs de modélisation et de mesure. Elle est donc délicate à mettre en œuvre et suppose que ces erreurs puissent être représentées par des bruits blancs, centrés et décorrélés des états estimés, hypothèse rarement vérifiée. Une évaluation adéquate de ces erreurs permet un réglage quasi optimal du filtre et fournit aussi une évaluation des variances des états estimés. Elle nous renseigne sur la qualité de l'estimateur par une évaluation de la précision des estimations [LOR00].
- A l'inverse, la seconde approche consiste à choisir Q et R pour régler la dynamique de convergence des estimations. La plupart du temps, cela est fait de manière empirique (par essais successifs). Une approche équivalente repose sur l'automatisation du réglage de Q et R par la minimisation d'un critère déterministe [HIL00A, LAR96].

Dans ce dernier cas, si les mesures sont de même nature avec des bruits de même importance, les termes de la diagonale de la matrice R sont souvent fixés à l'unité et le réglage de la dynamique du filtre s'effectue via les degrés de liberté α_1 à α_n [BIT00].

$$R = I_m \quad Q = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_n \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

Le choix de la dynamique du filtre est un critère de réglage. En effet, ces deux matrices jouent un rôle essentiel dans la convergence du filtre. M. Boutayeb et D. Aubry proposent dans [BOU97, BOU99] une analyse de la stabilité du filtre via une fonction candidate de Lyapunov :

$$\begin{cases} V[k+1] = \tilde{X}[k+1]^t P[k+1|k+1]^{-1} \tilde{X}[k+1] \\ \tilde{X}[k+1] = X[k+1] - \hat{X}[k+1|k+1] \end{cases} \quad (1.12)$$

Une étude de convergence rigoureuse sans aucune approximation consiste à introduire des matrices diagonales inconnues $\beta[k]$ et $\alpha[k+1]$ modélisant les différents résidus issus de la linéarisation au premier ordre des fonctions f et h . Les erreurs $\tilde{X}[k+1|k]$ et l'innovation $e[k+1] = y[k+1] - C[k+1]\tilde{X}[k+1|k]$ s'écrivent alors sous formes exactes :

$$\begin{cases} \tilde{X}[k+1|k] = \beta[k] F[k] \tilde{X}[k|k] \\ \alpha[k+1] e[k+1] = H[k+1] \tilde{X}[k+1|k] \end{cases} \quad (1.13)$$

<p>Initialisation du filtre</p> $X[0 0] = X_0, \Theta[0 0] = \theta_0 \text{ et } P[0 0] = P_0$
<p>Prédiction des états et des paramètres à l'instant $k + 1$</p> $X[k + 1 k] = A_d[k]X[k k] + B_d[k]U[k]$ $\Theta[k + 1 k] = \Theta[k k]$
<p>Linéarisation à l'instant k du modèle augmenté</p> $F[k] = \begin{bmatrix} A_d[k] & \frac{\partial}{\partial \Theta}(A_d[k]X[k k] + B_d[k]U[k])_{\Theta[k k]} \\ 0 & I \end{bmatrix}$
<p>Calcul de la matrice de variance-covariance d'erreur de prédiction</p> $P[k + 1 k] = F[k]P[k k]F[k]^t + Q$
<p>Linéarisation de l'estimation par dérivation de la fonction de sortie</p> $H[k + 1] = \begin{bmatrix} C[k + 1] & \frac{\partial}{\partial \Theta}(C[k + 1]X[k k])_{\Theta[k k]} \end{bmatrix}$
<p>Calcul du gain de Kalman</p> $K[k + 1] = P[k + 1 k]H[k + 1]^t(H[k + 1]P[k + 1 k]H[k + 1]^t + R)^{-1}$
<p>Calcul de la matrice de variance-covariance de l'estimation optimale</p> $P[k + 1 k + 1] = P[k + 1 k] - K[k + 1]H[k + 1]P[k + 1 k]$
<p>Correction des états et des paramètres</p> $\begin{bmatrix} X[k + 1 k + 1] \\ \Theta[k + 1 k + 1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X[k + 1 k] \\ \Theta[k + 1 k] \end{bmatrix} + K[k + 1](Y[k + 1] - C[k + 1]X[k + 1 k])$

Figure 1.2: Algorithme du filtre de Kalman étendu classique.

Les conditions suffisantes de stabilité sont satisfaites si et seulement si les matrices instrumentales α et β satisfont les inégalités matricielles (LMI) suivantes :

$$\begin{cases} 0 < \bar{\alpha} \leq \left(\frac{\sigma(R[k])}{\bar{\sigma}(H[k+1]P[k+1|k+1]H[k+1]^t)} \right)^{1/2} \\ 0 < \bar{\beta} = \left(\frac{(1-\xi)\sigma(F[k]P[k|k]F[k]^t+Q[k])}{\bar{\sigma}(F[k]^t)\bar{\sigma}(P[k|k])\bar{\sigma}(F[k]^t)} \right)^{1/2} \end{cases} \quad (1.14)$$

avec $0 < \xi < 1$, et où $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$ désignent respectivement les valeurs singulières maximales des matrices $\alpha[k]$ et $\beta[k]$. $\bar{\sigma}$ et $\underline{\sigma}$ représentent les valeurs singulières maximale et minimale des matrices [DUC99]. Cette étude met clairement en évidence le rôle primordial des matrices Q et R et l'initialisation de $P[k|k]$ afin d'obtenir la stabilité du filtre.

M. Boutayeb et D. Aubry proposent un choix particulier de ces matrices afin d'assurer une convergence rapide du filtre lorsque les erreurs d'estimations sont importantes. De même, la dynamique du filtre est faible lorsque les estimations ont atteint leur régime permanent. Ce choix respecte les deux conditions précédentes de stabilité [BOU97, BOU99] :

$$\begin{cases} Q[k] = \gamma e[k]^t e[k] I_n + \delta I_n \\ R[k] = \lambda H[k+1]P[k+1|k]H[k+1]^t + \delta I_p \end{cases} \quad (1.15)$$

avec γ , δ et λ des variables réelles strictement positives.

1.5 Problèmes d'implantation du filtre

1.5.1 Introduction

Les résultats obtenus lors d'une implantation d'un algorithme sur un calculateur sont différents des résultats théoriques. Les calculateurs, ne représentant de manière exacte qu'un ensemble fini de nombres (dépendant du nombre de bits, par exemple 8, 16 ou 32 bits), introduisent des erreurs d'arrondi et de troncature sur les résultats [SMI99].

En effet, certains nombres rationnels ne sont pas représentables par un nombre fini de bits. Le nombre $\frac{1}{3}$ décomposable en $\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \dots$, s'écrit en base binaire $(0.0101010101\dots010101\dots)_2$. Ainsi une partie de l'information est perdue pour enregistrer le résultat dans un registre de taille bien définie.

A titre indicatif, la majorité des DSP à virgule fixe ont des registres sur 16 bits, ainsi l'erreur d'arrondi introduite par le codage pour représenter le nombre $\frac{1}{3}$ est de $2,03 \cdot 10^{-5}$. De plus, la plupart des DSP (Digital Signal Processor) à virgule fixe ont des accumulateurs sur 32 bits et leurs résultats sont stockés dans des cases mémoires de 16 bits. Des erreurs de troncature non négligeables peuvent ne pas avoir été prises en compte par le concepteur lors du choix et de l'écriture de l'algorithme.

Avant de continuer, nous allons rappeler quelques définitions utiles afin d'utiliser le bon vocabulaire [SMI99] :

- *Robustesse numérique* : insensibilité du résultat à toutes sortes d'erreurs.
- *Stabilité numérique* : insensibilité du résultat aux erreurs d'arrondi uniquement.

Comme nous venons de le voir, la précision d'un résultat dépend de la taille des cases mémoires du calculateur. Il est ainsi possible d'augmenter la dimension des emplacements mémoires afin de réduire les erreurs d'arrondi. Ceci s'effectue bien évidemment au détriment de la rapidité d'exécution de l'algorithme.

Un autre facteur important est la manière d'implémenter l'algorithme. Deux méthodes de calcul mathématiquement équivalentes peuvent produire des résultats bien différents pour une même précision de calcul.

1.5.2 Impact des erreurs numériques sur le comportement du filtre

Les erreurs numériques se traduisent essentiellement par une dissymétrie des matrices de variance-covariance d'estimation à cause du mauvais conditionnement des matrices utilisées dans les équations du filtre de Kalman conventionnel. Cela a pour conséquence :

- Une dégradation des performances du filtre par une propagation des erreurs numériques dans les matrices de variance-covariance d'erreur d'estimation, et donc dans les gains de correction.
- Cette dégradation peut conduire à la divergence du filtre.

Bien qu'il ait été montré expérimentalement que les erreurs numériques influencent le comportement du filtre, il n'est pas possible de classer les méthodes d'implantation du filtre en fonction des erreurs numériques introduites. Cela dépend bien évidemment du type de calculateur, mais aussi du type de problème à résoudre [GRE93].

Certaines "symétrisations" des matrices de variance-covariance d'erreur d'estimation améliorent le comportement du filtre [GRE93]. En effet, le calcul de la matrice de variance-covariance d'erreur d'estimation $P[k+1|k+1]$ n'aboutit pas forcément à une matrice symétrique, condition essentielle à la stabilité du filtre.

A titre d'exemple, le filtre de Kalman a été programmé sous deux implantations différentes pour l'estimation de la vitesse d'une machine asynchrone (chapitre 4, §4.2). La première forme ne comporte pas de "symétrisation" (équations conventionnelles (1.2)). La deuxième force la nature de la matrice de variance-covariance d'erreur d'estimation $P[k+1|k+1]$ à être symétrique [WES94] :

$$\frac{P[k+1|k+1] + P^t[k+1|k+1]}{2} \mapsto P[k+1|k+1] \quad (1.16)$$

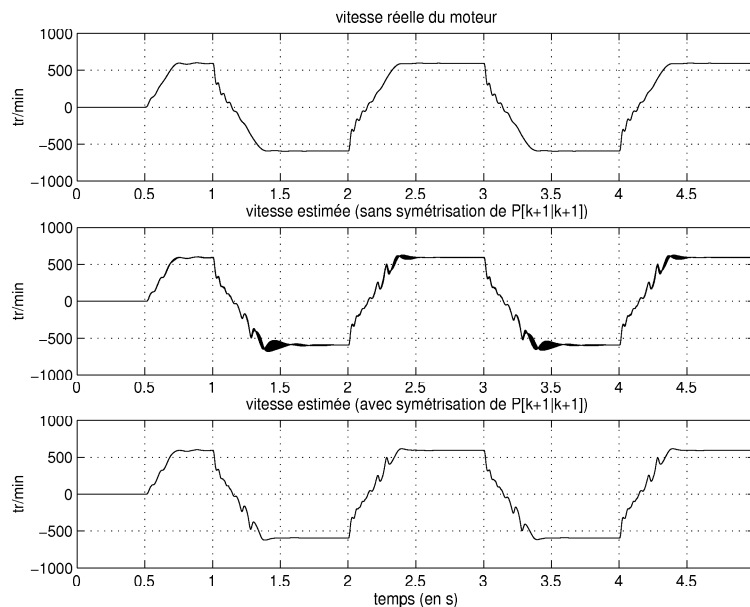


Figure 1.3: Apport d'une "symétrisation" des matrices de variance-covariance d'erreur d'estimation.

Lorsque le filtre est implémenté avec la deuxième forme, l'oscillation de la vitesse estimée est plus faible. Cette symétrisation apporte cependant un coût de calcul supplémentaire.

1.5.3 Propagation des erreurs d'arrondi dans les filtres de Kalman

Le filtre de Kalman peut être décomposé en deux parties [GRE93] :

- une partie correspondant à la fois à la prédiction et à l'estimation des états.
- une seconde partie correspondant aux calculs des matrices de variance-covariance d'erreur d'estimation et de prédiction, ainsi que du gain de correction.

L'étape d'estimation de l'état est un système bouclé. Les sorties prédites sont comparées aux mesures et les erreurs de prédiction sont utilisées pour corriger l'état. Si des erreurs de calcul numériques apparaissent sur les variables prédites, elles seront corrigées puisque ces prédictions sont comparées aux mesures du processus venant de l'extérieur. Ceci est évidemment valable si le gain de Kalman est correct.

La seconde partie ne comporte pas de bouclage et de lien avec l'extérieur. Il n'y a donc pas de référence externe permettant de corriger "l'estimation de $P[k+1|k+1]$ ". Par conséquent, aucun moyen de détection et de correction des erreurs numériques introduites dans $P[k+1|k+1]$ n'est possible. De plus, le nombre d'opérations étant plus élevé que dans la première partie, la probabilité d'obtenir des erreurs numériques augmente.

La propagation des erreurs d'arrondi peut conduire à la dégradation des performances du filtre ou à sa divergence. La perte du caractère défini positif de la matrice $P[k+1|k]$ peut entraîner le changement du signe de K (cas mono-dimensionnel) car elle est un facteur de la matrice de gain. Ainsi, au lieu de converger vers la bonne valeur comme schématisé sur la figure (1.4), le filtre diverge temporairement et peut retrouver une stabilité par la suite.

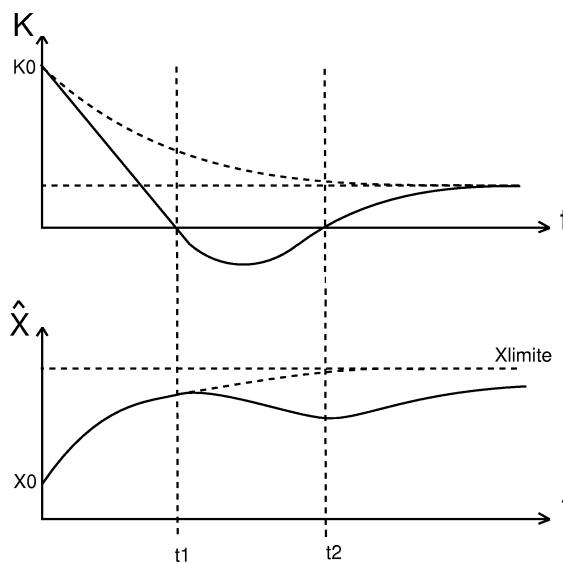


Figure 1.4: Divergence temporaire du filtre de Kalman, figure empruntée à [GRE93].

L'exemple illustratif montre que, momentanément, le gain calculé (trait plein) est de signe contraire à la valeur théorique (trait pointillé). Ce phénomène se traduit par une divergence du filtre. Lorsque le filtre redevient stable, la convergence est lente puisque le calcul du gain n'a pas pris en compte cette divergence temporaire. Le gain est donc plus faible qu'il ne devrait être.

1.6 Amélioration des performances du filtre de Kalman

1.6.1 Introduction

L'expression $P[k+1|k+1] = P[k+1|k] - K[k+1]H[k+1]P[k+1|k]$ n'étant pas une forme quadratique (c'est-à-dire de la forme APA^t ou AA^t), la conservation des propriétés de symétrie des matrices de variance-covariance d'erreur d'estimation n'est pas garantie. Cette expression peut conduire à la dégradation des performances du filtre comme nous l'avons vu dans un des exemples précédents, ou à la divergence de celui-ci. Afin de pallier ce problème, différentes formes équivalentes au filtre de Kalman traditionnel peuvent être utilisées : la forme de "Joseph", les algorithmes rapides et les algorithmes de factorisation.

1.6.2 Forme de Joseph

La "forme de Joseph" (Peter D. Joseph) est une autre façon de mettre en œuvre le filtre de Kalman. On trouve une démonstration de l'équivalence de la forme de Joseph avec la forme traditionnelle du filtre dans [GRE93]. Cette forme permet d'obtenir une équation quadratique relative au calcul des variances-covariances d'erreur d'estimation [BOR90, GRE93].

En effet, afin de pallier la non conservation des propriétés de symétrie des matrices de variance-covariance d'erreur d'estimation, Peter D. Joseph a écrit l'étape de correction sous la forme :

$$X[k|k] = (I - K[k]C[k])X[k|k-1] + K[k]Y[k]$$

ainsi, l'erreur d'estimation est :

$$\tilde{X}[k|k] = (I - K[k]C[k])\tilde{X}[k|k-1] - K[k]W[k]$$

et la covariance de ce vecteur est donc :

$$P[k+1|k+1] = (I - K[k+1]C[k+1])P[k+1|k](I - K[k+1]C[k+1])^t + K[k+1]RK[k+1]^t \quad (1.17)$$

La symétrie et la positivité des matrices $P[k+1|k+1]$ et $P[k+1|k]$ sont alors vérifiées et mieux encore, ces formes réduisent les erreurs de calcul numérique [BOR90]. En effet, on montre qu'une erreur δK sur la matrice de gain introduit une erreur $\delta P[k+1|k+1] = -\delta K[k+1]C[k+1]P[k+1|k]$ dans le calcul classique de la matrice de variance-covariance d'erreur d'estimation. Cette erreur est du premier ordre en δK alors que la forme de Joseph introduit une erreur du second ordre en δK [BOR90].

1.6.3 Algorithmes de filtrage rapide et de factorisation

L'estimation linéaire par les moindres carrés et le filtrage de Kalman occupent une place importante en automatique et en traitement du signal. La solution du problème est fournie sous la forme d'une relation matricielle reliant explicitement les quantités estimées aux données mesurées. Des algorithmes de résolution font appel à des méthodes standard de l'analyse numérique telles que l'inversion de matrices. La mise en œuvre numérique pose cependant des problèmes de stabilité numérique, de précision, de rapidité et d'encombrement mémoire. Afin de contre-carrer l'instabilité numérique, la précision des grandeurs est accrue mais elle augmente alors le temps de calcul et l'encombrement mémoire. Une solution plus élégante consiste à modifier la méthode de calcul des matrices de variance-covariance d'erreur d'estimation afin de conserver la positivité et la symétrie de ces matrices.

Les premières méthodes ont été élaborées dans les années 60 pour le filtrage de Kalman étendu. Elles ont donné naissance aux algorithmes de factorisation ainsi qu'aux algorithmes de filtrage rapide. Les algorithmes de factorisation ("racine carrée" et "UD") apportent une meilleure précision numérique et une

plus grande stabilité. Les algorithmes de filtrage rapide diminuent les temps de calcul et l'encombrement mémoire. Dans les paragraphes suivants, il est question de différentes méthodes permettant de comparer les avantages et inconvénients de ces algorithmes.

Définition : On entend par “décomposition” ou “factorisation” toutes les méthodes transformant les équations matricielles en une autre forme équivalente.

1.6.3.1 Algorithmes de factorisation

Parmi l'ensemble des algorithmes de factorisation utilisés pour le filtre de Kalman, on distingue les algorithmes du type *RC* (racine carrée) et ceux du type factorisation *UD*. Leur but commun est l'amélioration de la résolution des calculs des équations de Ricatti.

1.6.3.1.1 Factorisation racine carrée *RC*

1.6.3.1.1.1 Objectifs. Le but de cet algorithme est de trouver de nouvelles équations récurrentes du filtre à partir des matrices racines carrées de $P[k|k]$ et $P[k|k-1]$.

Définition : On appelle “racine carrée” d'une matrice M , toute matrice carrée U telle que $M = UU^t$, U est souvent noté de la manière suivante $M^{1/2}$ et U^t par $M^{t/2}$.

1.6.3.1.1.2 Principe de l'algorithme. Les équations sont démontrées dans [BOR90] et sont à l'origine des travaux de Potter et Calson :

- Etape de prédiction :

$$P[k|k-1]^{1/2} = M[k]^{1/2}(I - B[k]\psi[k]^{-1}B[k]^t) \quad (1.18)$$

$$\text{avec : } \begin{cases} M[k]^{1/2} &= A[k]P[k|k]^{1/2} \\ B[k] &= M[k]^{-1/2}G[k]Q[k]^{-1/2} \\ \psi[k] &= I + (I + B[k]B[k]^t)^{1/2} \end{cases} \quad (1.19)$$

- Etape de correction :

$$\begin{aligned} P[k|k]^{1/2} &= P[k|k-1]^{1/2}(I - F[k]\Sigma[k]^{-t/2}(\Sigma[k]^{1/2} + R[k]^{1/2})^{-1}F[k]^t) \\ K[k] &= P[k|k-1]^{1/2}P[k|k-1]^{t/2}C[k]\Sigma[k]^{-t/2}\Sigma[k]^{-1/2} \end{aligned} \quad (1.20)$$

$$\text{avec : } \begin{cases} F[k] &= P[k|k-1]^{t/2}C[k]^t \\ \Sigma[k]^{1/2} &= (R[k] + F[k]^tF[k])^{1/2} \end{cases} \quad (1.21)$$

1.6.3.1.1.3 Avantages/Inconvénients de la factorisation RC. Ces équations nécessitent malheureusement une décomposition de Choleski [GRE93] des matrices $R[k]$, $R[k] + F[k]^tF[k]$, $Q[k]$, $I + B[k]B[k]^t$ et l'inversion des matrices $\Sigma[k]^{1/2}$, $(\Sigma[k]^{1/2} + R[k]^{1/2})$, $M[k]^{1/2}$ et $\psi[k]$. Mais elles ont comme principal avantage de forcer indirectement les matrices de variance-covariance d'erreur d'estimation à rester symétriques.

1.6.3.1.2 Factorisation UD

1.6.3.1.2.1 Objectifs. Il est plus facile de calculer dans une base orthogonale, d'où l'idée de l'algorithme d'orthogonalisation de Schmidt consistant à remplacer la base initiale par une base orthogonale. L'algorithme de factorisation UD en découle. Les algorithmes rapides utilisent cette propriété géométrique importante afin de réduire le coût de calcul et les divergences numériques des algorithmes classiques.

Ils ont été proposés par Bierman en 1975 [BIE77], à partir des résultats publiés par Agee et Tuner (1972) et améliorés par Gentlemen (1973) par ajout d'une méthode de stabilisation numérique [GRE93].

1.6.3.1.2.2 Principe de l'algorithme. L'algorithme comporte toujours deux étapes, une étape de prédiction et une étape de correction :

- Phase de prédiction : On suppose connaître une matrice \hat{U} triangulaire supérieure à diagonale unitaire et une matrice \hat{D} diagonale telle que $P[k|k]$ soit égale à $\hat{U}\hat{D}\hat{U}^t$. On va tout d'abord calculer $P[k+1|k] = AP[k|k]A^t + GQG^t$ sous la forme $\tilde{U}\tilde{D}\tilde{U}^t$.
 - Opération sur $AP[k|k]A^t$: On pose $\tilde{P}_0 = AP[k|k]A^t$ et l'on désire connaître \tilde{P}_0 sous la forme $\tilde{U}_0\tilde{D}_0\tilde{U}_0^t$. On a évidemment: $\tilde{P}_0 = \tilde{U}_0\tilde{D}_0\tilde{U}_0^t = A\hat{U}D\hat{U}^tA^t$. En posant :

$$\begin{cases} W &= A\hat{U} \\ D_W &= \hat{D} \end{cases} \quad (1.22)$$

ceci nous donne : $\tilde{P}_0 = WD_WW^t$.

La première étape consiste à calculer le produit $A\hat{U}$ sachant que \hat{U} est une matrice triangulaire supérieure à diagonale unité. Bierman propose le module SFU (Sparse $F \times$ unit upper triangular U) :

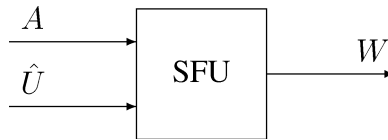


Figure 1.5: Calcul de la matrice W .

Etant donné que la matrice W n'est pas triangulaire, l'étape suivante consiste à calculer \tilde{U}_0 et \tilde{D}_0 vérifiant $\tilde{P}_0 = WD_WW^t = \tilde{U}_0\tilde{D}_0\tilde{U}_0^t$ par le module WGS (Weighted Gram-Schmidt matrix triangularization).

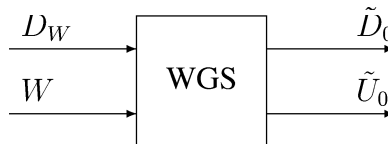


Figure 1.6: Calcul des matrices \tilde{U}_0 et \tilde{D}_0 .

On dispose donc maintenant de la quantité $\tilde{P}_0 = AP[k|k]A^t$ sous la forme $\tilde{P}_0 = \tilde{U}_0\tilde{D}_0\tilde{U}_0^t$.

- Opération sur GQG^t : Soit $G = [g_1 \dots g_m]$ où g_i représente un vecteur colonne et Q une matrice diagonale $Q = \text{diag}[q_1 \dots q_m]$. Le calcul de $P[k+1|k]$ peut s'écrire sous la forme $P[k+1|k] = AP[k|k]A^t + \sum_{i=1}^m g_i q_i g_i^t$.

On calcule tout d'abord $P_1[k+1|k] = P_0[k+1|k] + g_1 q_1 g_1^t$, sachant que $P_0[k+1|k]$ est connue sous la forme $\tilde{U}_0\tilde{D}_0\tilde{U}_0^t$. Le module RANK 1 (stable U-D Rank one update) va donc calculer la factorisation de $P_1[k+1|k]$ à partir de \tilde{U}_0 , \tilde{D}_0 , g_1 et q_1 .



Figure 1.7: Factorisation de la matrice $P_1[k+1|k]$.

La même routine est exécutée pour calculer $P[k+1|k] = P_m[k+1|k] = P_{m-1}[k+1|k] + g_m q_m g_m^t$. On dispose alors de la matrice de variance-covariance de l'erreur de prédiction sous la forme factorisée $\tilde{U} \tilde{D} \tilde{U}^t$.

- Phase de correction :

- Dans le cas de mesures multivariables, il peut être nécessaire de factoriser une matrice symétrique semi-définie positive sous la forme UDU^t . On utilise alors le module appelé COV2UD (Covariance to UD factors) pour factoriser par exemple R sous la forme $U_R D_R U_R^t$.



Figure 1.8: Factorisation des matrices sous la forme UDU^t .

- L'équation d'estimation est équivalente à :

$$P[k+1|k+1] = \frac{P[k+1|k] - P[k+1|k](U_R^{-1}A)^t((U_R^{-1}A)P[k+1|k](U_R^{-1}A)^t + D_R)^{-1}(U_R^{-1}A)P[k+1|k]}{(U_R^{-1}A)P[k+1|k]} \quad (1.23)$$

Si l'on pose :

$$U^{-1}A = \begin{bmatrix} a_1^t \\ a_2^t \\ \vdots \\ a_n^t \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} r_1 & & \\ & \ddots & \\ & & r_m \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

On peut calculer $P[k+1|k+1]$ avec le module UDMEAS (U-D measurement update) :

$$\begin{cases} P_1[k+1|k+1] &= P[k+1|k] - \frac{P[k+1|k]a_1a_1^tP[k+1|k]}{a_1^tP[k+1|k]a_1+r_1} \\ P_2[k+1|k+1] &= P_1[k+1|k] - \frac{P_1[k+1|k]a_2a_2^tP_1[k+1|k]}{a_2^tP_1[k+1|k]a_2+r_2} \\ &\vdots \\ P[k+1|k+1] &= P_{m-1}[k+1|k] - \frac{P_{m-1}[k+1|k]a_ma_m^tP_{m-1}[k+1|k]}{a_m^tP_{m-1}[k+1|k]a_m+r_m} \end{cases} \quad (1.25)$$



Figure 1.9: Factorisation de la matrice $P_1[k+1|k+1]$.

1.6.3.1.2.3 Avantages de la factorisation UD . Les principaux avantages de la factorisation UDU^t par rapport à la factorisation RC [BIE77] sont :

- la réduction du coût de calcul puisqu'il n'est pas utile de calculer la racine carrée et l'inverse de matrices.
- la réduction de la place mémoire.

1.6.3.1.3 Conclusion sur les algorithmes de factorisation. Nous avons présenté deux algorithmes de factorisation (racine carrée et UD) permettant l'amélioration des propriétés numériques du filtre (précision et stabilité numérique). Maintenant, nous allons détailler des algorithmes, nommés "algorithmes rapides" permettant une réduction du coût de calcul et de l'encombrement mémoire.

1.6.3.2 Algorithmes rapides

Nous allons nous intéresser tout d'abord aux équations de Chandrasekhar. Elles permettent une réduction du coût de calcul en s'occupant non pas des quantités elles-mêmes ($P[k|k]$) mais des incréments sur les matrices de variance-covariance ($\delta P[k] = P[k|k-1] - P[k-1|k-2]$). Deux algorithmes récents sont examinés : filtrage de Kalman multi-niveaux et filtrage de Kalman entrelacé. Les vecteurs d'état sont décomposés en sous-vecteurs d'état afin de réduire encore la complexité algorithmique propre au filtre.

1.6.3.2.1 Equation de Chandrasekhar. Les équations de Chandrasekhar apportent une simplification substantielle lorsque les modèles utilisés sont stationnaires dans le temps, c'est-à-dire avec des matrices A_d , C , K constantes et des bruits stationnaires [BOR90, DEM87].

Nous allons rappeler les équations de Chandrasekhar afin de bien les comprendre. Le lecteur plus intéressé peut se référer à [DEM87].

1.6.3.2.1.1 Obtention des équations. On définit les incréments :

$$\begin{cases} \delta P[k] &= P[k|k-1] - P[k-1|k-2] \\ \delta K^g[k] &= K^g[k] - K^g[k-1] \\ \delta R[k] &= R[k] - R[k-1] \end{cases} \quad (1.26)$$

en utilisant la forme compacte des équations du prédictor de Kalman :

$$\begin{cases} \epsilon[k|k-1] &= Y[k] - C\hat{X}[k|k-1] \\ \hat{X}[k+1|k] &= A_d\hat{X}[k|k-1] + B_dU[k] + K^g[k]\epsilon[k|k-1] \\ \Sigma[k] &= CP[k|k-1]C^t + R \\ K^g[k] &= A_dP[k|k-1]C^t\Sigma[k]^{-1} \\ P[k+1|k] &= A_dP[k|k-1]A_d^t + Q - K^g[k]\Sigma[k]K^g[k]^t \end{cases} \quad (1.27)$$

on peut définir les quantités :

$$\delta P[k+1] = A_d\delta P[k]A_d^t - K^g[k]\Sigma[k]K^g[k]^t + K^g[k-1]\Sigma[k-1]K^g[k-1]^t \quad (1.28)$$

$$\Sigma[k] = \Sigma[k-1] + C\delta P[k]C^t \quad (1.29)$$

$$\delta K^g[k] = (A_d - K^g[k-1]C)\delta P[k]C^t\Sigma[k]^{-1} \quad (1.30)$$

Nous pouvons réécrire (1.28) sous la forme :

$$\delta P[k+1] = A_d \delta P[k] A_d^t - (K^g[k-1] + \delta K^g[k]) \Sigma[k] (K[k-1] + \delta K^g[k])^t \quad (1.31)$$

$$+ K^g[k-1] (\Sigma[k] - C \delta P[k] C^t) K^g[k-1]^t \quad (1.32)$$

En utilisant (1.30) et en développant l'expression précédente, deux factorisations équivalentes de $\delta P[k+1]$ sont obtenues :

$$\begin{cases} \delta P[k+1] = (A_d - K^g[k-1]C)(\delta P[k] - \delta P[k]C^t \Sigma[k-1]^{-1}C \delta P[k])(A_d - K^g[k-1]C)^t \\ \delta P[k+1] = (A_d - K^g[k]C)(\delta P[k] + \delta P[k]C^t \Sigma[k]^{-1}C \delta P[k])(A_d - K^g[k]C)^t \end{cases} \quad (1.33)$$

La factorisation de $\delta P[0]$ sous une forme non-unique $L[0]M[0]L[0]^t$, permet de montrer par récurrence que $\delta P[k]$ se déduit de :

$$\begin{cases} \delta P[k] = L[k]M[k]L[k]^t \\ \Sigma[k+1] = \Sigma[k] + C \delta P[k] C^t \\ K^g[k+1] = (K^g[k] \Sigma[k] + A_d \delta P[k] C^t) \Sigma[k+1]^{-1} \end{cases} \quad (1.34)$$

et permet de calculer $L[k+1]$ et $M[k+1]$ à l'aide des deux expressions équivalentes :

$$\begin{aligned} \text{première forme} \quad & \begin{cases} M[k+1] = M[k] - M[k]L[k]C^t \Sigma[k+1]^{-1}CL[k]M[k] \\ L[k+1] = (A_d - K[k]C)L[k] \end{cases} \\ \text{deuxième forme} \quad & \begin{cases} M[k+1] = M[k] - M[k]L[k]C^t \Sigma[k]^{-1}CL[k]M[k] \\ L[k+1] = (A_d - K[k+1]C)L[k] \end{cases} \end{aligned} \quad (1.35)$$

1.6.3.2.1.2 Commentaires. Selon $\delta P[0]$ définie non négative ou non positive, on utilise l'une ou l'autre des deux formes:

- si $\delta P[0] \geq 0$, la forme 1 assure que $\forall k \geq 0, \delta P[k] \geq 0$.
- si $\delta P[0] \leq 0$, la forme 2 assure que $\forall k \geq 0, \delta P[k] \leq 0$.

Il existe quatre autres formes d'équations. Leur utilisation dépend de la dimension des vecteurs manipulés (vecteur d'état, vecteur de sortie et matrice M). On remarquera que les équations de Chandrasekhar manipulent plusieurs fois les mêmes quantités (CL , CLM et A_dL). Leur calcul en début de chaque itération permet d'optimiser la charge de calcul.

1.6.3.2.1.3 Conclusion sur les équations de Chandrasekhar. Les équations de Chandrasekar ne sont applicables que sur des modèles stationnaires dans le temps. Nous préférons donc les deux algorithmes présentés dans les paragraphes suivants qui comportent eux une restriction plus mineure.

Ces deux algorithmes sont applicables aux systèmes non stationnaires mais l'estimation des paramètres suit une équation d'évolution de la forme $\Theta[k+1] = \Theta[k]$, ce qui n'est pas toujours le cas ou souhaité par le concepteur. En effet, dans certaines applications l'introduction d'une équation d'évolution plus complexe prenant en compte la dynamique des grandeurs permet d'accroître la qualité de l'estimation et d'envisager son utilisation dans les algorithmes d'asservissement.

1.6.3.2.2 Filtre de Kalman multi-niveaux

1.6.3.2.2.1 Objectifs. L'application du filtre de Kalman nécessite un modèle dynamique du processus étudié ainsi que des mesures effectuées. Mais dans de nombreux cas des incertitudes paramétriques et des perturbations affectent le système et les observations et peuvent conduire à la dégradation des performances du filtre si elles ne sont pas prises en compte dans le modèle. L'idée de base qui permet de résoudre ce problème consiste à augmenter le vecteur d'état avec ces grandeurs "inconnues". Il reste alors à implémenter un filtre de Kalman étendu (EKF). Les incertitudes proviennent de perturbations extérieures (par exemple un couple résistant en commande des machines électriques ...), de variations des paramètres internes du système (résistances et inductances dans le cas des machines électriques ...) et d'erreurs de modélisation (discrétisation ...).

Cette approche entraîne plusieurs inconvénients tels que l'augmentation du coût de calcul et l'instabilité numérique du filtre. Pour éviter d'utiliser l'EKF conventionnel, Friedland montra en 1969 [FRI69] que l'estimation de l'état et des paramètres inconnus peut être résolue par un système de deux équations découplées :

- le premier estimateur calcule l'état \bar{X} en supposant que les entrées inconnues sont parfaitement connues ($P_\gamma = 0$). On a dans ce cas, un problème standard d'estimation linéaire.
- le second estimateur calcule la valeur des entrées inconnues $\hat{\gamma}$.

Finalement, l'état \hat{X} est la somme de l'état \bar{X} et d'une pondération des entrées inconnues $\hat{\gamma}$: $\hat{X} = \bar{X} + N \hat{\gamma}$. Cette décomposition proposée par Friedland est optimale lorsque le biais est constant mais sous-optimale lorsque le biais est variable dans le temps. A. Tanaka étendit en 1975 le concept de filtrage de Kalman à deux niveaux (cas particulier du filtre multi-niveaux) lorsque le biais est une variable aléatoire [TAN75].

Plusieurs études ont été réalisées sur le sujet. J.Y. Keller [KEL97] propose un filtre de Kalman à deux niveaux composé d'estimateurs d'ordre réduit. Plus tard, J.Y. Keller et M. Darouach [KEL99] appliquent ce concept à partir d'un nouvel estimateur à entrées inconnues. Ce concept est d'une grande importance puisqu'en pratique, la plupart des perturbations sont inconnues et affectent les systèmes ou bien certaines entrées restent inaccessibles. M. Ignagni [IGN00] propose quant à lui un filtre quasi optimal lorsque les variations des variables aléatoires sont limitées, mais évidemment sous-optimal dans le cas contraire.

C.S. Hsieh et F.C. Chen [HSI99, HSI00] ont généralisé cette structure pour retrouver l'optimalité du filtre lorsque le biais est une variable aléatoire. Ils ont nommé leur filtre OMSKE pour "Optimal multi-stage Kalman estimator". L'optimalité de ce filtre étant pour nous un critère important, nous avons décidé de l'utiliser pour l'estimation de la vitesse d'une machine asynchrone. L'application et les résultats de simulation sont détaillés au chapitre 4. La théorie est expliquée ci-dessous.

1.6.3.2.2.2 Equations d'état discrètes du modèle augmenté. C.S. Hsieh et F.C. Chen [HSI99] ont utilisé le modèle d'état discret dans le cas particulier du filtre de Kalman à deux niveaux (OTSKE pour "Optimal two-stage Kalman estimator") :

$$\begin{cases} X[k+1] &= A[k]X[k] + B^\gamma[k]\gamma[k] + W^x[k] \\ \gamma[k+1] &= C[k]\gamma[k] + W^\gamma[k] \\ Y[k] &= H[k]X[k] + D[k]\gamma[k] + \eta[k] \end{cases} \quad (1.36)$$

Les matrices B^γ et D déterminent l'action des entrées inconnues γ intervenant dans la dynamique du système ou sur la valeur des grandeurs mesurées. Ce système représente donc un cas général. Dans le cas où seules les mesures sont biaisées alors $B^\gamma = 0$. De façon similaire, si la dynamique du système est la seule grandeur biaisée, $D = 0$.

Nous avons reformulé le problème précédent pour être encore plus général. En effet, l'estimation de la vitesse mécanique d'une machine asynchrone conduit à un système non-linéaire. Si l'on pose γ égal à la vitesse de rotation de la machine, alors la matrice $A[k]$ dépend aussi du scalaire $\gamma[k]$. De plus, certains systèmes comportent des entrées déterministes U dans l'équation de transition. Par exemple, ceci correspond aux tensions appliquées aux bornes des machines électriques.

La différence entre les équations matricielles (1.37) et celles de l'article de C.S. Hsieh et de F.C. Chen [HSI99] est que nous avons ajouté une entrée déterministe U et adapté le problème au cas où l'on doit linéariser le processus à chaque pas (estimation des paramètres). Nous conserverons la matrice B^γ bien que celle-ci ne soit pas utile pour nos applications afin de généraliser les équations à l'estimation des paramètres externes et internes au processus. Le nouveau modèle d'état est donc le suivant :

$$\begin{cases} X[k+1] = A(\gamma[k])X[k] + B^\gamma[k]\gamma[k] + B^u[k]U[k] + W^x[k] \\ \gamma[k+1] = C[k]\gamma[k] + W^\gamma[k] \\ Y[k] = H[k]X[k] + D[k]\gamma[k] + \eta[k] \end{cases} \quad (1.37)$$

En considérant $X[k]$ comme étant le vecteur d'état principal et $\gamma[k]$ le vecteur de paramètres (composé des paramètres et des entrées inconnues à estimer), l'équation d'état discret s'écrit de la manière suivante :

$$\begin{cases} X^a[k+1] = \bar{A}[k]X^a[k] + \bar{B}[k]U[k] + W[k] \\ Y[k] = \bar{H}[k]X^a[k] + \eta[k] \end{cases} \quad (1.38)$$

avec

$$\begin{aligned} X^a[k] &= \begin{bmatrix} X[k] \\ \gamma[k] \end{bmatrix} & \bar{A}[k] &= \begin{bmatrix} A(\gamma[k]) & B^\gamma[k] \\ 0 & C[k] \end{bmatrix} & \bar{B}[k] &= \begin{bmatrix} B^u[k] \\ 0 \end{bmatrix} \\ \bar{H}[k] &= \begin{bmatrix} H[k] & D[k] \end{bmatrix} & W[k] &= \begin{bmatrix} W^x[k] \\ W^\gamma[k] \end{bmatrix} \end{aligned}$$

1.6.3.2.2.3 Filtre de Kalman et linéarisation du modèle augmenté. L'équation d'état (1.38) étant non linéaire, cette équation est donc linéarisée à chaque itération autour de la trajectoire nominale. L'application du filtre de Kalman linéarisé sur l'équation d'état (1.38) donne les équations récurrentes suivantes :

$$\begin{cases} X^a[k|k-1] = \bar{A}[k-1]X^a[k-1|k-1] + \bar{B}[k-1]U[k-1] \\ P[k|k-1] = F[k-1]P[k-1|k-1]F^t[k-1] + Q[k-1] \\ K[k] = P[k|k-1]\bar{H}^t[k](\bar{H}[k]P[k|k-1]\bar{H}^t[k] + R[k])^{-1} \\ X^a[k|k] = X^a[k|k-1] + K[k](Y[k] - \bar{H}[k]X^a[k|k-1]) \\ P[k|k] = P[k|k-1] - K[k]\bar{H}[k]P[k|k-1] \end{cases} \quad (1.39)$$

avec

$$\begin{aligned} F[k] &= \begin{bmatrix} A[k] & E[k] \\ 0 & C[k] \end{bmatrix} & E[k] &= \frac{\partial}{\partial \gamma}(A[k]X[k] + B^\gamma[k]\gamma[k] + B^u[k]U[k])_{\gamma[k|k]} \\ K[k] &= \begin{bmatrix} K^x[k] \\ K^\gamma[k] \end{bmatrix} & P[\cdot] &= \begin{bmatrix} P^x[\cdot] & P^{x\gamma}[\cdot] \\ (P^{x\gamma}[\cdot])^t & P^\gamma[\cdot] \end{bmatrix} & Q[k] &= \begin{bmatrix} Q^x[k] & Q^{x\gamma}[k] \\ (Q^{x\gamma}[k])^t & Q^\gamma[k] \end{bmatrix} \end{aligned}$$

1.6.3.2.2.4 Filtre de Kalman à deux niveaux. Le filtre de Kalman à deux niveaux est obtenu en recherchant une transformation T telle que la matrice de variance-covariance d'erreur d'estimation $P[\cdot]$ soit diagonale par blocs comme ci-dessous :

$$\bar{P}[\cdot] = \begin{bmatrix} \bar{P}^x[\cdot] & 0 \\ 0 & \bar{P}^\gamma[\cdot] \end{bmatrix} \quad (1.40)$$

Le filtre OTSKE est obtenu grâce à deux matrices de transformation $T(M[k])$ et $T(N[k])$ telles que les termes surlignés correspondent aux vecteurs d'état et aux matrices de variance-covariance dans la nouvelle base :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \overline{X}^a[k|k-1] & = & T(M[k])\overline{X}^a[k|k-1] \\ \overline{P}[k|k-1] & = & T(M[k])\overline{P}[k|k-1]T(M[k])^t \\ \overline{X}^a[k|k] & = & T(N[k])\overline{X}^a[k|k] \\ \overline{K}[k] & = & T(N[k])\overline{K}[k] \\ \overline{P}[k|k] & = & T(N[k])\overline{P}[k|k]T(N[k])^t \end{array} \right. \quad (1.41)$$

Les deux matrices de passage $M[k]$ et $N[k]$ sont définies respectivement par $M[k] = P^{x\gamma}[k|k-1] (P^\gamma[k|k-1])^{-1}$ et $N[k] = P^{x\gamma}[k|k] (P^\gamma[k|k])^{-1}$. Le principal avantage de la matrice de passage T définie par l'équation (1.42) est que l'inversion de cette matrice $T^{-1}(J) = T(-J)$ nécessite seulement un changement de signe :

$$T(J) = \begin{bmatrix} I & J \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (1.42)$$

Les équations (1.41) deviennent ainsi :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \overline{X}^a[k|k-1] & = & T(-M[k])\overline{X}^a[k|k-1] \\ \overline{P}[k|k-1] & = & T(-M[k])\overline{P}[k|k-1]T(-M[k])^t \\ \overline{X}^a[k|k] & = & T(-N[k])\overline{X}^a[k|k] \\ \overline{K}[k] & = & T(-N[k])\overline{K}[k] \\ \overline{P}[k|k] & = & T(-N[k])\overline{P}[k|k]T(-N[k])^t \end{array} \right. \quad (1.43)$$

Le filtre est obtenu en intégrant les équations (1.39), (1.41) et (1.43) entre elles et cela en deux étapes :

Etape 1 : substituer les équations (1.39) dans la partie droite des équations (1.43), ainsi on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \overline{X}^a[k|k-1] & = & T(-M[k])(\overline{A}[k-1]\overline{X}^a[k-1|k-1] + \overline{B}[k-1]U[k-1]) \\ \overline{P}[k|k-1] & = & T(-M[k])(F[k-1]\overline{P}[k-1|k-1]F^t[k-1] + Q[k-1])T(-M[k])^t \\ \overline{X}^a[k|k] & = & T(-N[k])(\overline{X}^a[k|k-1] + \overline{K}[k](Y[k] - \overline{H}[k]\overline{X}^a[k|k-1])) \\ \overline{K}[k] & = & T(-N[k])\overline{P}[k|k-1]\overline{H}^t[k](\overline{H}[k]\overline{P}[k|k-1]\overline{H}^t[k] + R[k])^{-1} \\ \overline{P}[k|k] & = & (T(-N[k]) - \overline{K}[k]\overline{H}[k])\overline{P}[k|k-1]T(-N[k])^t \end{array} \right. \quad (1.44)$$

Etape 2 : substituer les équations (1.41) dans la partie droite des équations (1.44), ainsi on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \overline{X}^a[k|k-1] & = & T(-M[k])(\overline{A}[k-1]T(N[k-1])\overline{X}^a[k-1|k-1] + \overline{B}[k-1]U[k-1]) \\ \overline{P}[k|k-1] & = & T(-M[k])(F[k-1]T(N[k-1])\overline{P}[k-1|k-1]T(N[k-1])^t F^t[k-1] \\ & & + Q[k-1])T(-M[k])^t \\ \overline{X}^a[k|k] & = & T(M[k] - N[k])\overline{X}^a[k|k-1] + \overline{K}[k](Y[k] - \overline{H}[k]T(M[k])\overline{X}^a[k|k-1]) \\ \overline{K}[k] & = & T(M[k] - N[k])\overline{P}[k|k-1]T(M[k])^t \overline{H}^t[k] \\ & & (\overline{H}[k]T(M[k])\overline{P}[k|k-1]T(M[k])^t \overline{H}^t[k] + R[k])^{-1} \\ \overline{P}[k|k] & = & (T(M[k] - N[k]) - \overline{K}[k]\overline{H}[k]T(M[k]))\overline{P}[k|k-1]T(M[k] - N[k])^t \end{array} \right. \quad (1.45)$$

Les équations (1.45) constituent la base de notre étude, mais elles ne sont pas assez exploitables pour l'implantation en temps réel sur DSP. Il faut donc maintenant développer ces équations matricielles et ne conserver que les termes essentiels pour l'algorithme.

Le développement des équations (1.45) en utilisant la propriété de la matrice $\overline{P}[\cdot]$ (cf. équation (1.40)) donne les deux relations suivantes :

$$\begin{cases} 0 &= \overline{M}_k C[k-1] \overline{P}^\gamma[k-1|k-1] C[k-1]^t + Q^{x\gamma}[k-1] \\ &- M[k] (C[k-1] \overline{P}^\gamma[k-1|k-1] C[k-1]^t + Q^{x\gamma}[k-1]) \\ 0 &= M[k] - N[k] - \overline{K}^x[k] S[k] \end{cases} \quad (1.46)$$

où les deux variables $\overline{M}[k]$ et $S[k]$ sont définies par:

$$\begin{cases} \overline{M}[k] &= (A[k-1]N[k-1] + E[k-1]_{\gamma[k-1|k-1]})C[k-1]^{-1} \\ S[k] &= H[k]M[k] + D[k] \end{cases} \quad (1.47)$$

Finalement, les équations du filtre sont obtenues en développant les équations (1.45) et en utilisant les deux relations (1.46) :

$$\begin{cases} \overline{X}[k|k-1] &= A[k-1]\overline{X}[k-1|k-1] + B^u[k-1]U[k] + u[k-1] \\ \overline{\gamma}[k|k-1] &= C[k-1]\overline{\gamma}[k-1|k-1] \\ \overline{P}^x[k|k-1] &= A[k-1]\overline{P}^x[k-1|k-1]A[k-1]^t + \overline{Q}^x[k] \\ \overline{K}^\gamma[k] &= \overline{P}^\gamma[k|k-1]S[k]^t (H[k]\overline{P}^x[k|k-1]H[k]^t + R[k] + S[k]\overline{P}^\gamma[k|k-1]S[k]^t)^{-1} \\ \overline{X}[k|k] &= \overline{X}[k|k-1] + \overline{K}^x[k](Y[k] - H[k]\overline{X}[k|k-1]) \\ \overline{\gamma}[k|k] &= \overline{\gamma}[k|k-1] + \overline{K}^\gamma[k](Y[k] - H[k]\overline{X}[k|k-1] - S[k]\overline{\gamma}[k|k-1]) \\ \overline{P}^\gamma[k|k] &= \overline{P}^\gamma[k|k-1] - \overline{K}[k]S[k]\overline{P}^\gamma[k|k-1] \end{cases} \quad (1.48)$$

Les deux matrices $M[k]$ et $N[k]$ sont obtenues par combinaison des équations (1.46) et (1.48), cela donne :

$$\begin{cases} M[k] &= \overline{M}[k] + (Q^{x\gamma} - \overline{M}[k]Q^\gamma)\overline{P}^\gamma[k|k-1]^{-1} \\ N[k] &= M[k] - \overline{K}^x[k]S[k] \end{cases} \quad (1.49)$$

L'entrée externe $u[k]$ et la matrice de variance-covariance \overline{Q}^x sont obtenues par la résolution des équations (1.45), (1.46) et (1.47), soit :

$$\begin{cases} u[k] &= (\overline{M}[k+1] - M[k+1])C[k]\overline{\gamma}[k|k] \\ \overline{Q}^x[k] &= Q^x[k] - Q^{x\gamma}[k]\overline{M}[k+1]^t - M[k+1](Q^{x\gamma}[k] - \overline{M}[k+1]Q^\gamma[k])^t \end{cases} \quad (1.50)$$

Maintenant, il est possible de définir l'état optimal \hat{X} (par application de l'équation (1.42)) comme étant la somme de l'état \overline{X} estimé par un premier filtre linéaire et de l'état $\overline{\gamma}$ estimé par un second estimateur linéaire :

$$\begin{cases} \hat{X}[k|k-1] &= \overline{X}[k|k-1] + M[k]\overline{\gamma}[k|k-1] \\ \hat{X}[k|k] &= \overline{X}[k|k] + N[k]\overline{\gamma}[k|k] \end{cases} \quad (1.51)$$

L'initialisation du filtre de Kalman à deux niveaux est établi en utilisant les paramètres de réglage d'un filtre de Kalman étendu classique ($\hat{X}[0|0]$, $\hat{\gamma}[0|0]$, $P^x[0|0]$, $P^\gamma[0|0]$, $P^{x\gamma}[0|0]$) et en effectuant les transformations

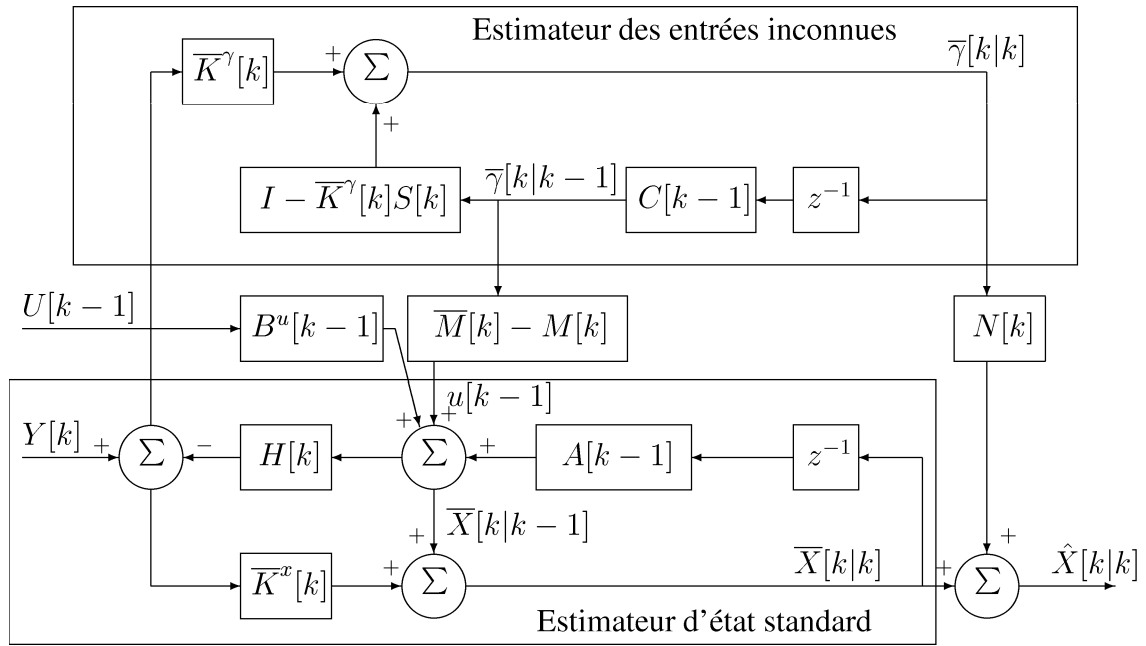


Figure 1.10: Schéma bloc du filtre de Kalman à deux niveaux

	Nombre de multiplications $M(n, m)$	Nombre d'additions $A(n, m)$
$X[k+1 k]$	n^2	$n^2 - n$
$P[k+1 k]$	$2n^3$	$2n^3 - n^2$
$K[k+1]$	$n^2m + 2nm^2 + m^3$	$n^2m + 2nm^2 + m^3 - 2nm$
$P[k+1 k+1]$	$2nm$	$2nm$
$X[k+1 k+1]$	$n^3 + n^2m$	$n^3 + n^2m - n^2$
Total	$3n^3 + 2n^2m + 2nm^2 + m^3 + n^2 + 2nm$	$3n^3 + 2n^2m + 2nm^2 + m^3 - n^2 - n$

Tableau 1.1: Nombre d'opérations d'un filtre de Kalman étendu classique.

nécessaires. Ainsi, nous obtenons :

$$\begin{cases} N[0] &= P^{x\gamma}[0|0](P^\gamma[0|0])^{-1} \\ \bar{X}[0|0] &= \hat{X}[0|0] - N[0]\bar{\gamma}[0|0] \\ \bar{\gamma}[0|0] &= \hat{\gamma}[0|0] \\ \bar{P}^x[0|0] &= P^x[0|0] - N[0]P^\gamma[0|0]N^t[0] \\ \bar{P}^\gamma[0|0] &= P^\gamma[0|0] \end{cases} \quad (1.52)$$

Le schéma bloc du filtre de Kalman à deux niveaux est donné figure (1.10) où l'on voit clairement apparaître les deux sous-blocs de l'OTSKE.

1.6.3.2.2.5 Complexité algorithmique. La complexité algorithmique du filtre de Kalman à deux niveaux comparé à un filtre de Kalman étendu classique est évaluée en énumérant le nombre de multiplications et d'additions de chaque filtre en supposant les matrices pleines et sans utiliser des algorithmes rapides. En posant, n la taille du vecteur d'état X , m le nombre de mesures, le coût algorithmique d'un filtre de Kalman standard est donné au tableau (1.1) [HSI99]. En posant p la taille du vecteur de paramètres et des entrées inconnues, la réduction R_m du nombre de multiplications et de divisions et la réduction R_a

	Nombre de multiplications $M^o(n, m)$	Nombre d'additions $A^o(n, m)$
$\bar{M}[k]$	$n^2p + np^2 + p^3$	$n^2p + np^2 + p^3 - np$
$M[k]$	$2np^2 + p^3$	$2np^2 + p^3$
$S[k]$	npm	npm
$N[k]$	npm	npm
$\bar{Q}^x[k-1]$	$2n^2p$	$2n^2p$
$u[k-1]$	$np + p^2$	$2np + p^2 - p$
Total	$3n^2p + 3np^2 + 2npm + 2p^3 + np + p^2$	$3n^2p + 3np^2 + 2npm + 2p^3 + np + p^2 - p$

Tableau 1.2: Nombre d'opérations des matrices auxiliaires du filtre de Kalman à deux niveaux.

du nombre d'additions et de soustractions en tenant compte du coût algorithmique des matrices auxiliaires (cf. tableau 1.2) est :

$$\begin{cases} R_m = M(n+p, m) - M(n, m) - M(p, m) - M^o(n, p, m) \\ \quad = 6n^2p + 6np^2 + (2m+1)np - 2p^3 - p^2 \\ R_a = A(n+p, m) - A(n, m) - A(p, m) - A^o(n, p, m) \\ \quad = 6n^2p + 6np^2 + (2m-3)np - 2p^3 - m^3 - p^2 + p \end{cases} \quad (1.53)$$

A titre indicatif, la réduction du coût de calcul pour l'estimation de la vitesse (γ est dans ce cas un scalaire) d'une machine asynchrone est de 251 opérations élémentaires :

$$\begin{cases} n = 4 \\ m = 2 \\ p = 1 \\ R_m = 137 \\ R_a = 114 \end{cases}$$

1.6.3.2.2.6 Conclusion sur le filtre à multi-niveaux. Cette décomposition n'est possible qu'à condition que les paramètres à estimer suivent une relation d'évolution de la forme $\gamma[k] = C[k]\gamma[k-1]$. Le vecteur d'état \hat{X} n'intervient donc pas dans l'évolution des paramètres, ceci se traduit par une matrice de transition triangulaire supérieure par bloc. Dans le cas contraire, l'algorithme n'est pas applicable.

Le concept de filtrage à deux niveaux a été étendu au filtrage multi-niveaux toujours par C.S. Hsieh et F.C. Chen dans [HSI00]. Ils expliquent que le coût algorithmique du filtre global est minimum lorsque la matrice de transition comporte le maximum de blocs indépendants. Ceci est le cas lorsque les équations d'évolution des paramètres sont indépendantes et de la forme $\gamma[k] = C[k]\gamma[k-1]$.

La réduction du coût de calcul est donc d'environ $12(n^2p + np^2)$. Ainsi, plus le nombre de paramètres à estimer est grand et plus l'utilisation de l'OMSKE devient nécessaire. De plus, cette réduction du calcul s'accompagne d'une amélioration de la stabilité numérique du filtre. L'utilisation de deux sous-systèmes d'ordre n et p dans le cas de l'OTSKE comparée à une manipulation de matrices d'ordre $n+p$ dans le cas d'un filtre de Kalman étendu classique permet une réduction de la propagation des erreurs d'arrondi et donc une augmentation de la stabilité numérique du filtre. En effet, il est conseillé de manipuler plusieurs sous-systèmes d'ordre peu élevés, plutôt qu'un système unique pouvant conduire à un mauvais conditionnement de matrices [HSI00].

Cette structure permet aussi une réduction du temps de calcul par l'emploi de deux calculateurs en parallèle (couplés) ayant chacun une partie du travail à effectuer.

Le filtrage multi-niveaux présente également un avantage lorsque les paramètres et les entrées inconnues varient peu par rapport à l'état de départ \hat{X} . Ainsi, il peut être intéressant de ne réactualiser, par exemple, qu'une fois sur dix ou cent l'état augmenté $\hat{\gamma}$. Cette nouvelle stratégie s'accompagne une nouvelle fois

d'une réduction du calcul et on peut envisager le calcul des deux parties sur des calculateurs ayant des performances distinctes. Par exemple, on calculerait l'état \bar{X} sur un DSP et le calcul des paramètres et entrées inconnues serait reporté sur un microcontrôleur bon marché.

En conclusion, le filtrage de Kalman à deux niveaux permet une réduction du coût de calcul et s'accompagne donc d'une augmentation de la stabilité numérique de l'estimateur. De plus, cette nouvelle structure montre très clairement que l'état augmenté $\hat{\gamma}$ peut être calculé séparément du calcul de l'état \bar{X} , ce qui ne se voit pas forcément avec les équations classiques du filtre. Ainsi, de nouvelles stratégies algorithmiques peuvent être mises en œuvre.

1.6.3.2.3 Filtre de Kalman entrelacé

1.6.3.2.3.1 Objectifs. L'objectif du filtrage entrelacé est de réduire la complexité algorithmique du filtre en subdivisant le système global en m sous-systèmes couplés. On parallélise donc m filtres de Kalman conventionnels. Ainsi, un sous-système considère les $m - 1$ autres sous-vecteurs d'état comme étant des entrées connues. L'ensemble de ces $m - 1$ sous-vecteurs d'état n'étant pas évalué en même temps que le sous-vecteur que nous calculons, leurs estimations à l'instant k sont remplacées par leurs estimations à l'instant précédent ($k - 1$). Cette approximation introduite est compensée par une augmentation des coefficients des matrices de variance-covariance des bruits d'état [GLI99A, GLI99B].

1.6.3.2.3.2 Découplage des équations du filtre. En considérant $X[k]$ un vecteur d'état décomposable en m sous-vecteurs d'état couplés, on peut écrire le système d'équations discrètes suivant :

$$\begin{bmatrix} X^{(1)}[k] \\ X^{(2)}[k] \\ \vdots \\ X^{(m)}[k] \end{bmatrix} = \tilde{A}(X[k-1]) \begin{bmatrix} X^{(1)}[k-1] \\ X^{(2)}[k-1] \\ \vdots \\ X^{(m)}[k-1] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f^{(1)}(X^{(2)}[k-1], \dots, X^{(m)}[k-1]) \\ f^{(2)}(X^{(1)}[k-1], X^{(3)}[k-1], \dots, X^{(m)}[k-1]) \\ \vdots \\ f^{(m)}(X^{(1)}[k-1], \dots, X^{(m-1)}[k-1]) \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} g^{(1)}(X^{(2)}[k-1], \dots, X^{(m)}[k-1]) \\ g^{(2)}(X^{(1)}[k-1], X^{(3)}[k-1], \dots, X^{(m)}[k-1]) \\ \vdots \\ g^{(m)}(X^{(1)}[k-1], \dots, X^{(m-1)}[k-1]) \end{bmatrix} U[k-1] + \begin{bmatrix} \xi^{(1)}[k-1] \\ \xi^{(2)}[k-1] \\ \vdots \\ \xi^{(m)}[k-1] \end{bmatrix} \quad (1.54)$$

où la matrice $\tilde{A}(X)$ est diagonale par blocs et linéairement dépendante de ses arguments. Le $i^{\text{ème}}$ bloc a donc la structure suivante :

$$\forall i, \quad \tilde{A}^{(i)}(X[k]) = A^{(i)} + \sum_{j=1, j \neq i}^m F^{(ij)}(X^{(j)}[k]) \quad (1.55)$$

L'équation de sortie s'écrit $Y[k] = \Gamma(X^{(1)}[k-1], X^{(2)}[k-1], \dots, X^{(m)}[k-1])$, où Γ dépend linéairement de ses arguments. Ainsi, on peut écrire l'expression suivante :

$$\forall i, \quad Y[k] = C^{(i)}(X^{(1)}[k], \dots, X^{(i-1)}[k], X^{(i+1)}[k], \dots, X^{(m)}[k])X^{(i)}[k] \\ + D^{(i)}(X^{(1)}[k], \dots, X^{(i-1)}[k], X^{(i+1)}[k], \dots, X^{(m)}[k]) \quad (1.56)$$

La sous-matrice $C^{(i)}$ doit être nécessairement non nulle pour que la condition d'observabilité locale du $i^{\text{ème}}$ sous-vecteur d'état soit respectée.

1.6.3.2.3.3 Equations du filtre entrelacé. A titre d'exemple, nous allons décrire brièvement la démarche de conception de ce filtre dans le cas particulier où m est égal à 2. Cette démarche peut être généralisée sans difficulté majeure à m sous-systèmes. Soit deux systèmes couplés :

$$\begin{cases} Z[k] = (A^{(1)} + F^{(12)}(\Theta[k-1]))Z[k-1] + f^{(1)}(\Theta[k-1]) + g^{(1)}(\Theta[k-1])U[k-1] + \xi^{(1)}[k-1] \\ \Theta[k] = (A^{(2)} + F^{(21)}(Z[k-1]))\Theta[k-1] + f^{(2)}(Z[k-1]) + g^{(2)}(Z[k-1])U[k-1] + \xi^{(2)}[k-1] \end{cases} \quad (1.57)$$

Etant donné que $F^{(ij)}$ est linéairement dépendant de ses arguments, alors il existe une matrice Φ telle que :

$$\begin{cases} F^{(12)}(\Theta[k])Z[k] = \Phi^{(12)}(Z[k])\Theta[k] \\ F^{(21)}(Z[k])\Theta[k] = \Phi^{(21)}(\Theta[k])Z[k] \end{cases} \quad (1.58)$$

et l'on peut aussi écrire :

$$\begin{cases} Y[k] = C^{(1)}(\Theta[k])Z[k] + D^{(1)}(\Theta[k]) \\ \quad = C^{(2)}(Z[k])\Theta[k] + D^{(2)}(Z[k]) \end{cases} \quad (1.59)$$

L'estimation de \hat{Z} suppose $\hat{\Theta}$ comme étant un vecteur connu et vice-versa. L'estimation passe toujours par deux étapes, une première étape de prédiction et une seconde étape de correction :

- Etape de prédiction de $Z[k]$:

$$\begin{aligned} \hat{Z}[k|k-1] &= A^{(1)}\hat{Z}[k-1|k-1] + \Phi^{(12)}(\hat{Z}[k-1|k-1])\hat{\Theta}[k-1|k-1] + f^{(1)}(\hat{\Theta}[k-1|k-1]) \\ &\quad + g^{(1)}(\hat{\Theta}[k-1|k-1])U[k-1] \end{aligned} \quad (1.60)$$

- Etape de correction de $\hat{Z}[k|k-1]$:

$$\hat{Z}[k|k] = \hat{Z}[k|k-1] + K[k]^{(1)}(Y[k] - (C^{(1)}(\hat{\Theta}[k|k-1])\hat{Z}[k|k-1] + D^{(1)}(\hat{\Theta}[k|k-1]))) \quad (1.61)$$

Le calcul des gains de correction, ainsi que des matrices de variance-covariance d'erreur de prédiction et d'estimation d'un prédictor de Kalman à un pas est proposé dans l'article de L. Glielmo, R. Setola et F. Vasca [GLI99A], et l'ensemble de ces équations peut se résumer par le schéma (1.11).

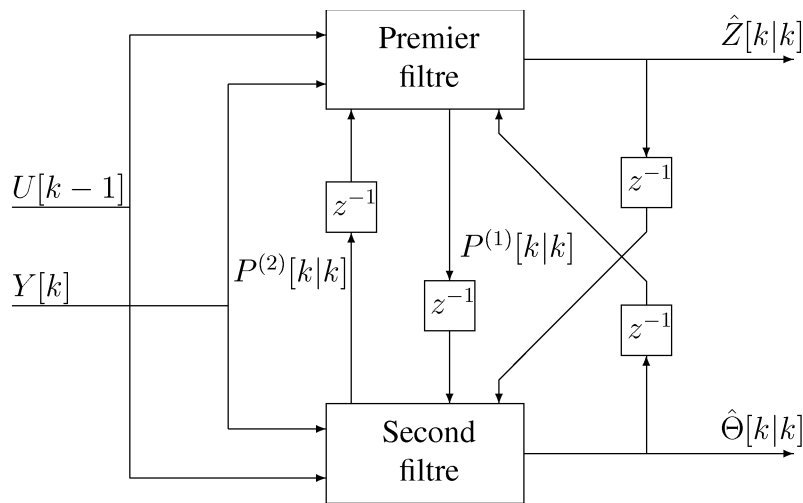


Figure 1.11: Représentation du filtrage de Kalman IEKF dans le cas particulier où m est égal à deux.

L'étude des performances de l'IEKF (Interlaced Extended Kalman Filter) est accompagnée d'une analyse de la convergence [GLI99B] établie à partir des résultats de l'article de M. Boutayeb et al [BOU97].

1.6.3.2.3.4 Conclusion sur le filtrage de Kalman entrelacé. Cette décomposition n'est possible qu'à condition que la matrice \tilde{A} soit diagonale par blocs. C'est-à-dire que les paramètres estimés doivent être décrits par la relation d'évolution $\Theta[k] = C[k-1]\Theta[k-1]$. Dans le cas contraire, l'algorithme n'est pas applicable.

1.6.3.2.4 Conclusion sur les algorithmes rapides. Parmi les trois estimateurs d'état décrits, le filtrage de Kalman multi-niveaux et le filtrage de Kalman entrelacé nous paraissent être les plus avantageux pour leur structure. En effet, le découplage bien visible de ces deux estimateurs permet d'écrire aisément un algorithme d'estimation de paramètres comportant une réactualisation des paramètres une fois sur cent (par exemple) par rapport à l'état principal. Ceci n'étant évidemment possible que lorsque la variation des paramètres est lente devant l'évolution de l'état principal.

1.7 Conclusion

Ce premier chapitre a permis de faire une synthèse non exhaustive des travaux anciens et récents concernant le filtrage de Kalman. Un rappel a été fait sur les thématiques suivantes :

- le principe du filtrage de Kalman.
- les moyens de réglage de l'estimateur.
- les problèmes liés à la résolution des équations matricielles du filtre et qui ont pour conséquence une modification du comportement du filtre.
- l'amélioration des performances algorithmiques pouvant se décomposer en deux catégories :
 - réduction des erreurs d'arrondi pour accroître la stabilité numérique du filtre.
 - réduction de la complexité algorithmique afin d'envisager son implantation sur des processeurs moins performants, ou bien encore, conserver un processeur déjà employé et utiliser alors le temps gagné pour l'amélioration de la qualité des grandeurs reconstruites par l'estimation des paramètres et/ou des perturbations (entrées inconnues).

Nous avons omis dans ce premier chapitre un point important concernant l'analyse de l'observabilité, condition essentielle devant être vérifiée avant de commencer une étude. Elle est abordée dans chaque cas particulier développé dans les chapitres suivants.

Parmi les améliorations possibles du filtre de Kalman citées dans cette partie, les travaux de la thèse ont contribué :

- au réglage automatique du filtre dans trois applications.
- à la réduction du coût algorithmique dans le cas particulier de l'estimation du flux rotorique et de la vitesse d'une machine asynchrone.
- à l'application du filtrage de Kalman à deux niveaux pour l'estimation de la vitesse d'une machine asynchrone.

Chapitre 2

Filtrage de la mesure de position pour l'estimation de la vitesse

2.1 Introduction

L'objectif de ce second chapitre est d'appliquer le principe du filtrage de Kalman présenté au précédent chapitre sur un problème en plein développement actuellement, à savoir la réduction des bruits de mesure [MAR98]. Ce chapitre est composé principalement de trois parties. Tout d'abord, le principe technologique des deux capteurs de position les plus courants est rappelé. Différentes méthodes d'estimation (filtrage) de la vitesse issues de la mesure d'une position sont examinées. La dernière partie aborde une nouvelle méthode d'estimation de la position et de la vitesse du rotor d'une machine électrique dérivée d'un capteur de position absolue ou incrémental. Cette méthode permet de réaliser une estimation précise de la vitesse ou de la position à partir d'un capteur standard avec un coût de calcul relativement faible. Des résultats expérimentaux du filtre valident l'approche retenue.

Les résultats de ce chapitre ont fait l'objet d'un article au congrès ELECTRIMACS 1999 [HIL99].

2.2 Capteurs digitaux

La mesure de position et de vitesse issue d'un capteur est un mot binaire codé sur N bits. Il n'y a donc pas lieu d'utiliser des CAN pour délivrer le signal à un ordinateur. L'information de position est quantifiée, un nombre limité de positions peuvent donc être distinguées. Ainsi, la résolution du capteur est toujours finie et dépend du nombre N de bits. Dans la majorité des cas, l'information est codée sur 11 à 13 bits.

Les capteurs de mesure de position utilisés dans l'industrie sont le plus souvent des capteurs incrémentaux. Les capteurs absolus sont beaucoup moins courants. En effet, les capteurs incrémentaux nécessitent seulement 6 voies pour alimenter et recevoir les informations issues du capteur (tension d'alimentation 15V, masse, voies A , \overline{A} , B et \overline{B}), tandis qu'un capteur de position absolue nécessite $N + 2$ voies (tension d'alimentation 15V, masse et les N voies).

2.2.1 Capteurs absolus

Les capteurs absolus sont, dans le cas des déplacements rotatifs, constitués d'un disque divisé en N surfaces égales. Ces différents disques permettent de coder l'information de position sur N bits. La figure (2.1) représente un codeur sur 8 bits. On aperçoit des surfaces opaques ou translucides (capteur à lecture optique) permettant la lecture du mot binaire.

L'information de position n'est pas codée en binaire naturel. Ce type de codage présenterait des changements simultanés de plusieurs bits lorsque l'on change de secteur sur le disque. On utilise donc d'autres codages : le codage en code Gray (ou binaire réfléchi), ou le codage en BCD en utilisant des dispositifs de

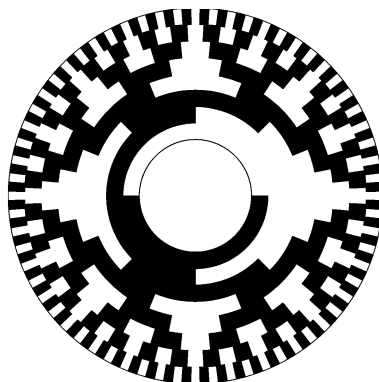


Figure 2.1: Capteur de position absolue.

lecture supplémentaires (codeurs à lecture commandés, à double balayage). Le code Gray est le plus utilisé. Il faut cependant convertir ultérieurement le mot en binaire naturel par l'intermédiaire d'un circuit logique afin de fournir l'information au calculateur.

2.2.2 Capteurs incrémentaux

Les codeurs incrémentaux sont moins complexes que les capteurs absolus. Ils nécessitent essentiellement deux pistes constituées de zones opaques et translucides. Le capteur délivre généralement 2^N impulsions par tour et permet de discriminer le sens de rotation (fronts montants de la voie A en avance ou en retard par rapport aux fronts montants de la voie B).

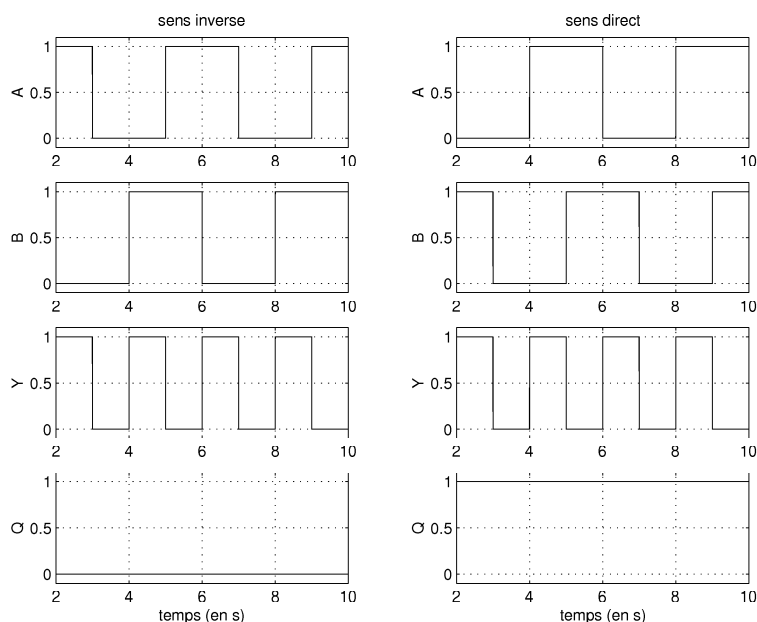


Figure 2.2: Capteur de position incrémental.

Le comptage des impulsions peut être réalisé à partir d'un compteur modulo N , mais il est aussi possible d'utiliser des composants du type HCTL-20xx d'Agilent¹ délivrant directement le mot binaire naturel. Ils ont la particularité d'être peu sensibles aux bruits environnants. Ils ne peuvent délivrer cependant le mot

¹<http://www.semiconductor.agilent.com/motion/app-index.html>

binaire qu'en deux temps, ce qui n'est pas envisageable dans notre cas : la carte comportant le calculateur est déjà réalisée et nécessite l'acquisition du mot binaire complet en une seule passe.

Nous avons donc développé une carte supplémentaire (voir schéma de principe figure (2.3)) à la carte du calculateur afin de compter le nombre d'impulsions. Il est possible de multiplier la résolution du capteur par deux en utilisant une porte logique "OU exclusif". Le sens de rotation est déterminé à l'aide d'une bascule D. L'une des voies est mise en entrée de la bascule D tandis que l'autre voie sert d'horloge.

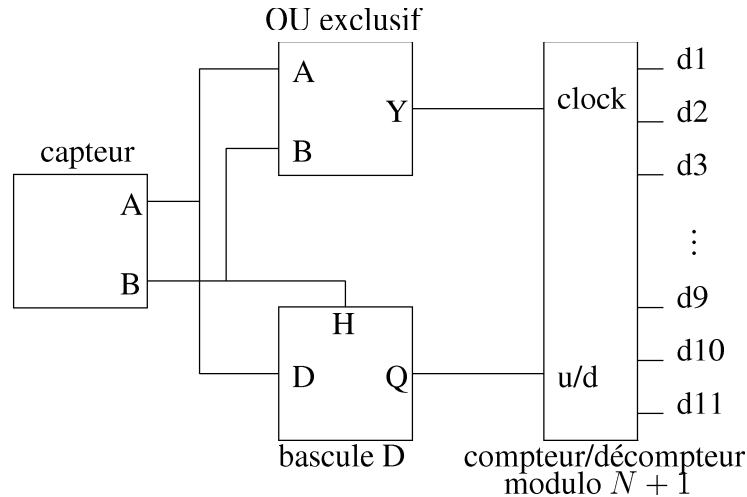


Figure 2.3: Principe de la carte annexe au calculateur.

2.3 Comparaison des différentes approches de filtrage de la mesure de la position

Les méthodes de raisonnement en Génie Electrique sont basées la plupart du temps sur des concepts déterministes et ont été largement utilisées pour résoudre les problèmes d'estimation de la vitesse. Comme nous pouvons le voir dans [BRO92, BEN96, OVA98], les méthodes déterministes peuvent être divisées en trois groupes :

- Filtres à réponse impulsionnelle finie RIF
- Filtres à réponse impulsionnelle infinie RII
- Observateurs

Nous allons décrire ces différentes méthodes afin de mettre en évidence le coût algorithmique, l'emplacement mémoire nécessaire et l'efficacité du filtrage dans le cas d'estimateurs de type "durée fixée" [BRO92, SER00].

Il existe des estimateurs de type "distance fixée" pour lesquels la distance entre deux mesures est connue et la durée nécessaire pour parcourir cette distance est mesurée. Les estimateurs de type "durée fixée" ont une durée connue entre deux acquisitions. On mesure la distance parcourue entre ces deux instants.

2.3.1 Filtres à réponse impulsionnelle finie RIF

La vitesse et l'accélération peuvent être estimées en appliquant des filtres à réponse impulsionnelle finie à partir de la mesure de position. Ces filtres sont obtenus à partir d'un développement en série de Taylor de

la position au voisinage de l'instant $n T_e$. Par exemple, un développement au troisième ordre donne :

$$\theta(kT_e + \tau) \approx \theta(kT_e) + \frac{d\theta}{dt}(kT_e) \tau + \frac{d^2\theta}{dt^2}(kT_e) \frac{\tau^2}{2} + \frac{d^3\theta}{dt^3}(kT_e) \frac{\tau^3}{6} \quad (2.1)$$

Pour des grandeurs échantillonnées $\tau = nT_e$, cette expression devient

$$\theta[k + n] \approx \theta[k] + \Omega[k] T_e n + \gamma[k] T_e^2 \frac{n^2}{2} + \delta[k] T_e^3 \frac{n^3}{6}$$

où θ , Ω , γ et δ représentent la position, la vitesse, l'accélération et la dérivée de l'accélération respectivement.

En écrivant cette expression pour $n = -1$, $n = -2$ et $n = -3$, cela conduit à un système linéaire :

$$\begin{pmatrix} 1 & -1/2 & 1/6 \\ 2 & -4/2 & 8/6 \\ 3 & -9/2 & 27/6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Omega[k] T_e \\ \gamma[k] T_e^2 \\ \delta[k] T_e^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta[k] - \theta[k-1] \\ \theta[k] - \theta[k-2] \\ \theta[k] - \theta[k-3] \end{pmatrix}$$

dont la solution est :

$$\begin{pmatrix} \Omega[k] T_e \\ \gamma[k] T_e^2 \\ \delta[k] T_e^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -3/2 & 1/3 \\ 5 & -4 & 1 \\ 3 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta[k] - \theta[k-1] \\ \theta[k] - \theta[k-2] \\ \theta[k] - \theta[k-3] \end{pmatrix}$$

Les expressions de $\Omega[k] T_e$ et $\gamma[k] T_e^2$ obtenue pour différents ordres de développement sont résumées ci-dessous :

ordre	$\Omega[k] T_e$
1	$\theta[k] - \theta[k-1]$
2	$1.5 \theta[k] - 2 \theta[k-1] + 0.5 \theta[k-2]$
3	$\frac{11}{6} \theta[k] - 3 \theta[k-1] + \frac{3}{2} \theta[k-2] - \frac{1}{3} \theta[k-3]$
4	$\frac{25}{12} \theta[k] - 4 \theta[k-1] + 3 \theta[k-2] - \frac{4}{3} \theta[k-3] + \frac{1}{4} \theta[k-4]$

ordre	$\gamma[k] T_e^2$
2	$\theta[k] - 2 \theta[k-1] + \theta[k-2]$
3	$2 \theta[k] - 5 \theta[k-1] + 4 \theta[k-2] - \theta[k-3]$
4	$\frac{35}{12} \theta[k] - \frac{26}{3} \theta[k-1] + \frac{19}{2} \theta[k-2] - \frac{14}{3} \theta[k-3] + \frac{11}{12} \theta[k-4]$

Les filtres RIF utilisés pour déterminer la vitesse sont une approximation d'un filtre dérivateur du premier ordre $j2\pi f T_e$. Ils sont incorrects pour les hautes fréquences (manque de filtrage des signaux hautes fréquences) comme nous pouvons le voir sur la figure (2.4.a).

2.3.1.1 Filtrés à fenêtre glissante ou bloquée

Généralement, le choix d'une période d'échantillonnage pour les boucles de régulation dépend du temps de réponse désiré. Ainsi, la période d'échantillonnage "électrique" T_e de la boucle de courant est le plus souvent plus petite que la période d'échantillonnage T_ω de la boucle de vitesse.

La méthode de la fenêtre bloquée consiste à estimer la vitesse à chaque période d'échantillonnage mécanique. Celle-ci est donc supposée constante sur cette période T_ω . L'introduction de retards trop importants dans les boucles de régulation provoque l'apparition du phénomène de "chattering" (broutement) sur les grandeurs de commandes et les grandeurs électriques même si les bruits sur l'estimation de la vitesse sont réduits en régime permanent.

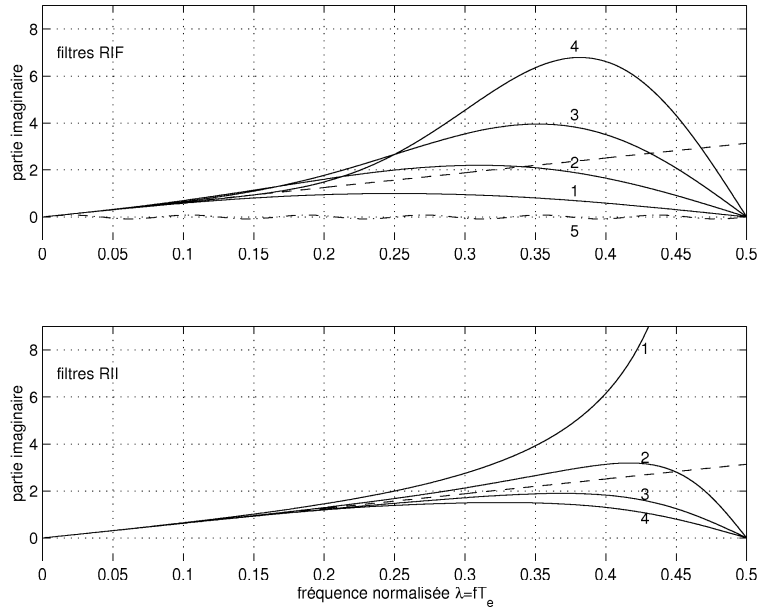


Figure 2.4: Réponse fréquentielle des filtres RIF et RII.

Il est alors possible d'utiliser une méthode voisine à la méthode de la fenêtre bloquée en mesurant la position à chaque période d'échantillonnage électrique et en conservant la période d'échantillonnage mécanique entre deux mesures de la position pour le calcul de la vitesse. Le principe de cette méthode consiste à utiliser une fenêtre glissante pour la position. Cette fenêtre est composée de N mesures de la position où l'entier N est défini par [GAY96, SER00] :

$$N = \frac{T_\omega}{T_e} \quad (2.2)$$

A chaque instant d'échantillonnage électrique, la fenêtre est mise à jour (buffer circulaire) [SMI99]. Un estimateur possible devient ainsi :

$$\hat{\Omega}[k] = \frac{\theta[k] - \theta[k - N]}{N T_e} = \frac{\theta[k] - \theta[k - N]}{T_\omega} \quad (2.3)$$

La réponse fréquentielle de ce filtre est représentée à la figure (2.4.a) (courbe 5) pour une valeur de N égale à 12. Elle correspond à une approximation d'un filtre dérivateur du premier ordre pour les très basses fréquences, et filtre mieux les signaux hautes fréquences par rapport aux autres filtres RIF.

2.3.2 Filtres à réponse impulsionnelle infinie RII

Les filtres à réponse impulsionnelle infinie peuvent être aussi utilisés pour approximer un dérivateur du premier ou second ordre. Ils peuvent être obtenus à partir d'une transformation de p vers z [SKG91] :

ordre	$s T_e$
1	$2 \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$
2	$2 \frac{1-z^{-1}}{5+8z^{-1}-z^{-2}}$
3	$24 \frac{1-z^{-1}}{9+19z^{-1}-5z^{-2}+z^{-3}}$
4	$720 \frac{1-z^{-1}}{251+646z^{-1}-264z^{-2}+106z^{-3}-19z^{-4}}$

La partie imaginaire de la réponse fréquentielle de ces filtres est représentée à la figure (2.4), conduisant à la même conclusion qu'auparavant.

2.3.3 Observateurs

Outre les techniques précédemment citées, les observateurs continus et discrets ont également été utilisés [LOR91, BEL92]. Ces observateurs de Luenberger sont très proches du filtre de Kalman stationnaire, excepté pour les pôles de l'observateur qui doivent être déterminés (librement) par le concepteur.

Kweon et Hyun [KWE98] proposent un filtre de Kalman étendu au couple de charge (perturbation) et un estimateur des paramètres mécaniques (J et f) basé sur la méthode des moindres carrés récurrents étendus (RELS), afin d'augmenter la précision du capteur mécanique et les performances dynamiques. L'estimation du moment d'inertie \hat{J} permet d'accroître les performances de la régulation de vitesse grâce à l'adaptation des paramètres. Elle est également utilisée à chaque pas de calcul dans le filtre de Kalman afin d'augmenter la précision des estimations.

Les équations du filtre de Kalman sont basées sur l'équation mécanique $Jd\Omega/dt = C_{em} - C_r - f\Omega$ en supposant que le couple de charge n'évolue pas entre deux pas de calcul ($dC_r/dt = 0$). Ainsi on obtient l'équation d'état continu suivante :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Omega \\ \theta \\ C_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{f}{J} & 0 & -\frac{1}{J} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega \\ \theta \\ C_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} (C_{em})_{ref} \\ y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega \\ \theta \\ C_r \end{bmatrix} \end{cases} \quad (2.4)$$

Ce système d'ordre augmenté et discrétisé est utilisé dans l'algorithme classique du filtre de Kalman avec comme matrice de variance des bruits de mesures $R = q^2/12$ (q étant la quantification due au capteur) et comme matrices de variance-covariance des bruits d'états $Q = \text{diag}(q_\Omega, q_\theta, q_{C_r})$. Ces valeurs sont correctement choisies en fonction des caractéristiques du capteur de position (précision du capteur) et de la dynamique d'estimation souhaitée.

Les résultats expérimentaux présentés dans l'article [KWE98] montrent le comportement d'un variateur de vitesse pour des vitesses de l'ordre de 1 tr/min à 100 tr/min. L'estimation de la vitesse à partir du filtre de Kalman et d'un capteur absolu d'une résolution de 1024 impulsions par tour donne des résultats en régime statique comparables à ceux issus d'un capteur de haute résolution (25000 impulsions par tour). Par contre, les résultats en régime dynamique sont insuffisants : les rejets de perturbation sont trop lents à cause de la faible précision des valeurs des paramètres mécaniques [KWE98].

Ainsi, l'estimation de ces paramètres (\hat{J} et \hat{f}) par la méthode des moindres carrés récurrents permet de résoudre le problème du rejet des perturbations. L'algorithme des moindres carrés récurrents utilise l'équation mécanique où les paramètres mécaniques J et f sont une combinaison linéaire de l'état et des mesures. La discrétisation de cette équation donne $\Omega(z) = \frac{b_1}{1-a_1z^{-1}}(K_t I_{sq} - C_r)$ avec $a_1 = e^{\frac{-fT_e}{J}}$ et $b_1 = \frac{1-a_1}{f}$. En effet, le couple électromagnétique est fonction du courant statorique d'axe q et suit la relation $C_{em} = K_t I_{sq}$. En posant : $\Theta[k] = [a_1 \ b_1]^t$ et $\Phi^t[k] = [\Omega[k-1] \ K_t I_{sq} - C_r]$, on obtient :

$$\Omega[k] = \Phi^t[k]\Theta[k] \quad \Longleftrightarrow \quad \Theta[k] = (\Phi[k]\Phi^t[k])^{-1}\Phi[k]\Omega[k] \quad (2.5)$$

2.4 Application du filtre de Kalman à l'estimation de la vitesse et de la position

L'application du filtre de Kalman à l'estimation de la vitesse et de la position est issue de deux idées de base :

- La mesure de position discrète $y(t)$ donnée par ce capteur est la somme de la position réelle $\theta(t)$ et d'une erreur de troncature $w(t)$, dont l'amplitude dépend de la quantification q , fonction de la résolution N du capteur :

$$y(t) = \theta(t) + w(t), \quad \text{avec} \quad -\frac{q}{2} < w(t) < +\frac{q}{2} \quad \text{et} \quad q = \frac{360}{2^N} \quad (2.6)$$

Cette erreur de troncature peut être considérée comme un bruit de quantification, faisant de la sortie $y(t)$ la sortie d'un processus stochastique.

- La position réelle peut être assignée à suivre un modèle d'évolution à vitesse presque constante (paragraphe 2.4.2) ou un modèle d'évolution à accélération presque constante (paragraphe 2.4.3).

Ces deux points conduisent naturellement à l'utilisation d'un observateur stochastique (filtre de Kalman) pour l'estimation de la vitesse et l'augmentation de la précision de la position angulaire. Cet estimateur a seulement un degré de liberté dont la valeur est choisie pour obtenir un bon fonctionnement dans des conditions d'utilisation données.

2.4.1 Modèle à vitesse presque constante

Si la vitesse du rotor est constante, la position angulaire croît linéairement en fonction du temps, $\theta(t) = \Omega t + \theta(0)$. Elle conduit à la relation $\theta[k] = \theta[k-1] + \Omega T_e$ entre deux mesures discrètes de la position $\theta[k] = \theta(kT_e)$ et $\theta[k-1] = \theta((k-1)T_e)$, T_e étant la période d'échantillonnage. Afin d'autoriser des variations et des transitoires de vitesse, des variations aléatoires de l'incrément de position angulaire ΩT_e sont autorisées.

2.4.1.1 Equation d'état du système

Cette hypothèse conduit à un modèle d'état d'ordre 2. Si la position $\theta[k]$ et l'incrément de position angulaire ΩT_e sont choisis comme variables d'état, $x_1[k] = \theta[k]$ et $x_2[k] = \Omega T_e$, ce modèle d'état peut s'écrire :

$$\begin{cases} X[k] = A X[k-1] + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} v[k], \\ y[k] = C X[k] + w[k] \end{cases} \quad (2.7)$$

avec $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $X[k] = \begin{pmatrix} x_1[k] \\ x_2[k] \end{pmatrix}$ et $C = (1 \quad 0)$

où $y[k]$ est la mesure de position discrète. Le bruit d'état $v[k]$ autorise des variations de la vitesse, avec une amplitude déterminée par la variance du bruit σ_v^2 . Ce paramètre σ_v^2 est le seul degré de liberté du modèle, car le bruit de quantification peut être considéré comme une variable aléatoire avec une densité de probabilité comprise entre $-\frac{q}{2}$ et $+\frac{q}{2}$. Sa variance est alors égale à $\sigma_w^2 = \frac{q^2}{12}$ et est donc complètement déterminée par la résolution du codeur.

2.4.1.2 Filtre de Kalman

Après avoir vérifié l'observabilité du modèle (voir [LEV96], p 251), un filtre de Kalman stationnaire (voir chapitre 1, §1.3.3.2) est construit. De l'équation (1.4), on en déduit :

$$\begin{cases} \hat{x}_{1p}[k] &= \hat{x}_1[k-1] + \hat{x}_2[k-1] \\ \hat{x}_1[k] &= \hat{x}_{1p}[k] + k_1 \times (y[k] - \hat{x}_{1p}[k]) \\ \hat{x}_2[k] &= \hat{x}_2[k-1] + k_2 \times (y[k] - \hat{x}_{1p}[k]), \end{cases} \quad (2.8)$$

où $\hat{x}_1[k]$ est la position estimée et $\theta[k]$, $\hat{x}_{1p}[k]$ est une prédiction de la position angulaire à l'instant $k T_e$, calculée à partir des informations de l'instant $(k-1) T_e$. $\hat{x}_2[k]$ est une estimation de l'incrément de position ΩT_e . Les gains k_1 et k_2 sont les valeurs finales de la matrice de gains K définie par :

$$\begin{cases} P_p[k] &= A P[k-1] A^T + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\Omega^2 \end{pmatrix} \\ K[k] &= P_p[k] C^T (C P_p[k] C^T + \sigma_w^2)^{-1} \\ P[k] &= P_p[k] - K[k] C P_p[k] \\ \lim_{k \rightarrow +\infty} K[k] &= \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \end{pmatrix}, \end{cases} \quad (2.9)$$

D'un point de vue algorithmique, le filtre de Kalman défini par les équations (2.8) nécessite quatre additions et deux multiplications par période d'échantillonnage et demande trois places mémoires et deux constantes. Mais en pratique, les lois de saturation du codeur doivent être prises en compte : les positions angulaires réelles et mesurées sont toujours comprises entre 0 et 360°. Cela nécessite deux comparaisons et parfois une addition par période d'échantillonnage. Ainsi, le coût algorithmique de ce filtre de Kalman sous-optimal reste modeste.

Ce filtre de Kalman stationnaire est caractérisé par les deux gains k_1 et k_2 . Comme nous pouvons le voir sur la figure (2.5.a) et dans le cas particulier d'un codeur à 11 bits, les deux gains sont toujours compris entre 0 et 1 et augmentent lorsque la variance du bruit d'état σ_Ω^2 augmente. Il est aussi possible de tracer la résolution équivalente N' du capteur de position absolue combiné au filtre de Kalman stationnaire en fonction du bruit d'état σ_Ω^2 sur la vitesse. Cette résolution équivalente est obtenue en considérant la variance d'erreur d'estimation de la position $P(1, 1)$ comme étant la variance du nouveau bruit de quantification. Ainsi, la résolution équivalente est égale à $N' = \log_2 \left(\frac{360}{\sqrt{12 P(1,1)}} \right)$.

La figure (2.6) représente la résolution équivalente pour un codeur de 11 bits. La démonstration ci-dessous montre que la résolution équivalente est toujours plus grande que la résolution du codeur seul. Cela signifie que le filtre de Kalman ne peut qu'augmenter la précision du capteur.

Si nous définissons les quantités normalisées $Q_n = \frac{Q}{\sigma_w^2}$, $P_n = \lim_{k \rightarrow +\infty} \frac{P[k]}{\sigma_w^2}$, $P_{pn} = \lim_{k \rightarrow +\infty} \frac{P_p[k]}{\sigma_w^2}$, les expressions du système d'équation (2.9) deviennent :

$$P_{pn} = A P_n A^T + Q_n \quad (2.10)$$

$$K = \frac{P_{pn} C^T}{C P_{pn} C^T + 1} = \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

$$P_n = P_{pn} - K C P_{pn} \quad (2.12)$$

Nous pouvons définir: $P_n = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{22} \end{pmatrix}$ conduisant à :

$$\begin{cases} k_1 &= p_{11} = \frac{p_{11} + 2 p_{12} + p_{22}}{p_{11} + 2 p_{12} + p_{22} + 1} \\ k_2 &= p_{12} = \frac{p_{12} + p_{22}}{p_{11} + 2 p_{12} + p_{22} + 1} \end{cases} \quad (2.13)$$

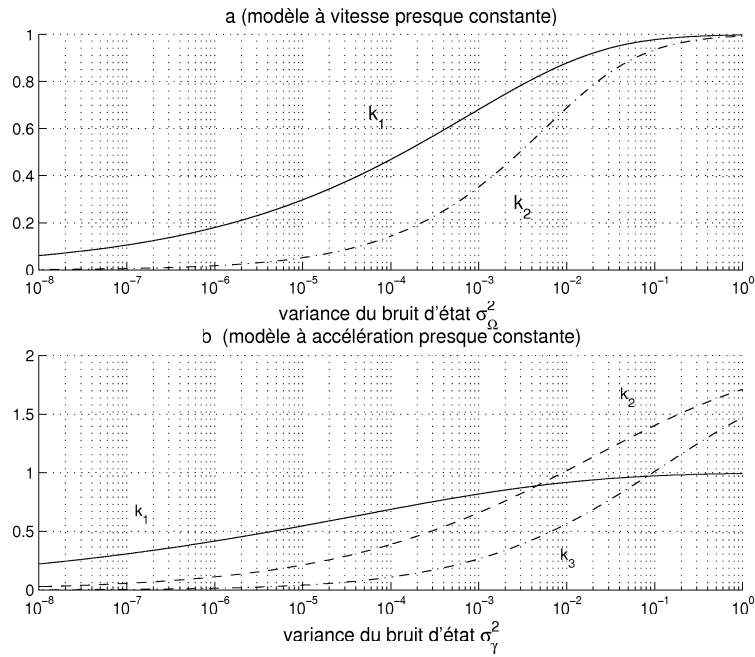


Figure 2.5: Gains des filtres de Kalman sous-optimaux.

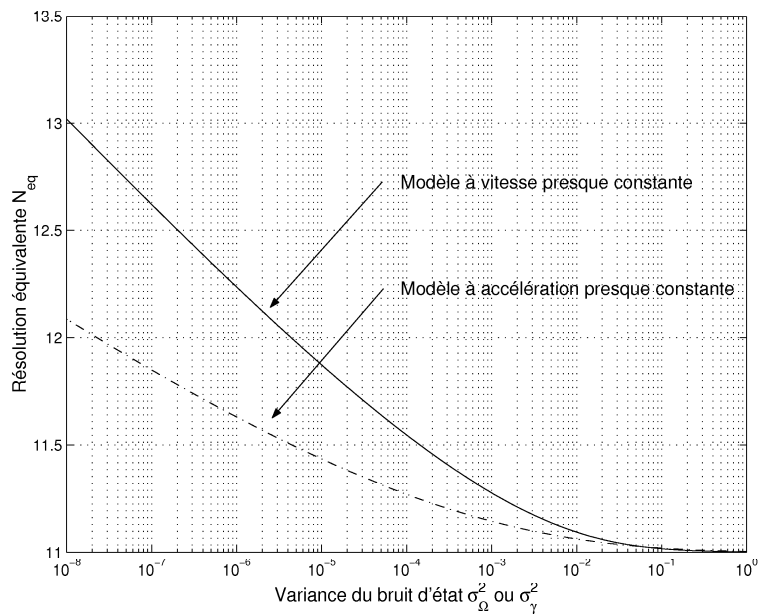


Figure 2.6: Résolution équivalente des filtres de Kalman sous-optimaux associés au capteur de position.

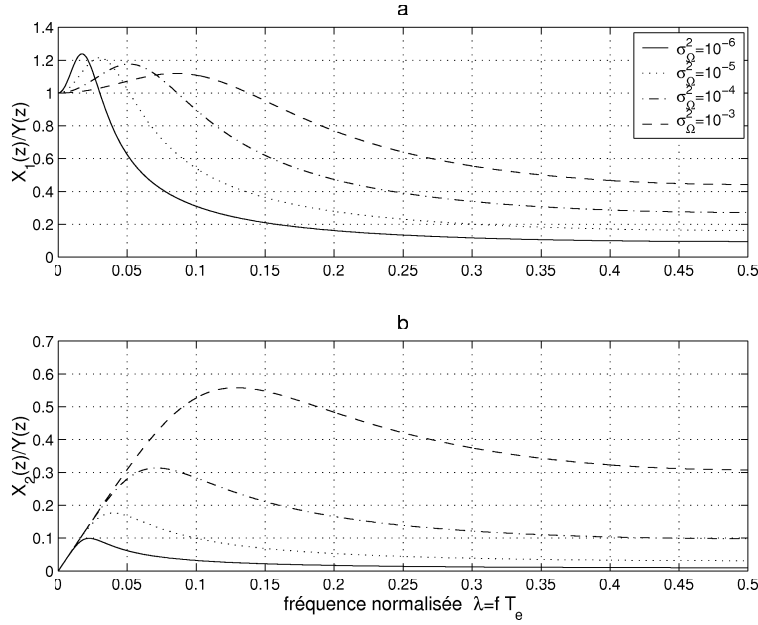


Figure 2.7: Réponse fréquentielle de l'estimateur de position et de vitesse (modèle 2).

Etant donné que $p_{11} + 2p_{12} + p_{22} > 0$, ces équations montrent que $0 \leq k_1 \leq 1$, $0 \leq k_2 \leq 1$ et $0 \leq p_{11} \leq 1$. La dernière équation signifie que le filtre de Kalman ne peut qu'augmenter la précision de l'estimation de la position, comparée à une mesure seule $y[k]$. Si $p_{11} = \frac{P(1,1)}{q^2/12} \leq 1$, cela signifie aussi que $N' = \log_2 \left(\frac{360}{\sqrt{12P(1,1)}} \right) > N$. Pour des valeurs de σ_Ω^2 proches de 10^{-5} , la résolution est augmentée de presque 1 bit. En d'autres termes, l'erreur de position est divisée par deux en régime permanent.

Puisque cet estimateur est linéaire et stationnaire, il peut être étudié d'un point de vue déterministe par sa réponse fréquentielle. La figure (2.7.a) montre la réponse fréquentielle de l'estimateur de position pour des valeurs de σ_Ω^2 de 10^{-6} , 10^{-5} , 10^{-4} et 10^{-3} . Cet estimateur est essentiellement un filtre passe-bas avec une fréquence de coupure augmentant avec la variance de σ_Ω^2 , et avec une résonance non souhaitée. La figure (2.7.b) représente la réponse fréquentielle de l'estimateur de vitesse pour les mêmes valeurs de σ_Ω^2 que précédemment. Aux basses fréquences, ce filtre est équivalent à un simple dérivateur ($H(f) = j2\pi f$), et la bande-passante dans laquelle cette approximation est valide augmente avec les valeurs de σ_Ω^2 .

2.4.1.3 Détermination du bruit d'état σ_Ω^2

Pour utiliser le filtre de Kalman dans une situation réelle, la variance du bruit d'état σ_Ω^2 doit être réglée correctement. Nous avons calculé la valeur optimale de σ_Ω^2 pour un fonctionnement usuel d'un moteur. Pour cela, nous avons simulé le fonctionnement d'un moteur sur quatre étapes, avec des zones à vitesse constante, croissante et décroissante (voir figure (2.8.a)). La vitesse est définie par les vitesses initiale, maximale et finale, soit Ω_i , Ω_{\max} , Ω_f respectivement, et par la constante de temps T . L'utilisation du filtre de Kalman conduit au calcul de l'erreur moyenne quadratique de l'erreur d'estimation de la position :

$$J(\sigma_\Omega^2) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} |\theta[k] - \hat{x}_1[k]|^2,$$

où θ est la position réelle de l'arbre moteur, \hat{x}_1 est la position discrète estimée et M est la longueur du signal mesuré. La longueur du signal dépend directement du compromis entre une estimation précise de la vitesse et de la position en régime permanent et un bon suivi en régime dynamique. La valeur optimale de σ_Ω^2 pour ce mode de fonctionnement est la valeur qui minimise le critère quadratique $J(\sigma_\Omega^2)$.

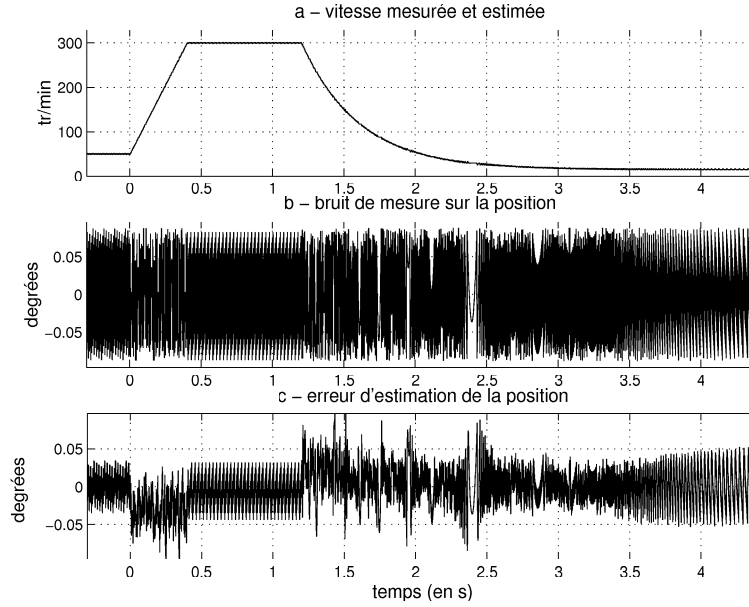


Figure 2.8: Erreur d'estimation angulaire de la position (modèle d'ordre 2).

Les figures (2.8.a) montrent la vitesse réelle simulée (avec $T_e = 1$ ms, $T = 400$ ms, $\Omega_i = 50$ tr/min, $\Omega_{\max} = 300$ tr/min, $\Omega_f = 15$ tr/min), comparée à la vitesse calculée à partir du capteur de position absolue ($N = 11$) par le filtre de Kalman ($\sigma_\Omega^2 = 2.66 \cdot 10^{-5}$). Les figures (2.8.b) et (2.8.c) montrent respectivement le bruit de mesure et l'erreur d'estimation de la position, laquelle est presque toujours plus faible que l'erreur de troncature.

La figure (2.9) montre le critère quadratique $J(\sigma_\Omega^2)$ pour $\Omega_i = 50$ tr/min, $\Omega_{\max} = 300$ tr/min, $\Omega_f = 15$ tr/min, et trois valeurs différentes de la constante de temps T . La figure (2.10) montre les valeurs optimales de σ_Ω^2 pour trois valeurs différentes de Ω_{\max} . Indiscutablement, les valeurs optimales de σ_Ω^2 augmentent lorsque le rapport T/T_e diminue. Toute augmentation de σ_Ω^2 améliore donc les capacités de poursuite du filtre au détriment des performances de filtrage en régime permanent.

2.4.2 Modèle à accélération presque constante

Si la vitesse est linéaire entre deux périodes d'échantillonnage, l'estimation de la vitesse et de la position peuvent être améliorées en utilisant un autre modèle d'évolution dit à accélération presque constante. La position suit alors une courbe parabolique $\theta(t) = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2/2$, telle que la vitesse soit linéaire $\Omega(t) = \alpha_1 + \alpha_2 t$ et l'accélération soit constante $\gamma(t) = \alpha_2$. Pour ce modèle discret, on obtient les relations suivantes :

$$\begin{cases} \theta[k+1] &= \theta[k] + \Omega[k] T_e + 0.5 \times \gamma[k] T_e^2 \\ \Omega[k+1] &= \Omega[k] + \gamma[k] T_e \\ \gamma[k+1] &= \gamma[k] \end{cases} \quad (2.14)$$

Ces équations sont modifiées en posant $\gamma[k+1] = \gamma[k] + v[k]$ de manière à autoriser de faibles variations de l'accélération.

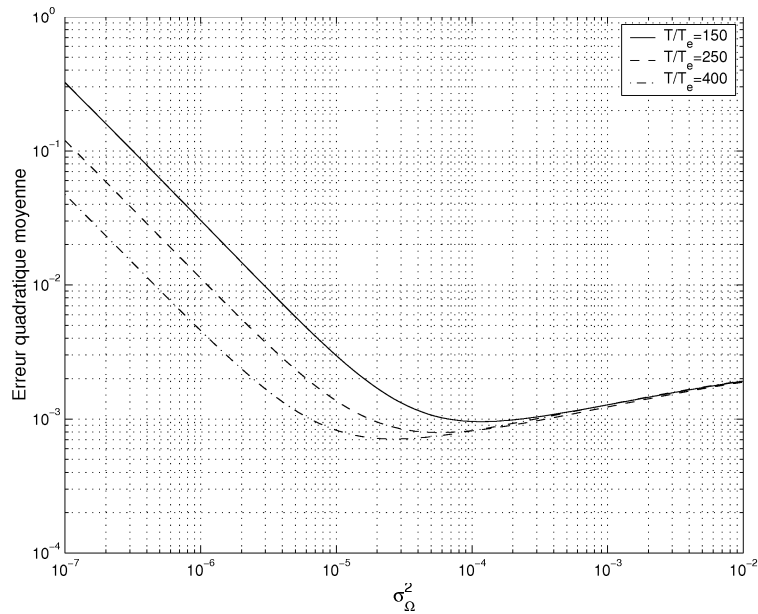


Figure 2.9: Etude de l'erreur moyenne quadratique en fonction du rapport $\frac{T}{T_e}$ (modèle d'ordre 2).

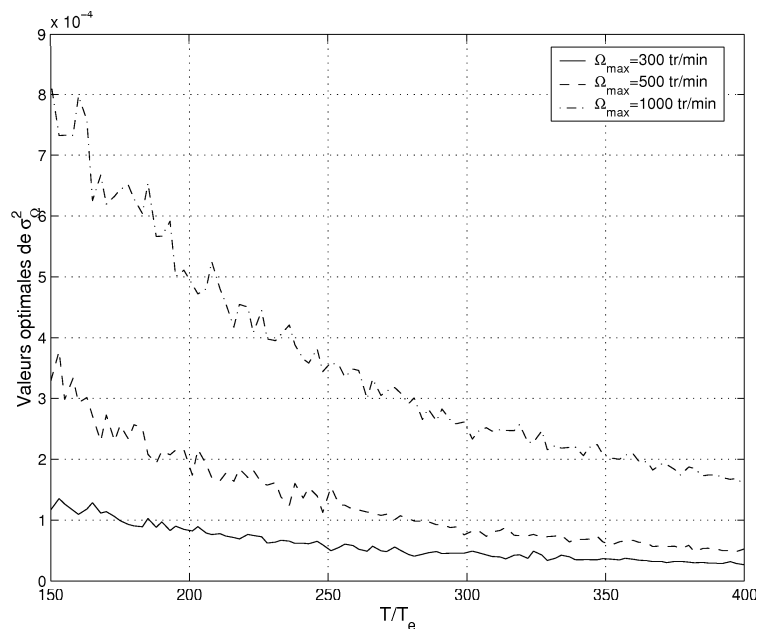


Figure 2.10: Valeurs optimales de σ_{Ω}^2 en fonction du rapport $\frac{T}{T_e}$ pour trois valeurs différentes de Ω_{\max} (modèle d'ordre 2).

2.4.2.1 Modèle d'état discret

Si nous prenons comme états $x_1[k] = \theta[k]$, $x_2[k] = \Omega[k] T_e$ et $x_3[k] = \gamma[k] T_e^2$, le nouveau système d'équations d'état s'écrit :

$$\begin{cases} X[k] = A X[k-1] + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} v[k] \\ A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0.5 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, X[k] = \begin{pmatrix} x_1[k] \\ x_2[k] \\ x_3[k] \end{pmatrix}, \\ y[k] = C X[k] + w[k], C = (1 \ 0 \ 0) \end{cases} \quad (2.15)$$

Tous les états de ce modèle sont observables et le seul paramètre inconnu est la variance σ_γ^2 du bruit d'état $v[k]$.

2.4.2.2 Filtre de Kalman

Le filtre de Kalman stationnaire est basé sur ce modèle :

$$\begin{cases} \hat{x}_{1p}[k] = \hat{x}_1[k-1] + \hat{x}_2[k-1] + 0.5 \hat{x}_3[k-1] \\ \hat{x}_{2p}[k] = \hat{x}_2[k-1] + \hat{x}_3[k-1] \\ \hat{x}_1[k] = \hat{x}_{1p}[k] + k_1 \times (y[k] - \hat{x}_{1p}[k]) \\ \hat{x}_2[k] = \hat{x}_{2p}[k] + k_2 \times (y[k] - \hat{x}_{1p}[k]), \\ \hat{x}_3[k] = \hat{x}_3[k-1] + k_3 \times (y[k] - \hat{x}_{1p}[k]), \end{cases} \quad (2.16)$$

Les trois gains k_1 , k_2 et k_3 sont les valeurs finales des composantes de la matrice de gain du filtre de Kalman calculées à partir des équations (2.9), la seule équation qui change est :

$$P_p[k] = A P[k-1] A^T + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\gamma^2 \end{pmatrix}$$

D'un point de vue algorithmique, les équations (2.16) nécessitent sept additions et quatre multiplications² par période d'échantillonnage. De plus, cela demande quatre emplacements mémoire et trois constantes auxquels on doit ajouter deux comparaisons dans l'algorithme afin de prendre en compte la saturation du codeur. Comparé au premier modèle, le coût de calcul n'a pas beaucoup augmenté.

La figure (2.5.b) montre les trois gains k_1 , k_2 et k_3 en fonction du bruit d'état σ_γ^2 . Pour ce modèle, seul k_1 est compris entre 0 et 1. Les expressions (2.10), (2.11) et (2.12) sont toujours valides avec à présent :

$$P_n = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{12} & p_{22} & p_{23} \\ p_{13} & p_{23} & p_{33} \end{pmatrix}, P_{pn} = \begin{pmatrix} p'_{11} & p'_{12} & p'_{13} \\ p'_{12} & p'_{22} & p'_{23} \\ p'_{13} & p'_{23} & p'_{33} \end{pmatrix}$$

Les résultats sont :

$$\begin{cases} p'_{11} = p_{11} + 2 p_{12} + p_{13} + p_{22} + p_{23} + 0.25 p_{33} \\ p'_{12} = p_{12} + p_{13} + p_{22} + 1.5 p_{23} + 0.5 p_{33} \\ p'_{13} = p_{13} + p_{23} + 0.5 p_{33} \\ K = \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{1+p'_{11}} \begin{pmatrix} p'_{11} \\ p'_{12} \\ p'_{13} \end{pmatrix} \\ p_{11} = k_1 \end{cases} \quad (2.17)$$

²Cependant, la multiplication par 0.5 peut être remplacé par un décalage à droite dans une arithmétique à virgule fixe.

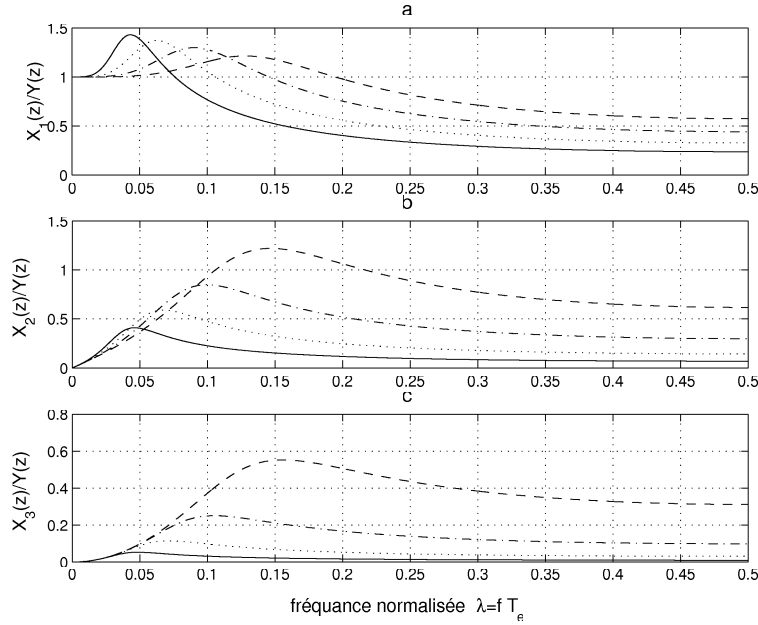


Figure 2.11: Réponse fréquentielle de l'estimateur de position, vitesse et accélération.

Ces résultats montrent que k_1 et p_{11} sont tous les deux compris entre 0 et 1, mais cela n'est pas valable pour les gains k_2 et k_3 .

La figure (2.6) représente aussi la résolution équivalente du capteur de position combiné au filtre de Kalman stationnaire. Pour des valeurs de σ_γ^2 proches de 10^{-7} , le filtre de Kalman fait gagner encore 1 bit. Cela signifie que la précision gagnée en régime permanent est la même que le premier filtre de Kalman sous-optimal. Sa capacité de poursuite est évidemment meilleure durant les régimes transitoires.

Les figures (2.11.a), (2.11.b) et (2.11.c) représentent la réponse fréquentielle de l'estimateur de position, de vitesse et d'accélération. Aux basses fréquences, la dernière figure montre que le filtre est équivalent à une dérivée du second ordre ($H(f) = (j2\pi f)^2$), dans une bande de fréquences qui augmente avec σ_γ^2 .

2.4.2.3 Détermination du bruit d'état sur la vitesse σ_γ^2

Nous utilisons la même procédure pour régler la variance du bruit d'état σ_γ^2 en fonction du mode de fonctionnement réel de la machine. La figure (2.12) représente le critère quadratique $J(\sigma_\gamma^2)$ pour $\Omega_i = 50$ tr/min, $\Omega_{\max} = 300$ tr/min et $\Omega_f = 15$ tr/min, et trois valeurs différentes de T . La valeur minimale de l'erreur moyenne quadratique est légèrement plus faible que celle obtenue avec le filtre de Kalman stationnaire d'ordre 2. Cela montre que ce second filtre accroît la précision par rapport au premier.

La figure (2.13) montre les différentes valeurs optimales de σ_γ^2 en fonction de T/T_e , pour $\Omega_i = 50$ tr/min, $\Omega_f = 15$ tr/min, et trois valeurs différentes de Ω_{\max} . L'analyse de cette figure est similaire à celle de la figure (2.10).

2.4.3 Résultats de simulation et résultats expérimentaux

Pour comparaison, nous avons estimé la vitesse à partir de trois estimateurs différents:

- Filtre à réponse impulsionnelle finie, "approximation d'Euler": $\Omega[k] = (\theta[k] - \theta[k - 1])/T_e$
- Filtre à fenêtre glissante avec $N = 12$: $\Omega[k] = (\theta[k] - \theta[k - 12])/12 T_e$
- Filtre de Kalman à accélération presque constante

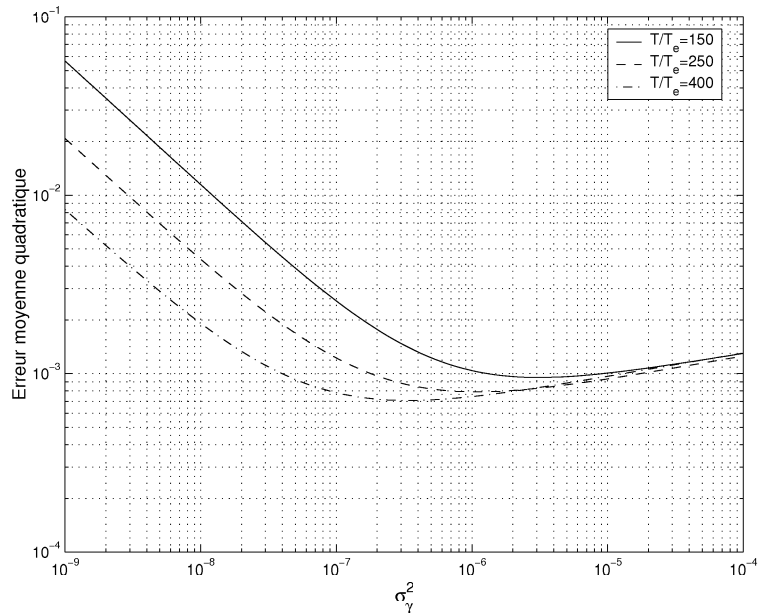


Figure 2.12: Etude de l'erreur moyenne quadratique en fonction du rapport $\frac{T}{T_e}$.

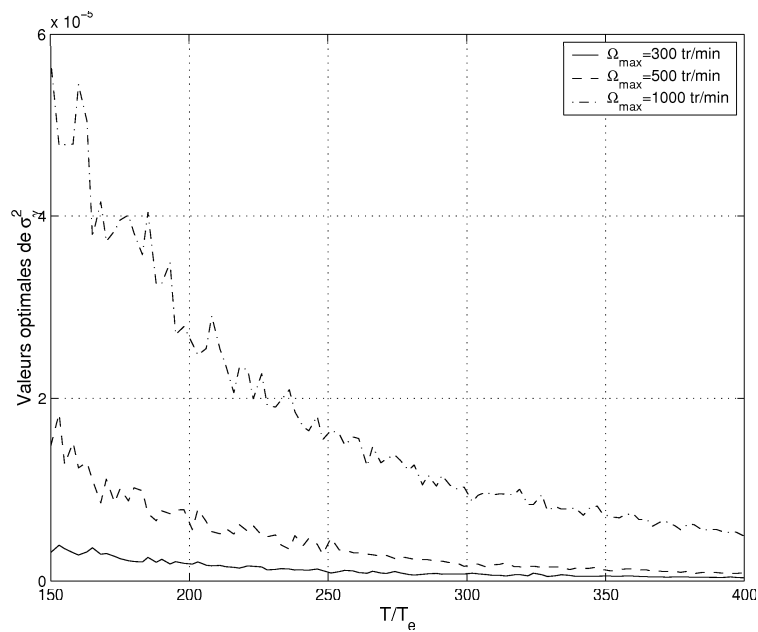


Figure 2.13: Valeurs optimales de la variance σ_γ^2 en fonction du rapport $\frac{T}{T_e}$ pour trois valeurs différentes de Ω_{max} (modèle d'ordre 3).

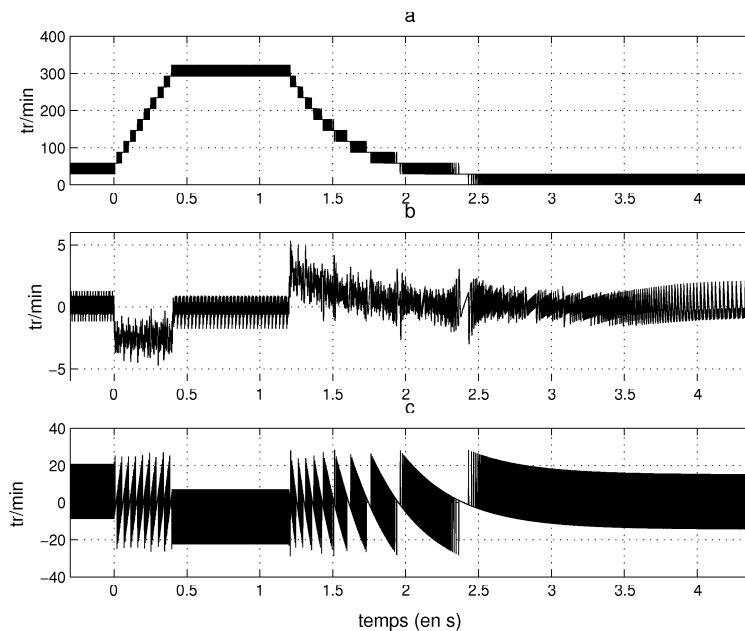


Figure 2.14: Estimation et erreur d'estimation de la vitesse du filtre RIF du premier ordre et du filtre de Kalman d'ordre 3.

2.4.3.1 Résultats de simulation

La figure (2.14.a) montre l'estimation de la vitesse calculée avec un filtre du premier ordre ("approximation d'Euler", voir [LEO96], p 350). Les figures (2.14.b) et (2.14.c) comparent l'erreur d'estimation de la vitesse issue du filtre de Kalman d'ordre 3 (cf équation (2.16)) avec ce dérivateur du premier ordre. On constate une nette amélioration de l'estimation de la vitesse à l'aide du filtre de Kalman stationnaire en comparaison avec une simple dérivation par l'approximation d'Euler.

La figure (2.15.a) représente l'erreur d'estimation de la vitesse du filtre de Kalman d'ordre 3, tandis que la figure (2.15.b) représente l'erreur d'estimation d'un filtre à réponse impulsionnelle finie avec une fenêtre glissante. Les résultats du second filtre sont presque équivalents aux résultats du filtre de Kalman malgré une relative simplicité de l'estimateur. Comme nous le verrons plus loin, le filtre RIF avec une fenêtre glissante demande peu d'opérations algorithmiques mais nécessite au contraire plus de cases mémoire pour sauvegarder les douze dernières valeurs de la position du rotor.

2.4.3.2 Résultats expérimentaux

Les résultats expérimentaux (voir figure (2.16)) confirment la qualité du filtrage de Kalman et de la fenêtre glissante par rapport à l'approximation d'Euler (filtre RIF du premier ordre) afin de réduire les bruits de mesure issus de la quantification propre au capteur.

Mais ces résultats expérimentaux ne permettent pas de conclure à la supériorité des deux méthodes équivalentes. En effet, les convertisseurs analogique-numérique de la carte, permettant de visualiser les grandeurs calculées, ont une résolution d'uniquement huit bits.

La figure (2.17) montre la mesure de position ainsi que l'estimation de la position issue du filtre de Kalman (d'ordre 3). Cette figure ne met pas en évidence l'aspect filtrage de notre estimateur à cause du faible nombre de bits des CNA qui permettent d'écrire les résultats internes au DSP en sortie (oscilloscope). Elle valide néanmoins l'approche retenue.

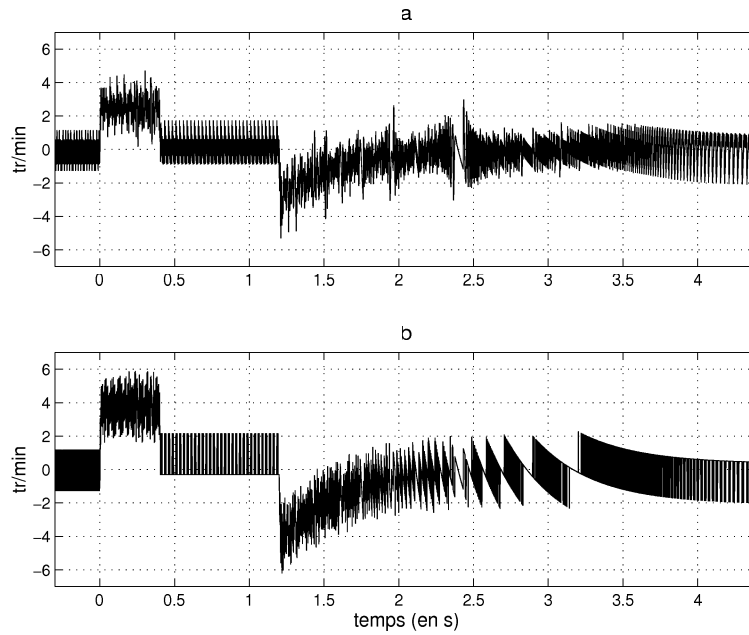


Figure 2.15: Comparaison de l'erreur d'estimation de la vitesse du filtre de Kalman d'ordre 3 et du filtre RIF à fenêtre glissante.

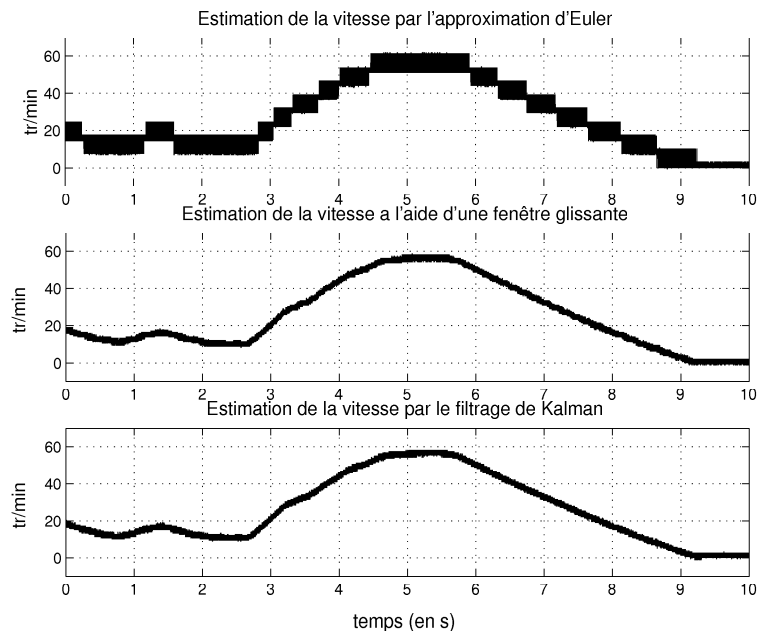


Figure 2.16: Estimateurs de vitesse: Euler, Fenêtre glissante et filtre de Kalman (modèle d'ordre 3).

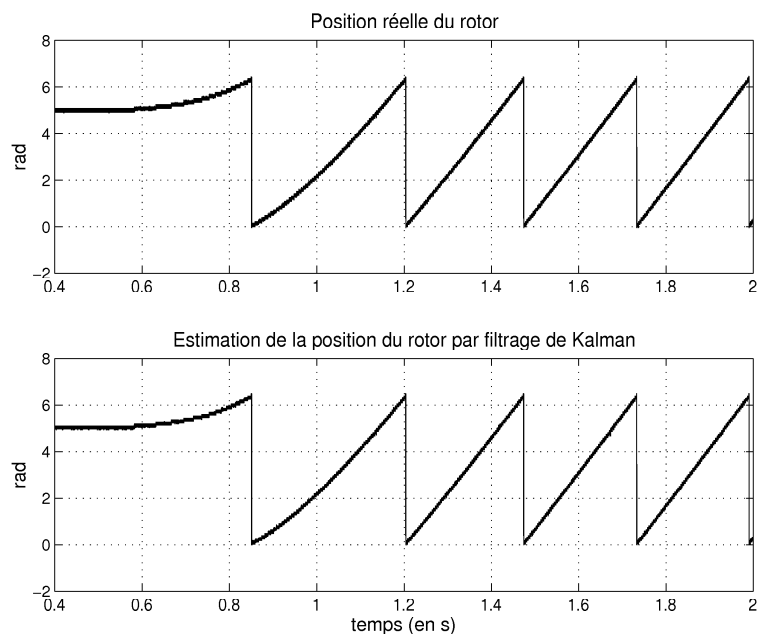


Figure 2.17: Position mesurée et filtrée par le filtre de Kalman (modèle d'ordre 3).

2.4.3.3 Coût algorithmique et temps d'exécution des différents filtres

Le coût algorithmique des trois estimateurs étudiés (voir tableau (2.1) pour comparaison) met en évidence que l'estimateur le moins performant (approximation d'Euler) a un coût de calcul relativement faible, un temps d'exécution d'uniquement $1 \mu s$ (temps d'exécution du programme écrit en assembleur sur le DSP TMS320C31, voir annexe 3) et nécessite peu de place mémoire (une constante et une variable).

L'estimateur de vitesse à fenêtre glissante demande bien plus de mémoire afin de sauvegarder les douze dernières valeurs de la position. Tel qu'il a été programmé, il nécessite $2,4 \mu s$ de temps d'exécution pour manipuler les mesures contenues dans un tableau à l'aide d'un buffer circulaire et tout comme l'estimateur précédent demande uniquement une multiplication et une soustraction.

Sept emplacements mémoire (trois variables et quatre constantes) sont nécessaires pour l'implantation du filtre de Kalman d'ordre 3. Le temps d'exécution est de $2 \mu s$. Le coût de calcul est, quant à lui, supérieur aux autres estimateurs (quatre multiplications et sept additions).

Le faible coût algorithmique et le faible encombrement mémoire du filtre de Kalman font que l'on est tenté de l'utiliser pour obtenir une estimation peu bruitée de la vitesse de rotation et de la position de la machine tant en régime permanent qu'en régime transitoire.

Estimateur	Nombre de multi- plications	Nombre d'additions	Emplacement mémoire	Temps d'exécution
Approximation d'Euler	1	1	2	$\simeq 1 \mu s$
Fenêtre glissante	1	1	13	$\simeq 2,4 \mu s$
Filtre de Kalman	4	7	7	$\simeq 2 \mu s$

Tableau 2.1: Nombre d'opérations, emplacement mémoire et temps d'exécution pour le calcul de la vitesse des trois estimateurs.

2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté deux filtres de Kalman stationnaires pour réaliser le filtrage d'une mesure numérique de la position et l'estimation de la vitesse et de l'accélération d'une machine électrique. La réduction de l'effet de quantification propre à la roue codeuse montre l'efficacité de ces deux algorithmes d'estimation.

Comme il est dit dans [OVA98, MAR98], ce sujet “ est aujourd'hui en plein développement en raison d'une demande plus importante en termes de performances et de capacité d'auto-diagnostic des produits industriels et de miniaturisation des capteurs (nanocapteurs)”. Nous espérons que cet algorithme, dont les avantages ont été clairement montrés (voir figure (2.8), (2.14), (2.15) et (2.16)) servira pour de nombreuses applications, et tout spécialement en commande de machines lors de fonctionnements en très basses vitesses, où les effets de troncature sont assez importants.

Chapitre 3

Reconstruction du flux rotorique d'une machine asynchrone

3.1 Introduction

Les constructeurs de variateur de vitesse tendent à diminuer le nombre de capteurs. Ainsi, les méthodes de reconstitution indirecte du flux, utilisant uniquement les grandeurs accessibles (courants statoriques) et le modèle de la machine asynchrone, sont préférées aux méthodes de mesure directe (capteurs à effet Hall par exemple) pour leur fiabilité, leur faible coût d'entretien et leur faible sensibilité aux bruits de mesures.

Différentes méthodes de reconstruction du flux sont envisageables (voir bibliographie §3.5.2). Nous nous sommes intéressés à la reconstruction du flux rotorique par filtrage de Kalman. Elle nous permet de contribuer à l'approfondissement de deux points délicats et peu abordés dans la littérature scientifique du Génie Electrique :

- la réduction du coût de calcul du filtre
- le réglage des matrices Q et R

Afin d'effectuer l'observation du flux de la machine asynchrone, il est nécessaire de rappeler un certain nombre de points : la modélisation de la machine en vue de la commande et de l'estimation, la discrétisation du modèle continu de la machine et l'estimation en boucle ouverte à partir de différents modèles discrets établis. Ces thèmes sont rappelés dans les trois premières parties.

La quatrième partie débute par un rappel sur l'état de l'art de l'estimation du flux rotorique en boucle ouverte. Nous abordons ensuite le problème du réglage des matrices Q et R du filtre de Kalman et proposons une méthode de pré-réglage de ces deux matrices. Cette dernière partie se termine par une étude fine de la matrice de gain de Kalman et des matrices de variances-covariances d'erreur d'estimation et de prédiction, afin de proposer un algorithme efficace de filtrage de Kalman optimal.

3.2 Modélisation de la machine asynchrone

3.2.1 Généralités

La machine asynchrone ou machine à induction est une des machines les plus utilisées dans le monde industriel pour son faible coût de fabrication et de maintenance. Elle est essentiellement employée comme moteur. Il existe deux sortes de machines asynchrones :

- les machines à cage d'écureuil,
- les machines à rotor bobiné.

Pour cette étude, seule la machine à cage d'écureuil est étudiée et la structure de principe est représentée sur la figure (3.1) dans un plan perpendiculaire à l'axe de rotation du rotor. Les armatures magnétiques du stator et du rotor sont toutes les deux cylindriques, lisses et séparées par un entrefer constant, et supposées munies chacune d'un enroulement triphasé. Le courant alternatif est fourni directement à l'enroulement du stator et par induction à l'enroulement du rotor.

Afin de simplifier l'étude, le moteur asynchrone est constitué d'une paire de pôles et d'un rotor bobiné (enroulements triphasés au stator comme au rotor). Lorsque les relations de base seront obtenues, la transposition à un moteur multipolaire ou à cage ne posera aucune difficulté (si le moteur est à cage, on peut en effet considérer le bobinage triphasé équivalent).

3.2.2 Equations électriques et magnétiques

Les six enroulements sont décrits par les équations suivantes [SEG94, LES81, CAR95] :

$$\begin{aligned} \text{Equations statoriques} & \quad \begin{cases} V_{sa} = R_s i_{sa} + \frac{d\Phi_{sa}}{dt} \\ V_{sb} = R_s i_{sb} + \frac{d\Phi_{sb}}{dt} \\ V_{sc} = R_s i_{sc} + \frac{d\Phi_{sc}}{dt} \end{cases} \\ \text{Equations rotoriques} & \quad \begin{cases} V_{ra} = R_r i_{ra} + \frac{d\Phi_{ra}}{dt} \\ V_{rb} = R_r i_{rb} + \frac{d\Phi_{rb}}{dt} \\ V_{rc} = R_r i_{rc} + \frac{d\Phi_{rc}}{dt} \end{cases} \end{aligned}$$

où:

- V_{si} et V_{rj} correspondent aux tensions statoriques et rotoriques $i, j = \{a, b, c\}$.
- i_{si} et i_{rj} correspondent aux courants dans les enroulements statoriques et rotoriques.
- Φ_{si} et Φ_{rj} correspondent aux flux à travers les enroulements statoriques et rotoriques.
- R_s et R_r correspondent aux résistances statorique et rotorique.

Pour évaluer les flux, on remarque que l'entrefer est constant. Le stator et le rotor étant triphasés et de construction symétrique, les inductances propres et mutuelles entre phases d'un même enroulement sont constantes et égales. On désigne par :

- L_{ps} : inductances propres statoriques.
- L_{pr} : inductances propres rotoriques.
- M_s : inductances mutuelles entre deux phases statoriques.
- M_r : inductances mutuelles entre deux phases rotoriques.
- M : inductances mutuelles maximales entre une phase statorique et rotorique.
- θ : angle électrique instantané entre les axes magnétiques des phases du stator et du rotor.

D'après la figure (3.1), les inductances mutuelles entre phases du stator et du rotor sont fonction de l'angle θ et s'expriment de manière générale comme suit:

$$M_{si-rj} = M \cos\left(\theta + (j - i) \frac{2\pi}{3}\right)$$

où i est l'indice des phases du stator et j l'indice des phases du rotor. D'où les expressions des flux sous forme d'équation matricielle :

$$\begin{bmatrix} \Phi_s \\ \Phi_r \end{bmatrix} = [L(\theta)] \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix}$$

ou encore

$$\begin{bmatrix} \Phi_{sa} \\ \Phi_{sb} \\ \Phi_{sc} \\ \Phi_{ra} \\ \Phi_{rb} \\ \Phi_{rc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ps} & M_s & M_s & M_{sa-ra} & M_{sa-rb} & M_{sa-rc} \\ M_s & L_{ps} & M_s & M_{sb-ra} & M_{sb-rb} & M_{sb-rc} \\ M_s & M_s & L_{ps} & M_{sc-ra} & M_{sc-rb} & M_{sc-rc} \\ M_{ra-sa} & M_{ra-sb} & M_{ra-sc} & L_{pr} & M_r & M_r \\ M_{rb-sa} & M_{rb-sb} & M_{rb-sc} & M_r & L_{pr} & M_r \\ M_{rc-sa} & M_{rc-sb} & M_{rc-sc} & M_r & M_r & L_{pr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \\ i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

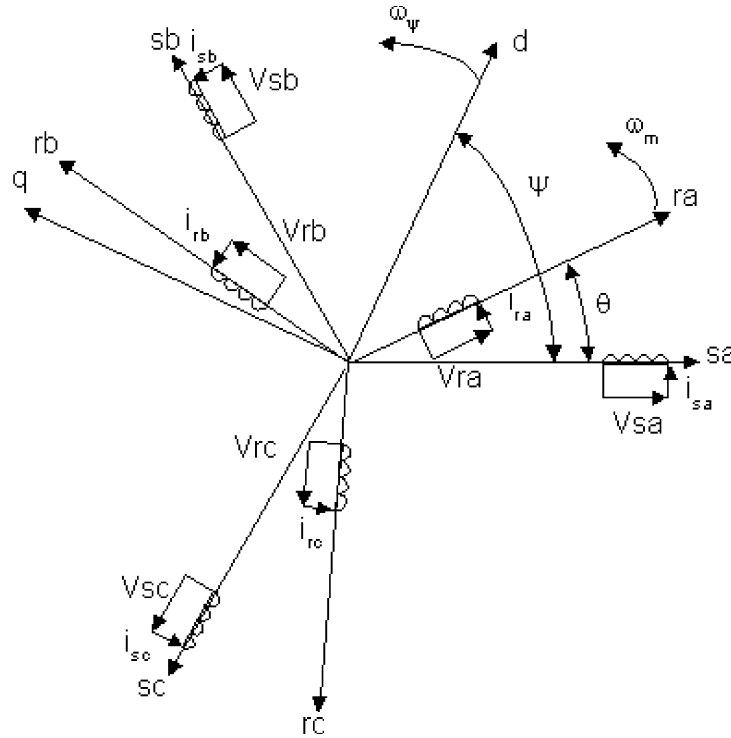


Figure 3.1: Modèle de la machine asynchrone dans le repère de Park.

Compte-tenu des expressions des flux, en désignant par p l'opérateur de dérivation $\frac{d}{dt}$, les équations des tensions au stator et au rotor s'écrivent sous forme matricielle :

$$\begin{cases} [V_s] = [R_s][I_s] + p \{ [L_{ss}][i_s] + [M_{si-rj}][i_r] \} \\ [V_r] = [R_r][I_r] + p \{ [L_{rr}][i_r] + [M_{rj-si}][i_s] \} \end{cases}$$

avec:

$$\begin{bmatrix} V_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{sa} \\ V_{sb} \\ V_{sc} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} V_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{ra} \\ V_{rb} \\ V_{rc} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} i_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} i_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
[R_s] &= R_s \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & [R_r] &= R_r \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
[L_{ss}] &= \begin{bmatrix} L_{ps} & M_s & M_s \\ M_s & L_{ps} & M_s \\ M_s & M_s & L_{ps} \end{bmatrix} & [L_{rr}] &= \begin{bmatrix} L_{pr} & M_r & M_r \\ M_r & L_{pr} & M_r \\ M_r & M_r & L_{pr} \end{bmatrix} \\
[M_{si-rj}] &= [M_{rj-si}]^t = M \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta) \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

3.2.3 Transformation de Park

Les inductances propres statoriques et rotoriques L_{ps} et L_{pr} sont des constantes et les inductances mutuelles entre enroulements statoriques et rotoriques sont aussi constantes puisqu'elles ne sont pas fonction de l'angle θ . Les mutuelles inductances entre ces enroulements sont variables au cours du temps et fonction de l'angle électrique θ . La matrice reliant les flux aux courants fait intervenir des coefficients fonction de l'angle électrique θ , ceci complique notablement l'étude des régimes transitoires. On peut réaliser un changement de base sur les grandeurs physiques (tension, flux et courant) qui conduit à une relation matricielle indépendante de l'angle θ . Ce changement de base est appelé transformation de Park et transforme les enroulements statoriques a, b et c en des enroulements équivalents du point de vue électrique et magnétique et disposés selon deux axes d et q perpendiculaires.

3.2.3.1 Transformation d'un système triphasé en un système diphasé équivalent

L'avantage de ce modèle équivalent est la réduction d'ordre des équations électriques décrivant le système machine asynchrone. On passe d'un ordre six à un ordre quatre. Le système de coordonnées a-b-c est ainsi transformé en un système de coordonnées α - β . Cette transformation linéaire est réalisée grâce à la matrice de transformation de Concordia $T_{3 \rightarrow 3}$ correspondant à l'invariance de la puissance dans la transformation :

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} = T_{3 \rightarrow 3} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \quad T_{3 \rightarrow 3} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

L'alimentation triphasée étant équilibrée, la somme des courants $\sum i_{a,b,c}$ est nulle. Nous vérifions d'après l'équation (3.2) que $i_0 = 0$ A. Le courant homopolaire et le flux homopolaire s'annulent. Par conséquent, cet axe est rarement pris en compte dans la transformation. La transformation triphasée-diphasée se résume à :

$$\begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} = T_{3 \rightarrow 2} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \quad T_{3 \rightarrow 2} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

La transformation inverse découle directement de (3.2). On a $X_{abc} = T_{3 \rightarrow 3}^{-1} X_{\alpha\beta}$. La matrice de transformation est orthogonale donc $T_{3 \rightarrow 3}^{-1} = T_{3 \rightarrow 3}^t$.

3.2.3.2 Matrice de rotation

Le décalage entre les axes statoriques et rotoriques par l'angle mécanique θ représente un fort inconvénient. Afin d'exprimer toutes les grandeurs dans un même repère, les grandeurs statoriques et rotoriques sont

projetées dans un repère tournant d-q décalé de ψ par rapport au repère fixe noté $\alpha - \beta$. Cette transformation se fait à partir de la matrice orthogonale de rotation T_ξ :

$$\begin{bmatrix} x_d \\ x_q \end{bmatrix} = T_\xi \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} \quad T_\xi = \begin{bmatrix} \cos(\xi) & \sin(\xi) \\ -\sin(\xi) & \cos(\xi) \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

L'angle de rotation ξ est donné par $\xi = \psi$ pour les grandeurs statoriques et $\xi = \psi - \theta$ pour les grandeurs rotoriques. Le repère d-q n'est lié, pour le moment, à aucun référentiel particulier. Nous verrons qu'il existe trois repères privilégiés pour la commande et l'observation. La matrice de rotation est une matrice orthogonale donc $T_\xi^{-1} = T_\xi^t$.

3.2.3.3 Transformation triphasé-repère tournant

Les deux transformations peuvent être réunies en une seule transformation T définie comme suit :

$$T = T_\xi T_{3 \rightarrow 2} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} \cos(\xi) & \cos(\xi - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\xi - \frac{4\pi}{3}) \\ -\sin(\xi) & -\sin(\xi - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\xi - \frac{4\pi}{3}) \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

$$\text{On a ainsi : } [i_{dq}] = [T] [i_{abc}] \quad [V_{dq}] = [T] [V_{abc}] \quad [\Phi_{dq}] = [T] [\Phi_{abc}]$$

Le rôle du facteur $\sqrt{\frac{2}{3}}$ est de ne pas modifier la puissance consommée par la machine lors de la transformation. Lorsque ce changement de base est réalisé sur les variables tension et courant, la valeur de la puissance reste constante (le produit scalaire tension \times courant est indépendant de la base). Par la suite, c'est cette transformation T qui sera utilisée afin de conserver l'équivalence énergétique.

Remarque: lorsque la valeur zéro est attribuée à l'angle ξ , la transformation de Park particularisée porte le nom de transformation de Concordia (équation (3.3)) et les axes d-q sont alors désignés par les axes $\alpha - \beta$.

3.2.4 Equations de Park de la machine asynchrone dans les axes dq

L'application du changement de base T (expression 3.5) sur les équations électriques et magnétiques (3.1) conduit à l'équation suivante :

$$[V_{dq}] = [T][V_{abc}] = [T][R_s][i_{abc}] + [T] \frac{d[\Phi_{abc}]}{dt}$$

Puis, en utilisant les transformées inverses :

$$[V_{dq}] = [T][R_s][T]^{-1}[i_{dq}] + [T][T]^{-1} \frac{d[\Phi_{dq}]}{dt} + [T] \frac{d[T]^{-1}}{dt} \Phi_{dq} \quad (3.6)$$

$$\text{On remarque que } [T][T]^{-1} = I \quad \text{et} \quad [T] \frac{d[T]^{-1}}{dt} = \frac{d\xi}{dt} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

En développant l'équation (3.6) et en tenant compte des deux relations précédentes, on obtient les équations de Park (le rotor étant en court-circuit, les tensions V_{rd} et V_{rq} sont nulles) :

$$\text{Equations statoriques} \quad \begin{cases} V_{sd} = R_s I_{sd} + \frac{d\Phi_{sd}}{dt} - \omega_\psi \Phi_{sq} \\ V_{sq} = R_s I_{sq} + \frac{d\Phi_{sq}}{dt} + \omega_\psi \Phi_{sd} \end{cases} \quad (3.7)$$

$$\text{Equations rotoriques} \quad \begin{cases} 0 = R_r I_{rd} + \frac{d\Phi_{rd}}{dt} - (\omega_\psi - \omega_m) \Phi_{rq} \\ 0 = R_r I_{rq} + \frac{d\Phi_{rq}}{dt} + (\omega_\psi - \omega_m) \Phi_{rd} \end{cases} \quad (3.8)$$

avec:

- ω_ψ : vitesse de rotation du repère tournant d-q, $\omega_\psi = \frac{d\psi}{dt}$.
- ω_m : pulsation mécanique ramenée à la fréquence des grandeurs électriques ($\omega_m = p\Omega$), $\omega_m = \frac{d\theta}{dt}$.
- p : nombre de paires de pôles.

L'application de la transformation de Park sur les grandeurs magnétiques simplifie les équations matricielles. On remarque une fois de plus que ces équations ne sont plus fonction de l'angle θ .

$$\begin{bmatrix} \Phi_{sd} \\ \Phi_{rd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & M_{sr} \\ M_{sr} & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{rd} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \Phi_{sq} \\ \Phi_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & M_{sr} \\ M_{sr} & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sq} \\ i_{rq} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

où:

- L_s : inductance cyclique statorique ($L_s = L_{ps} - M_s$).
- L_r : inductance cyclique rotorique ($L_r = L_{pr} - M_r$).
- M_{sr} : inductance mutuelle cyclique entre stator et rotor ($M_{sr} = \frac{3}{2}M$).

L'expression générale du couple électromagnétique est :

$$C_{em} = p \frac{M_{sr}}{L_r} (\phi_{rd} I_{sq} - \phi_{rq} I_{sd}) \quad (3.10)$$

Afin de concevoir le modèle complet, il faut ajouter l'équation mécanique :

$$C_{em} - C_r = J \frac{d\Omega}{dt} + f \Omega \quad (3.11)$$

d'où, en utilisant la vitesse de rotation électrique ω_m ($\omega_m = p\Omega$), on obtient :

$$\frac{d\omega_m}{dt} = -\frac{f}{J} \omega_m + \frac{p}{J} (C_{em} - C_r) \quad (3.12)$$

Les équations (3.7), (3.8), (3.9), (3.10) et (3.12) constituent le modèle de base de la machine asynchrone.

3.2.5 Modèle d'état non linéaire

La mise en forme des équations précédentes (sous forme d'équations d'état) demande dans un premier temps la définition du vecteur d'état X , du vecteur de commande U et du vecteur de sortie Y . Le flux étant difficilement mesurable sur une machine asynchrone, le vecteur de sortie sera composé des courants statoriques $i_{s\alpha}$ et $i_{s\beta}$, ainsi que de la vitesse de rotation du rotor Ω dans le cas d'une commande avec capteur de vitesse. Le vecteur d'état X est constitué des deux courants statoriques i_{sd} et i_{sq} qui conduisent à une matrice de mesure constante dans le cas d'une modélisation dans le repère statorique. Puisque nous tenons compte du couplage des modes électrique et mécanique, le vecteur X contient la vitesse de rotation ω_m . Il reste deux composantes à choisir. Nous prenons les deux composantes du flux rotorique.

Le vecteur d'état X , le vecteur d'entrée U et le vecteur de sortie Y sont alors définis de la manière suivante :

$$X_{dq} = \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ \Phi_{rd} \\ \Phi_{rq} \\ \omega_m \end{bmatrix} \quad U = \begin{bmatrix} V_{s\alpha} \\ V_{s\beta} \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ \Omega \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

En remplaçant les courants rotoriques et les flux statoriques dans (3.7) et (3.8) par les expressions (3.9) et le couple électromagnétique dans (3.12) par (3.10), on obtient l'équation d'état suivante [WES94] :

$$\begin{cases} \frac{dX_{dq}}{dt} = f(X_{dq}, \omega_\psi, C_r) + g(\psi)U \\ Y = h(\psi)X_{dq} \end{cases} \quad (3.14)$$

où :

$$\frac{d}{dt}X_{dq} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{1}{\sigma T_s} + \frac{1-\sigma}{\sigma T_r}\right)i_{sd} + \omega_\psi i_{sq} + \frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{1}{M_{sr}T_r}\Phi_{rd} + \frac{1-\sigma}{\sigma M_{sr}}\omega_m \Phi_{rq} \\ -\omega_\psi i_{sd} - \left(\frac{1}{\sigma T_s} + \frac{1-\sigma}{\sigma T_r}\right)i_{sq} - \frac{1-\sigma}{\sigma M_{sr}}\omega_m \Phi_{rd} + \frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{1}{M_{sr}T_r}\Phi_{rq} \\ \frac{M_{sr}}{T_r}i_{sd} - \frac{1}{T_r}\Phi_{rd} + (\omega_\psi - \omega_m)\Phi_{rq} \\ \frac{M_{sr}}{T_r}i_{sq} - (\omega_\psi - \omega_m)\Phi_{rd} - \frac{1}{T_r}\Phi_{rq} \\ \frac{p^2 M_{sr}}{J L_r}\Phi_{rd}i_{sq} - \frac{p^2 M_{sr}}{J L_r}\Phi_{rq}i_{sd} - \frac{f}{J}\omega_m - \frac{p}{J}C_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\cos(\psi)}{\sigma L_s} & \frac{\sin(\psi)}{\sigma L_s} \\ -\frac{\sin(\psi)}{\sigma L_s} & \frac{\cos(\psi)}{\sigma L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{s\alpha} \\ V_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

$$\begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ \Omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 & 0 & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ \Phi_{rd} \\ \Phi_{rq} \\ \omega_m \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

avec $\sigma = 1 - \frac{M_{sr}^2}{L_s L_r}$ le coefficient de dispersion et $T_r = \frac{L_r}{R_r}$ la constante de temps rotorique. La modélisation de la machine asynchrone par la transformation de Park aboutit à un système non linéaire affine en entrée, représenté par l'équation :

$$\begin{cases} \frac{dX_{dq}}{dt} = f(X_{dq}, C_r) + g(X_{dq})U \\ Y = h(X_{dq}) \end{cases} \quad (3.17)$$

En introduisant les constantes simplificatrices suivantes :

$$a = \frac{1}{\sigma L_s} \quad b = \frac{1}{\sigma L_r} \quad c = \frac{1-\sigma}{\sigma M_{sr}} \quad k_m = \frac{p^2 M_{sr}}{J L_r} \quad m_1 = \frac{f}{J} \quad m_2 = \frac{p}{J} \quad (3.18)$$

On obtient:

$$\frac{d}{dt}X_{dq} = \begin{bmatrix} -(aR_s + c\frac{M_{sr}}{L_r}R_r)i_{sd} + \omega_\psi i_{sq} + \frac{c}{L_r}R_r\Phi_{rd} + c\omega_m \Phi_{rq} \\ -\omega_\psi i_{sd} - (aR_s + c\frac{M_{sr}}{L_r}R_r)i_{sq} - c\omega_m \Phi_{rd} + \frac{c}{L_r}R_r\Phi_{rq} \\ \frac{M_{sr}}{L_r}R_r i_{sd} - \frac{1}{L_r}R_r\Phi_{rd} + (\omega_\psi - \omega_m)\Phi_{rq} \\ \frac{M_{sr}}{L_r}R_r i_{sq} - (\omega_\psi - \omega_m)\Phi_{rd} - \frac{1}{L_r}R_r\Phi_{rq} \\ k_m \Phi_{rd}i_{sq} - k_m \Phi_{rq}i_{sd} - m_1\omega_m - m_2C_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\cos(\psi)}{\sigma L_s} & \frac{\sin(\psi)}{\sigma L_s} \\ -\frac{\sin(\psi)}{\sigma L_s} & \frac{\cos(\psi)}{\sigma L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{s\alpha} \\ V_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

$$\begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ \Omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 & 0 & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ \Phi_{rd} \\ \Phi_{rq} \\ \omega_m \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Le modèle non linéaire affine dans le repère statorique $\alpha - \beta$ résulte directement du modèle $d - q$ en posant $\omega_\psi = 0$ et $\psi = 0$, d'où :

$$\begin{cases} \frac{dX_{\alpha\beta}}{dt} = f(X_{\alpha\beta}, C_r) + BU \\ Y = CX_{\alpha\beta} \end{cases} \quad (3.21)$$

soit

$$\frac{d}{dt}X_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} -(aR_s + c\frac{M_{sr}}{L_r}R_r)i_{s\alpha} + \frac{c}{L_r}R_r\Phi_{r\alpha} + c\omega_m\Phi_{r\beta} \\ -(aR_s + c\frac{M_{sr}}{L_r}R_r)i_{s\beta} - c\omega_m\Phi_{r\alpha} + \frac{c}{L_r}R_r\Phi_{r\beta} \\ \frac{M_{sr}}{L_r}R_r i_{s\alpha} - \frac{1}{L_r}R_r\Phi_{r\alpha} - \omega_m\Phi_{r\beta} \\ \frac{M_{sr}}{L_r}R_r i_{s\beta} + \omega_m\Phi_{r\alpha} - \frac{1}{L_r}R_r\Phi_{r\beta} \\ k_m\Phi_{r\alpha}i_{s\beta} - k_m\Phi_{r\beta}i_{s\alpha} - m_1\omega_m - m_2C_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & a \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{s\alpha} \\ V_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

$$\begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ \Omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ \Phi_{r\alpha} \\ \Phi_{r\beta} \\ \omega_m \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

3.2.6 Choix du référentiel

Trois référentiels sont possibles en vue de l'observation. Ils dépendent de l'orientation de l'axe d du repère de Park :

- Modèle dans le repère fixe $\alpha - \beta$ lié au stator, $\psi = 0$.
- Modèle dans le repère tournant d-q lié au flux rotorique, $\psi = \arg(\phi_{rd} + j\phi_{rq})$.
- Modèle dans le repère tournant d-q lié au rotor, $\psi = \theta$.

3.2.6.1 Etude des lieux des pôles pour les trois repères

Une étude des lieux des pôles pour les trois repères en fonction du paramètre externe ω_m va nous permettre de faire un premier choix de référentiel en vue de l'observation [ZEI00].

L'allure du comportement transitoire est déterminée par les valeurs propres de la fonction de transition $f(X_{dq})$. On évalue donc les pôles du système pour les trois référentiels possibles. Dans les trois cas, nous faisons varier la vitesse de rotation ω_m dans une plage de 0 à 100π rad/s. La pulsation des grandeurs statoriques est prise à 100π rad/s et les points marqués par "a" sur les courbes correspondent à $\omega_m = 0$ rad/s et ceux marqués par "b" correspondent à $\omega_m = 100\pi$ rad/s.

L'analyse des figures (3.2), (3.3) et (3.4) montre que, pour des vitesses proches de zéro, les valeurs propres dominantes ont des parties réelles faibles, caractéristiques des systèmes lents.

Les systèmes liés au stator ou au rotor ont également des parties imaginaires de faible amplitude à faible vitesse par rapport au système lié au champ tournant. Ils se caractérisent par un comportement dominant de type peu oscillatoire.

De plus, en choisissant le repère rotorique par rapport au repère fixe, nous avons un modèle mieux amorti sur toute la plage de vitesses puisque les parties imaginaires des valeurs propres dominantes restent inférieures à 75 rad/s.

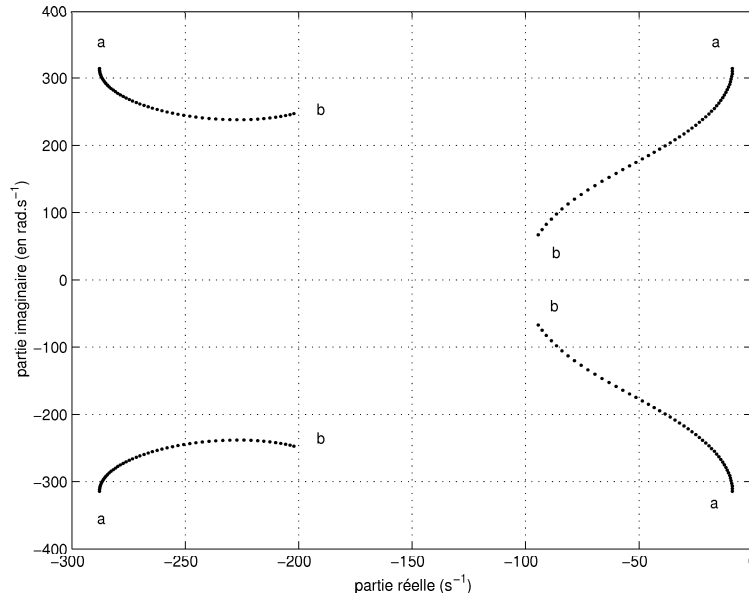


Figure 3.2: lieu des pôles dans un repère lié au champ tournant.

Cependant, le choix d'un tel repère demande l'utilisation de matrices de transformation dépendant de la position instantanée du rotor. Les transformations trigonométriques augmentent donc la complexité de l'algorithme afin de "ramener" les grandeurs électriques au rotor. En contre-partie, les grandeurs varient de manière alternative à la fréquence des courants rotoriques $\omega_s - \omega_{sl}$ (ω_{sl} correspond à la pulsation des grandeurs rotoriques) soit $g\omega_s$ en régime permanent.

Ces premières constatations nous permettent de dire que le choix d'un repère lié au champ tournant a les mêmes inconvénients algorithmiques que le repère lié au rotor et conduit de plus à un système plus oscillatoire dès les basses vitesses. Ceci explique le faible nombre de travaux, publiés par les chercheurs, avec un tel repère pour l'estimation du flux.

Dans le repère fixe $\alpha - \beta$ l'axe d est confondu avec l'axe α du stator et les grandeurs varient de manière alternative à la fréquence ω_s . Les conditions qui déterminent ce référentiel sont : $\omega_{\psi} = \omega_s = 0$ et $\frac{d\theta_{sl}}{dt} = \omega_{sl} = -\omega_m$.

L'observation des grandeurs alternatives dans les axes $\alpha - \beta$ demande une intégration relativement précise. Ceci peut être obtenu avec une faible période d'échantillonnage T_e et l'utilisation de DSP pour l'implantation numérique. L'angle ψ de la transformation T peut être estimé directement à partir des composantes du vecteur d'état observé. Par exemple, l'angle de transformation pour l'orientation du repère au champ tournant en vue de la commande se calcule à partir des composantes du flux rotorique observées $\hat{\Phi}_{r\alpha}$ et $\hat{\Phi}_{r\beta}$ de la manière suivante :

$$\begin{cases} \hat{\Phi}_r &= \sqrt{\hat{\Phi}_{r\alpha}^2 + \hat{\Phi}_{r\beta}^2} \\ \cos(\hat{\psi}) &= \hat{\Phi}_{r\alpha} / \hat{\Phi}_r \\ \sin(\hat{\psi}) &= \hat{\Phi}_{r\beta} / \hat{\Phi}_r \end{cases} \quad (3.24)$$

Si la vitesse de rotation du moteur est quasi-stationnaire par rapport aux grandeurs électriques et magnétiques et si elle est mesurable (par exemple en traction ferroviaire), les modes électriques et mécaniques peuvent être découplés. En effet, les modes mécaniques sont lents par rapport aux modes électriques. Soit X_{el} le nouveau vecteur d'état des modes électriques, le modèle linéaire variant dans le temps est caractérisé par un système d'ordre quatre représenté ci-dessous :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} X_{el}(t) &= A(\omega_m) X_{el}(t) + BU(t) \\ Y(t) &= CX_{el}(t) \end{cases} \quad (3.25)$$

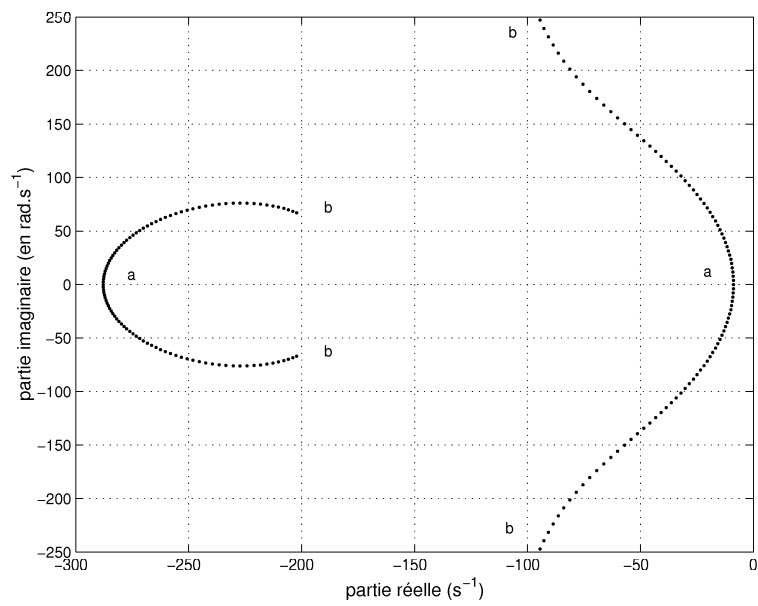


Figure 3.3: lieu des pôles dans un repère lié au stator.

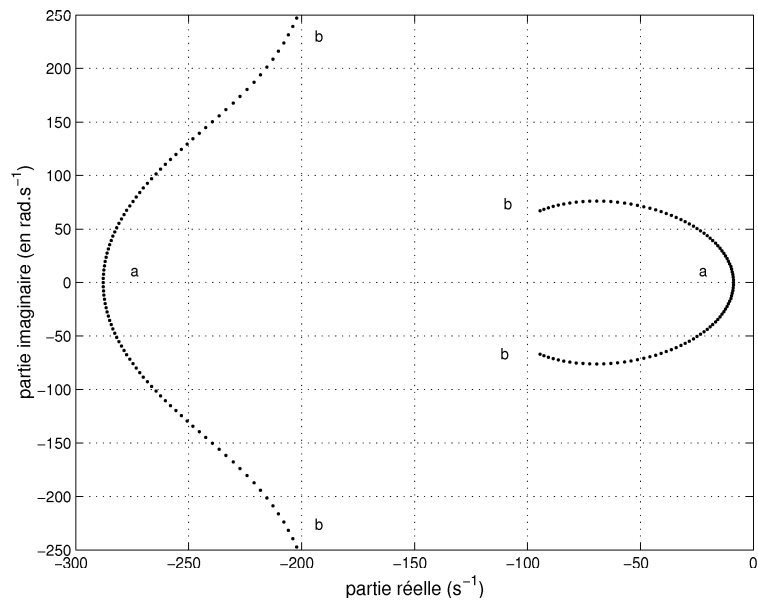


Figure 3.4: lieu des pôles dans un repère lié au rotor.

avec :

$$A(\omega_m) = \begin{bmatrix} -(aR_s + c\frac{M_{sr}}{L_r}R_r) & 0 & \frac{c}{L_r}R_r & c\omega_m \\ 0 & -(aR_s + c\frac{M_{sr}}{L_r}R_r) & -c\omega_m & \frac{c}{L_r}R_r \\ \frac{M_{sr}}{L_r}R_r & 0 & -\frac{1}{L_r}R_r & -\omega_m \\ 0 & \frac{M_{sr}}{L_r}R_r & \omega_m & -\frac{1}{L_r}R_r \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & a \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Le vecteur d'état est composé des courants statoriques $i_{s\alpha}$ et $i_{s\beta}$ et des composantes du flux rotorique $\Phi_{r\alpha}$ et $\Phi_{r\beta}$. Le vecteur de sortie est composé des deux courants statoriques et le vecteur de commande U est composé des deux composantes du vecteur de tensions statoriques.

$$U = \begin{bmatrix} V_{s\alpha} \\ V_{s\beta} \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} \quad X_{el} = \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ \Phi_{r\alpha} \\ \Phi_{r\beta} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Le système d'équations ci-dessus représente le modèle classique utilisé dans la plupart des applications. Cependant, il ne permet pas de modéliser correctement le couplage des modes électriques et mécaniques et le fonctionnement sans capteur mécanique.

3.2.6.2 Choix du repère

Deux repères paraissent applicables pour l'estimation du flux rotorique : le repère lié au rotor et celui lié au stator. Mais en raison de l'invariance dans le temps des matrices de transformation, le repère lié au stator a été choisi en vue de l'observation du vecteur d'état et de la vitesse du rotor de la machine asynchrone, bien que celui-ci nécessite une période d'échantillonnage plus faible. En effet, la période d'échantillonnage est choisie en fonction du comportement transitoire désiré du système.

3.2.7 Conclusion sur la modélisation de la machine asynchrone

L'observation des grandeurs de la machine asynchrone est possible dans tous les repères. Cependant, trois de ces repères semblent mieux appropriés. Le repère statorique nous semble le plus adéquat pour l'observation. La modélisation de la machine asynchrone dans un repère lié au flux rotorique est mieux appropriée en vue de la commande vectorielle ou de la commande par flux orienté abordée en annexe 1.

Les équations d'état développées ne sont pas utilisables telles quelles sur un processeur du traitement numérique du signal. L'objectif du second paragraphe est de comparer plusieurs modèles discrets de la machine asynchrone pour l'estimation d'état.

3.3 Discrétisation du modèle continu de la machine asynchrone

Le modèle de la machine asynchrone étant un modèle d'état continu et les systèmes temps réel utilisant des modèles discrétisés des processus, il est important d'obtenir l'équation d'état discrétisée du système.

Le développement limité de $e^{A.T_e}$ est couramment utilisé. Mais, cette méthode de discrétisation n'est pas toujours satisfaisante puisque l'ordre du développement limité et la période d'échantillonnage doivent être liés. On peut noter que, plus l'ordre du développement est élevé, plus la période d'échantillonnage peut être grande. En contre-partie, l'augmentation de l'ordre du développement limité impose une grande période

d'échantillonnage pour pouvoir réaliser tous les calculs numériques entre deux pas de calcul. Il faut donc réaliser un compromis entre ordre du développement limité et la période d'échantillonnage. Nous avons opté pour une période d'échantillonnage de 400 μ s, suffisante pour exécuter les algorithmes de mesure, de commande et d'estimation sur notre DSP (carte de commande à base d'un DSP TMS320C31 de Texas Instrument programmée en langage C et assembleur, voir annexe 3).

Les différentes méthodes de discrétisation du modèle de la machine que nous avons testé sont récapitulées ci-dessous :

- Modèle 1: développement limité à l'ordre 2 de $e^{A.T_e}$ [VAS98, FOR98].
- Modèle 2: développement limité à l'ordre 2 de $e^{A.T_e}$ et calcul de B_d à un ordre supérieur par rapport au modèle 1.
- Modèle 3: approximation des coefficients exacts de A_d et B_d par des fonctions polynômiales [SIA92].

La dernière méthode testée consiste à approximer les coefficients des matrices A_d et B_d par des fonctions du second ou troisième degré paramétrées par la vitesse du rotor afin de diminuer les erreurs introduites lors de la discrétisation, par rapport aux deux premières méthodes.

3.3.1 Structure des matrices A_d et B_d

Le modèle d'état discrétisé recherché est :

$$\begin{cases} X_{el}[k+1] = A_d X_{el}[k] + B_d U[k] \\ Y[k] = C X_{el}[k] \end{cases} \quad (3.28)$$

Les figures (3.5) et (3.6) représentent les coefficients des matrices A_d et B_d dans le cas d'une discrétisation quasi-exacte (développement limité de $e^{A.T_e}$ à l'ordre 11). On constate que ces matrices possèdent des symétries et antisymétries. Leurs termes sont des fonctions paires ou impaires en fonction de la vitesse de rotation du moteur [JAC95, SIA92]. La matrice A dans un repère statorique peut être écrite de manière simplifiée :

$$A = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & \beta & c\omega_m \\ 0 & \alpha & -c\omega_m & \beta \\ \gamma & 0 & \delta & -\omega_m \\ 0 & \gamma & \omega_m & \delta \end{bmatrix} \quad \text{avec :} \quad \begin{cases} \alpha = -(aR_s + c\frac{M_{sr}}{L_r}R_r) \\ \beta = \frac{c}{L_r}R_r \\ \gamma = \frac{M_{sr}}{L_r}R_r \\ \delta = -\frac{1}{L_r}R_r \end{cases} \quad (3.29)$$

Le calcul de A^2 , A^3 montre que ce sont des matrices possédant les mêmes symétries et antisymétries que la matrice A. Nous allons démontrer que les matrices A^n et A^{n+1} ont alors les mêmes symétries et antisymétries que la matrice A ([JAC95] annexe B).

Démonstration: soit

$$A^n = a_{11}[n]I_{11} + b_{11}[n]J_{11} + a_{12}[n]I_{12} + b_{12}[n]J_{12} + a_{21}[n]I_{21} + b_{21}[n]J_{21} + a_{22}[n]I_{22} + b_{22}[n]J_{22} \quad (3.30)$$

Les termes en "a" sont des fonctions paires tandis que les termes en "b" sont des fonctions impaires par rapport à la vitesse de rotation ω_m avec:

$$I_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad J_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad I_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad J_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

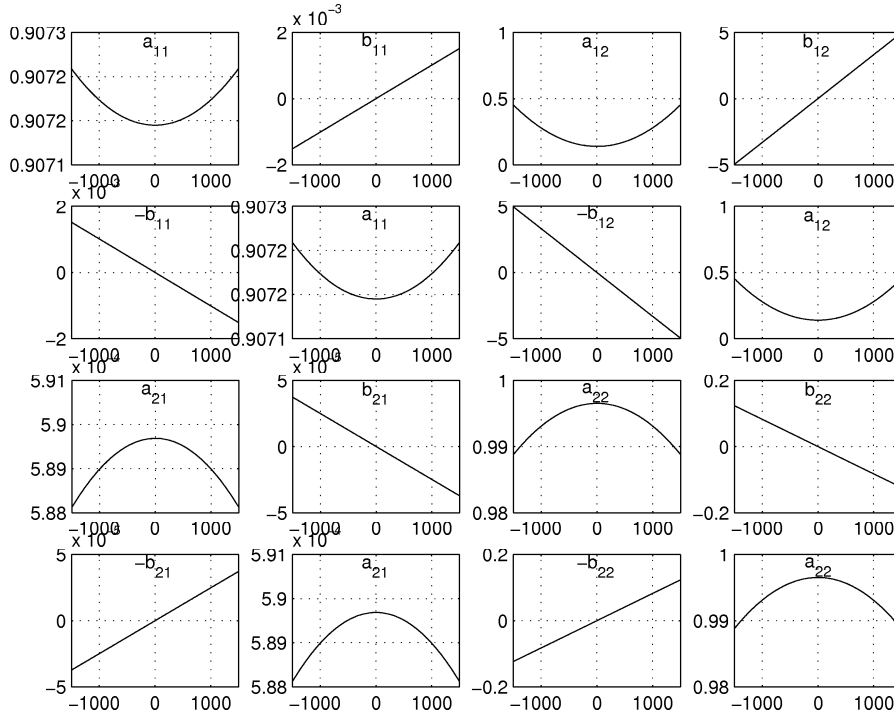


Figure 3.5: Coefficients de la matrice A_d en fonction de la vitesse du rotor [tr/mn].

$$I_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad J_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad I_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad J_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Nous allons démontrer que A^{n+1} conserve les mêmes propriétés que la matrice A^n . Les matrices $A^0 = I$ et $A^1 = A$ peuvent s'écrire de la manière suivante : $A^0 = I = I_{11} + I_{22}$

$$\text{avec : } \begin{cases} a_{11}[0] = a_{22}[0] = 1 \\ a_{12}[0] = a_{21}[0] = 0 \\ b_{11}[0] = b_{12}[0] = b_{21}[0] = b_{22}[0] = 0 \end{cases}$$

$$A = \alpha I_{11} + \beta I_{12} + c\omega_m J_{12} + \gamma I_{21} + \delta I_{22} - \omega_m J_{22}$$

$$\text{avec : } \begin{cases} a_{11}[1] = \alpha & a_{12}[1] = \beta \\ a_{21}[1] = \gamma & a_{22}[1] = \delta \\ b_{11}[1] = b_{21}[1] = 0 \\ b_{12}[0] = c\omega_m \\ b_{22}[1] = -\omega_m \end{cases}$$

L'expression générale donnée équation (3.30) est donc bien valide pour $n = 0$ et $n = 1$. Le calcul de A^{n+1} donne :

$$\begin{aligned} A^{n+1} = & a_{11}[n+1]I_{11} + b_{11}[n+1]J_{11} + a_{12}[n+1]I_{12} + b_{12}[n+1]J_{12} \\ & + a_{21}[n+1]I_{21} + b_{21}[n+1]J_{21} + a_{22}[n+1]I_{22} + b_{22}[n+1]J_{22} \end{aligned}$$

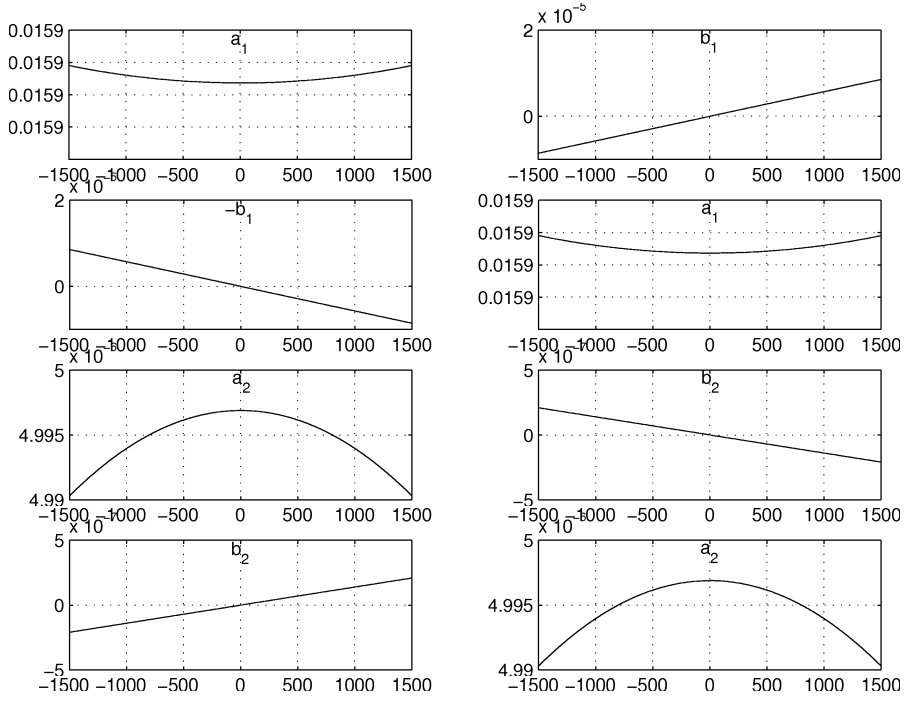


Figure 3.6: Coefficients de la matrice B_d en fonction de la vitesse du rotor [tr/mn].

$$\text{avec : } \begin{cases} a_{11}[n+1] = \alpha a_{11}[n] + \gamma a_{12}[n] \\ a_{12}[n+1] = \beta a_{11}[n] - c\omega_m b_{11}[n] + \delta a_{12}[n] + \omega_m b_{12}[n] \\ a_{21}[n+1] = \alpha a_{21}[n] + \gamma a_{22}[n] \\ a_{22}[n+1] = \beta a_{21}[n] - c\omega_m b_{21}[n] + \delta a_{22}[n] + \omega_m b_{22}[n] \\ b_{11}[n+1] = \alpha b_{11}[n] + \gamma b_{12}[n] \\ b_{12}[n+1] = c\omega_m a_{11}[n] - \omega_m a_{12}[n] + \beta b_{11}[n] + \delta b_{12}[n] \\ b_{21}[n+1] = \alpha b_{21}[n] + \gamma b_{22}[n] \\ b_{22}[n+1] = c\omega_m a_{21}[n] - \omega_m a_{22}[n] + \beta b_{21}[n] + \delta b_{22}[n] \end{cases}$$

Les termes devant les matrices I_{ij} sont des sommes de fonctions paires tandis que les termes devant les matrices J_{ij} sont des sommes de fonctions impaires. La parité et l'imparité des coefficients des matrices A, A^2, A^3, \dots, A^n sont vérifiées quel que soit n . La matrice A_d possède donc la même structure puisque le développement limité à l'ordre n de $A_d = e^{AT_e}$ est égal à :

$$A_d = I + AT_e + \frac{(AT_e)^2}{2} + \dots + \frac{(AT_e)^n}{n!}$$

La parité ou imparité des coefficients de la matrice A_d réduit le nombre de termes à calculer (8 termes au lieu de 16 termes) : le volume de calcul réalisé par le DSP sera donc divisé par deux [JAC95].

On peut remarquer que la matrice d'entrée B_d possède les mêmes propriétés (voir figure (3.6)) que la matrice A_d , nous allons démontrer que certains termes sont pairs tandis que d'autres sont impairs et ceci quelque soit le développement limité de e^{AT_e} . A partir de la définition de B donnée par l'équation (3.31), nous pouvons écrire l'équation (3.32) en utilisant les matrices données équation (3.31).

$$I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad J_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad 0_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = a \begin{bmatrix} I_2 \\ 0_2 \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

$$B_d = \int_0^{T_e} e^{At} B dt \Rightarrow B_d = \int_0^{T_e} \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{(At)^n}{n!} \right) B dt \quad (3.32)$$

soit

$$B_d = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{T_e^{n+1}}{(n+1)!} A^n B$$

Nous utilisons alors la définition de la matrice A^n donnée par l'équation (3.30), ceci nous donne :

$$B_d = a \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{T_e^{n+1}}{(n+1)!} \begin{bmatrix} a_{11}[n] & b_{11}[n] \\ -b_{11}[n] & a_{11}[n] \\ a_{21}[n] & b_{21}[n] \\ -b_{21}[n] & a_{21}[n] \end{bmatrix}.$$

donc

$$B_d = a_1 \begin{bmatrix} I_2 \\ 0_2 \end{bmatrix} + b_1 \begin{bmatrix} J_2 \\ 0_2 \end{bmatrix} + a_2 \begin{bmatrix} 0_2 \\ I_2 \end{bmatrix} + b_2 \begin{bmatrix} 0_2 \\ J_2 \end{bmatrix}$$

avec

$$\begin{cases} a_1 &= a \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{T_e^{n+1}}{(n+1)!} a_{11}[n] \\ b_1 &= a \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{T_e^{n+1}}{(n+1)!} b_{11}[n] \\ a_2 &= a \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{T_e^{n+1}}{(n+1)!} a_{21}[n] \\ b_2 &= a \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{T_e^{n+1}}{(n+1)!} b_{21}[n] \end{cases}$$

Les coefficients a_1 et a_2 sont pairs et les coefficients b_1 et b_2 sont impairs. Nous remarquons alors que les termes pairs sont en relation avec les matrices I_2 tandis que les termes impairs sont en relation avec les matrices J_2 .

Pour conclure, on peut dire que les termes symétriques sont des fonctions paires et les termes anti-symétriques sont des fonctions impaires par rapport à la vitesse de rotation du rotor. Maintenant, nous allons établir les équations des trois modèles discrets de la machine asynchrone dans le repère fixe $\alpha - \beta$.

3.3.2 Modèle 1: Calcul de A_d et B_d par un développement limité à l'ordre 2 de e^{AT_e}

Les matrices A_d et B_d sont calculées par un développement limité à l'ordre 2 de e^{AT_e} avec une période d'échantillonnage de 400 μs . Ainsi,

$$e^{AT_e} \simeq A_d = I + AT_e + \frac{(AT_e)^2}{2} \quad (3.33)$$

et la matrice B_d se calcule par :

$$\int_0^{T_e} e^{At} B dt = A^{-1}(e^{AT_e} - I)B \simeq B_d = T_e(I + \frac{AT_e}{2})B \quad (3.34)$$

Le calcul des matrices A_d et B_d en utilisant la forme simplifiée de l'équation (3.29) donne :

$$A_d = \begin{bmatrix} a_{11} & b_{11} & a_{12} & b_{12} \\ -b_{11} & a_{11} & -b_{12} & a_{12} \\ a_{21} & b_{21} & a_{22} & b_{22} \\ -b_{21} & a_{21} & -b_{22} & a_{22} \end{bmatrix} \quad B_d = \begin{bmatrix} a_1 & 0 \\ 0 & a_1 \\ a_2 & 0 \\ 0 & a_2 \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

$$\text{avec : } \begin{cases} a_{11} = 1 + \alpha T_e + (\alpha^2 + \beta \gamma) T_e^2 / 2 \\ a_{12} = \beta T_e (1 + (\alpha + \delta) T_e / 2) + c \omega_m^2 T_e^2 / 2 \\ a_{21} = \gamma T_e (1 + (\alpha + \delta) T_e / 2) \\ a_{22} = 1 + \delta T_e + (\delta^2 + \beta \gamma) T_e^2 / 2 - \omega_m^2 T_e^2 / 2 \\ b_{11} = c \gamma \omega_m T_e^2 / 2 = -c b_{21} \\ b_{12} = (c T_e (1 + (\alpha + \delta) T_e / 2) - \beta T_e^2 / 2) \omega_m \\ b_{21} = -\gamma \omega_m T_e^2 / 2 \\ b_{22} = (-T_e + (c \gamma - 2 \delta) T_e^2 / 2) \omega_m \\ a_1 = a T_e (1 + \alpha T_e / 2) \\ a_2 = a \gamma T_e^2 / 2 \end{cases} \quad (3.36)$$

La complexité des calculs peut être évaluée en comptant le nombre de multiplications et d'additions que doit exécuter le DSP ou micro-contrôleur à chaque période d'échantillonnage. Les résultats sont donnés dans le tableau (3.1). Les coefficients des matrices A_d et B_d calculés par cette approximation peuvent être

Matrice	Nombre de multiplications	Nombre d'additions
A_d	8	2
B_d	0	0

Tableau 3.1: Nombre d'opérations pour le calcul de A_d et B_d dans le cas du modèle 1.

comparés aux coefficients "vrais" des matrices A_d et B_d exactes. L'erreur absolue maximale est calculée de la manière suivante :

$$\text{Erreur absolue maximale} = \text{Max} |\text{coefficient exact}(\omega_m) - \text{coefficient approché}(\omega_m)|$$

Les tableaux (3.4) et (3.5) récapitulent les erreurs absolues maximales commises sur les coefficients des matrices A_d et B_d pour la machine asynchrone du GE44 (voir annexe 3). Les résultats obtenus montrent que l'erreur absolue la plus importante sur les coefficients de A_d est d'environ $1.8 \cdot 10^{-2}$. Ces résultats paraissent pour le moment peu acceptables pour l'observation d'état. De plus, il y a des erreurs sur les coefficients de la matrice B_d . La matrice B_d ne modélisera pas correctement le "comportement" de la machine asynchrone en entrée. Ce phénomène est encore plus important lorsque les tensions $V_{s\alpha}$ et $V_{s\beta}$ réellement appliquées sur la machine sont mal connues.

3.3.3 Modèle 2: Calcul de A_d par un développement limité à l'ordre 2 de e^{AT_e} et calcul de B_d à un ordre supérieur

Le modèle 1 fait apparaître une matrice A_d comme une fonction du second ordre par rapport à la vitesse de rotation du moteur tandis que les termes de la matrice B_d restent constants. Nous recherchons alors des

Matrice	Nombre de multiplications	Nombre d'additions
A_d	8	2
B_d	3	1

Tableau 3.2: Nombre d'opérations pour le calcul de A_d et B_d dans le cas du modèle 2.

fonctions du second ordre pour A_d et du premier ordre pour B_d telles que :

$$\begin{cases} A_d = f(\omega_m, \omega_m^2) \\ B_d = g(\omega_m) \end{cases}$$

La matrice A_d peut être calculé par un développement limité à l'ordre 2 de e^{AT_e} comme précédemment et B_d par un développement limité à l'ordre 3 de e^{AT_e} . Ainsi :

$$\begin{cases} A_d = I + AT_e + \frac{(AT_e)^2}{2} \\ B_d = Te \left(I + \frac{AT_e}{2} + \frac{(AT_e)^2}{3!} \right) B \end{cases}$$

Les coefficients des matrices A_d restent inchangés par rapport au modèle 1 puisque le développement de e^{AT_e} est le même, mais maintenant les coefficients de la matrice B_d sont fonction de la vitesse de rotation ω_m . La matrice B_d est définie par l'équation (3.37) :

$$B_d = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ -b_1 & a_1 \\ a_2 & b_2 \\ -b_2 & a_2 \end{bmatrix} \quad \text{avec :} \quad \begin{cases} a_1 = a T_e (1 + \alpha T_e/2 + (\alpha^2 + \beta \gamma) T_e^2/6) \\ b_1 = a c \gamma \omega_m T_e^3/6 \\ a_2 = a T_e^2 (\gamma/2 + (\alpha + \delta) \gamma T_e/6) \\ b_2 = -a \gamma \omega_m T_e^3/6 \end{cases} \quad (3.37)$$

Les coefficients de la matrice B_d calculés par cette nouvelle approximation sont eux-aussi comparés aux coefficients "vrais" de la matrice B_d exacte. Le tableau (3.5) récapitule les erreurs absolues maximales commises sur ces coefficients. Les résultats obtenus montrent que les erreurs absolues maximales de la matrice B_d du modèle 2 sont bien inférieures aux erreurs absolues de la matrice B_d du modèle 1. Ceci est évident puisque la matrice B_d est maintenant fonction de la vitesse de rotation du rotor. La complexité des calculs est évaluée en comptant le nombre de multiplications et d'additions. Les résultats sont donnés dans le tableau (3.2).

En conclusion, les erreurs absolues commises lors de la discrétisation sont bien inférieures à celles du modèle 1 pour un coût algorithmique supplémentaire de seulement deux multiplications et une addition.

3.3.4 Modèle 3: approximation des coefficients de A_d et B_d par des fonctions polynômiales

Une autre manière d'obtenir les coefficients des matrices A_d et B_d consiste à calculer ces matrices avec la plus grande précision possible, c'est à dire en interpolant les coefficients des matrices afin d'obtenir des fonctions polynômiales dépendant de la vitesse de rotation du moteur [SIA92].

On remarque que des fonctions du second ou du troisième ordre permettent de faire une bonne approximation des coefficients malgré les erreurs maximales commises sur les coefficients (voir tableaux (3.4) et (3.5)).

La complexité des calculs donnés dans le tableau (3.3) est évaluée en comptant le nombre de multiplications et d'additions du modèle discrétisé selon la méthode de Horner :

$$\begin{cases} A_d = a + b \omega_m + c \omega_m^2 \\ A_d = a + \omega_m (b + \omega_m c) \end{cases} \quad \begin{cases} B_d = a + b \omega_m + c \omega_m^2 \\ B_d = a + \omega_m (b + \omega_m c) \end{cases} \quad (3.38)$$

Matrice	Nombre de multiplications	Nombre d'additions
A_d	16	16
B_d	8	8

Tableau 3.3: Nombre d'opérations pour le calcul de A_d et B_d dans le cas du modèle 3.

Coefficient	Modèle 1	Modèle 2	Modèle 3
a_{11}	$2,42.10^{-4}$	$2,42.10^{-4}$	$8,90.10^{-9}$
b_{11}	$2,00.10^{-4}$	$2,00.10^{-4}$	$1,54.10^{-7}$
$a_{12} [H^{-1}]$	$1,80.10^{-2}$	$1,80.10^{-2}$	$4,53.10^{-5}$
$b_{12} [H^{-1}]$	$4,64.10^{-3}$	$4,64.10^{-3}$	$3,84.10^{-7}$
$a_{21} [H]$	$3,20.10^{-6}$	$3,20.10^{-6}$	$2,16.10^{-10}$
$b_{21} [H]$	$3,39.10^{-6}$	$3,39.10^{-6}$	$3,77.10^{-9}$
a_{22}	$2,59.10^{-4}$	$2,59.10^{-4}$	$1,10.10^{-6}$
b_{22}	$2,03.10^{-4}$	$2,03.10^{-4}$	$9,32.10^{-9}$

Tableau 3.4: Récapitulatif des erreurs absolues maximales sur les coefficients de A_d (machine asynchrone du GE44).

Coefficient	Modèle 1	Modèle 2	Modèle 3
$a_1 [\Omega^{-1}]$	$3,55.10^{-5}$	$1,02.10^{-6}$	$2,49.10^{-11}$
$b_1 [\Omega^{-1}]$	$1,36.10^{-5}$	$8,37.10^{-7}$	$5,22.10^{-10}$
$a_2 [Wb/V]$	$3,28.10^{-7}$	$9,20.10^{-9}$	$6,05.10^{-10}$
$b_2 [Wb/V]$	$3,32.10^{-7}$	$1,42.10^{-8}$	$1,27.10^{-11}$

Tableau 3.5: Récapitulatif des erreurs absolues maximales sur les coefficients de B_d (machine asynchrone du GE44).

3.3.5 Conclusion sur la discrétisation du modèle de la machine asynchrone

Le nombre de calculs nécessaires au modèle de la machine asynchrone selon la méthode 3 est bien supérieur au coût algorithmique demandé aux modèles 1 et 2.

La précision des résultats avec cette troisième méthode de discrétisation justifiera l'utilisation ou non de ce modèle pour l'estimation du vecteur d'état de la machine asynchrone, problématique abordée au paragraphe suivant.

3.4 Estimateur de flux rotorique

Nous conviendrons d'appeler un estimateur un observateur en boucle ouverte, c'est-à-dire un observateur sans correction du vecteur d'état. La matrice de gain est donc nulle. L'utilisation des trois modèles précédents pour l'estimation du vecteur d'état met en évidence les erreurs dues à la discrétisation et aux incertitudes paramétriques de la machine.

Nous avons décomposé le fonctionnement de la machine en quatre parties décrites ci-dessous et représentées à la figure (3.7) :

- installation du flux dans la machine.
- démarrage du moteur jusqu'à la vitesse nominale.
- fonctionnement à vitesse nominale sans couple résistant.
- fonctionnement à vitesse nominale avec couple résistant.
- fonctionnement à vitesse nulle avec couple résistant.

afin de tester la sensibilité des trois modèles discrets de la machine asynchrone aux variations des paramètres et à l'effet introduit par la discrétisation.

3.4.1 Estimation du flux avec le modèle 1

L'estimation du flux rotorique de la machine asynchrone est effectuée avec différentes valeurs de la résistance statorique et rotorique.

La courbe (3.8.a) correspond au cas idéal, c'est à dire à un fonctionnement sans variation de paramètres.

L'erreur introduite par la discrétisation du modèle continu est très faible mais augmente avec la vitesse de rotation. En effet, dans le cas du modèle 1, les erreurs de discrétisation sur les coefficients de la matrice B_d croissent avec la vitesse de rotation.

Les courbes (3.8.b) et (3.8.c) correspondent respectivement à une variation de +60% et -60% de la résistance rotorique. Dans les deux cas, on constate de fortes erreurs dynamiques lors de l'installation du flux dans la machine, ainsi que des erreurs statiques lors de l'application d'un couple résistant. En effet, dans cette dernière configuration il existe un courant dans les enroulements rotoriques de la machine qui a pour conséquence d'augmenter la sensibilité du modèle aux variations de la résistance rotorique.

Les courbes (3.8.d) et (3.8.e) correspondent respectivement à une variation de +30% et -30% de la résistance statorique. On constate dans ce cas des erreurs assez importantes aux basses vitesses. En effet, lorsque la vitesse d'une machine est faible, les termes $R_s I_s$ sont prépondérants par rapport aux forces électromotrices. Ainsi, une incertitude sur ce paramètre implique des erreurs d'estimation du flux aux basses vitesses qui diminuent rapidement lorsque la vitesse augmente.

La courbe (3.8.f) correspond à une variation de +60% de la résistance rotorique et +30% de la résistance statorique. L'erreur statique sur le flux rotorique à vitesse nulle et avec la présence du couple résistant est plus faible par rapport aux fonctionnements donnés sur les figures b et d. On observe une compensation des

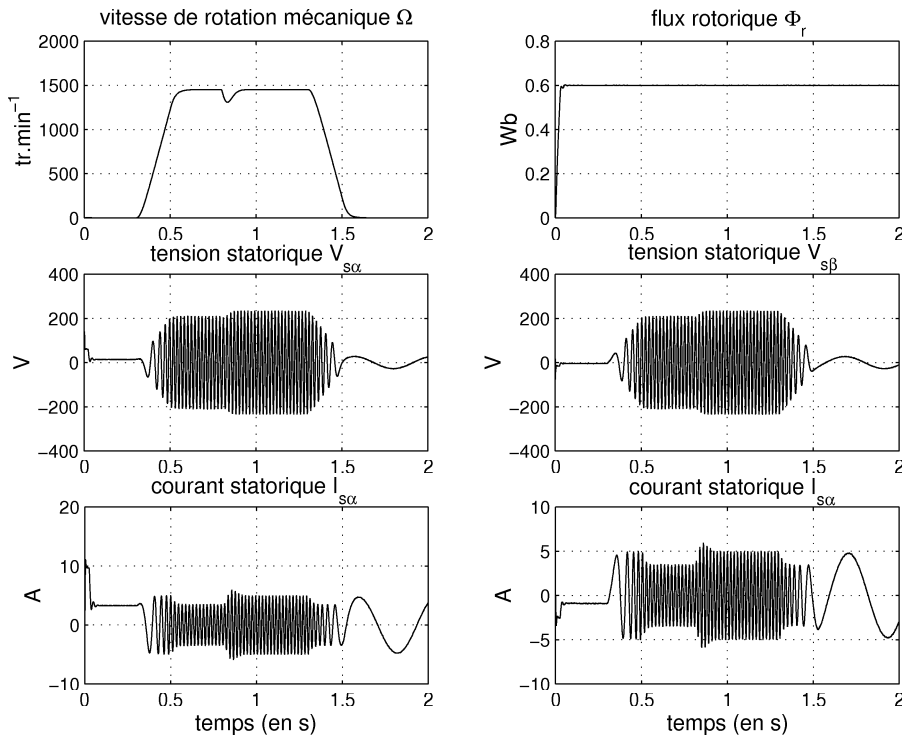


Figure 3.7: Visualisation des grandeurs de la machine asynchrone lors d'une commande vectorielle avec régulateur RST.

effets lorsque les deux paramètres évoluent dans le même sens. Nous pouvions nous y attendre puisque dans le cas de la figure b, le flux rotorique estimé est plus faible que le flux réel dans la machine, et inversement dans le cas de la figure d.

En pratique, une augmentation de la température moyenne dans le rotor se caractérise par une augmentation de la résistance rotorique. De plus, étant donné que le stator englobe la plupart du temps le rotor, la température moyenne du stator est normalement plus faible que celle du rotor. Ainsi, l'augmentation de la résistance du stator ne doit pas être plus importante que celle du rotor et logiquement de même signe. Ce cas particulier simulé permet donc de montrer un phénomène naturel assez intéressant pour la réduction des erreurs d'estimation.

3.4.2 Estimation du flux avec les modèles 2 et 3

Les erreurs d'estimation du flux commises lors des variations paramétriques avec les modèles discrets 2 et 3 sont sensiblement équivalentes à celles du modèle 1 (voir tableau (3.6)). Les courbes ne sont pas montrées car elles n'ont aucun intérêt supplémentaire.

3.4.3 Tests de performance des trois estimateurs

Le tableau (3.6) récapitule les erreurs commises lors des variations des paramètres résistifs avec différents critères permettant de quantifier la sensibilité ou bien l'insensibilité des trois modèles étudiés.

Nous avons utilisé quatre critères: un critère J sur l'erreur en amplitude de l'estimation du flux rotorique, un critère J_ρ sur l'erreur d'orientation du flux rotorique, une autre fonction coût $J_{\alpha\beta}$ combinant les erreurs en amplitude selon les deux axes α et β , ainsi qu'un critère J_∞ caractérisant l'erreur maximale entre les deux trajectoires du flux :

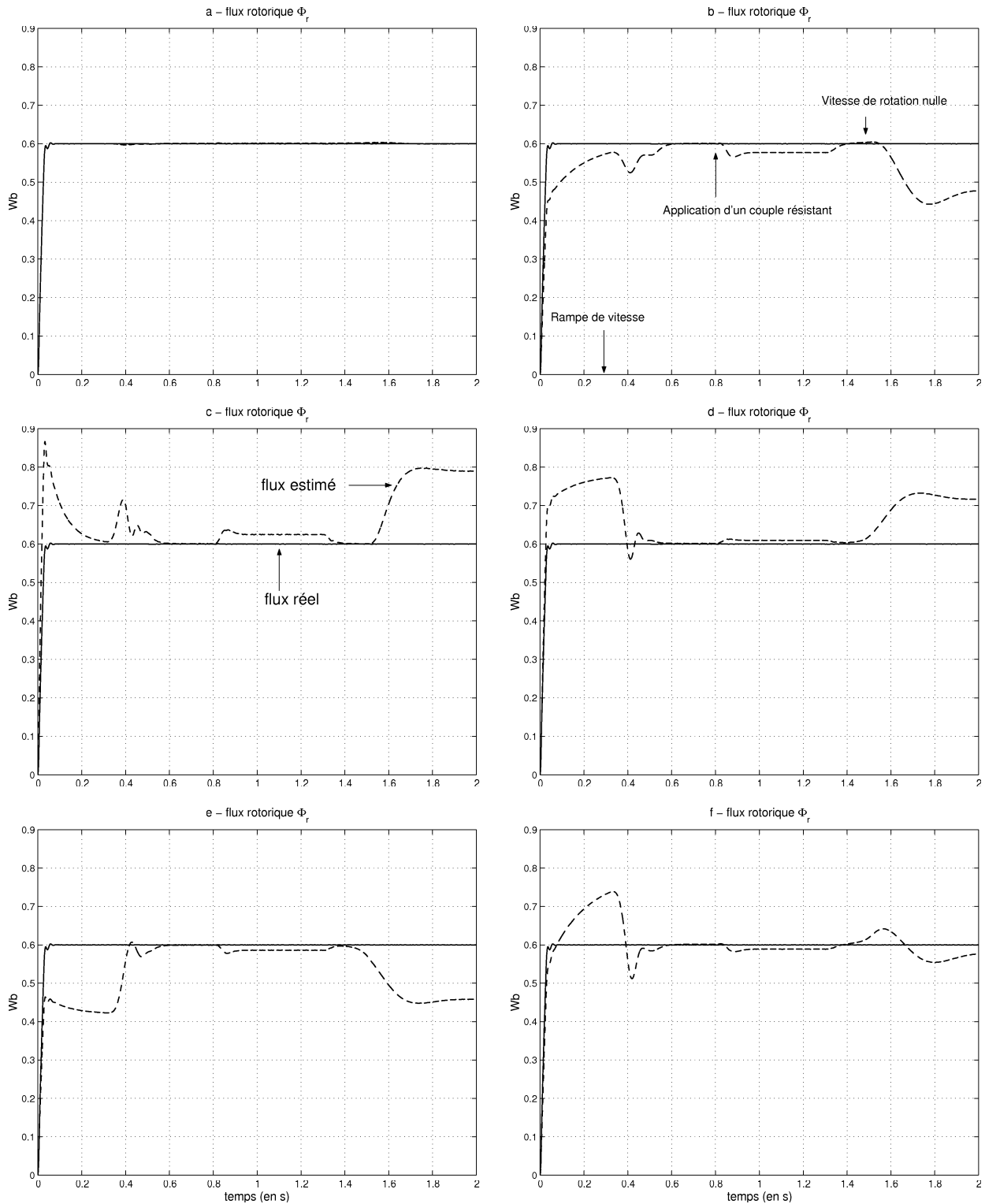


Figure 3.8: Estimation en boucle ouverte du flux rotorique (traits pointillés) et valeurs exactes (traits continus). a) cas idéal, b) variation de la résistance rotorique de +60%, c) variation de la résistance rotorique de -60%, d) variation de la résistance statorique de +30%, e) variation de la résistance rotorique de +60% et de la résistance statorique de +30%.

$$\left\{ \begin{array}{l} J = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\Phi_r[k] - \hat{\Phi}_r[k])^2} \\ J_\rho = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left(\arctg\left(\frac{\Phi_{r\beta}[k]}{\Phi_{r\alpha}[k]}\right) - \arctg\left(\frac{\hat{\Phi}_{r\beta}[k]}{\hat{\Phi}_{r\alpha}[k]}\right) \right) \\ J_{\alpha\beta} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N ((\Phi_{r\alpha}[k] - \hat{\Phi}_{r\alpha}[k])^2 + (\Phi_{r\beta}[k] - \hat{\Phi}_{r\beta}[k])^2)} \\ J_\infty = \text{Max}|\Phi_r[k] - \hat{\Phi}_r[k]| \end{array} \right. \quad (3.39)$$

On remarque à l'aide du tableau (3.6) que les erreurs commises par les incertitudes paramétriques étouffent

Δ paramètres		Modèle 1			
ΔR_r	ΔR_s	Coût J [Wb]	coût $J_{\alpha\beta}$ [Wb]	Coût J_∞ [Wb]	coût J_ρ [degrés]
0%	0%	0,0012	0,0031	0,000046	0.50
+60%	0%	0,0687	0,0849	0,1224	5.60
-60%	0%	0,0972	0,1291	0,1897	9.35
0%	+30%	0,0851	0,0885	0,1168	2.72
0%	-30%	0,0962	0,1067	0,1419	5.09
+60%	+30%	0,0458	0,0796	0,0238	8.49
Δ paramètres		Modèle 2			
ΔR_r	ΔR_s	Coût J [Wb]	coût $J_{\alpha\beta}$ [Wb]	Coût J_∞ [Wb]	coût J_ρ [degrés]
0%	0%	0,0011	0,0026	0,000003	0.40
+60%	0%	0,0689	0,0850	0,1224	6.07
-60%	0%	0,0970	0,1287	0,1986	9.28
0%	+30%	0,0850	0,0884	0,1168	2.82
0%	-30%	0,0960	0,1007	0,1419	4.99
+60%	+30%	0,0452	0,0797	0,0238	8.50
Δ paramètres		Modèle 3			
ΔR_r	ΔR_s	Coût J [Wb]	coût $J_{\alpha\beta}$ [Wb]	Coût J_∞ [Wb]	coût J_ρ [degrés]
0%	0%	0,0010	0,0014	0,000075	0.12
+60%	0%	0,0688	0,0857	0,1224	6.36
-60%	0%	0,0973	0,1289	0,1998	9.27
0%	+30%	0,0851	0,0886	0,1168	3.04
0%	-30%	0,0962	0,1003	0,1419	4.56
+60%	+30%	0,0453	0,0808	0,0238	9.16

Tableau 3.6: coût dû aux variations des paramètres résistifs.

la précision apportée par les méthodes de discrétisation. En effet, lorsqu'il n'y a pas d'incertitude paramétrique, le modèle 3 réduit les erreurs dues à la discrétisation par rapport aux autres modèles. Cette précision est cependant complètement négligeable par rapport aux erreurs introduites par les incertitudes paramétriques.

Une étude de la caractérisation des bruits d'état et de mesure réalisée par E. Sedda [SED99] montre que les bruits d'état sont dus à 95% aux variations des paramètres. La seconde source d'erreur est due aux incertitudes sur la mesure de vitesse (environ 4,5%). Le reste des bruits d'état proviennent de l'effet de l'onduleur et de la discrétisation. Les constatations obtenues dans ce mémoire sont donc en accord avec les résultats obtenus lors d'études fines [SED99] du "système machine asynchrone".

3.4.4 Conclusion sur l'estimation en boucle ouverte

L'étude de la sensibilité des trois modèles discrets en fonction de la précision de la méthode de discrétisation montre que ces trois modèles sont quasi-équivalents et qu'il est nécessaire de travailler sur la désensibilisation de l'estimateur aux variations de paramètres plutôt qu'à la désensibilisation aux effets de la discrétisation.

La suite des travaux présentés dans ce mémoire utilise le modèle 1 pour l'estimation du flux rotorique (chapitre 3) ainsi que la vitesse de rotation mécanique de la machine asynchrone (chapitre 4).

Avant de décrire le réglage et l'algorithmie "efficace" d'un filtre de Kalman optimal pour l'estimation du flux rotorique et des courants statoriques, nous allons rappeler l'état de l'art concernant les reconstituteurs d'état et leurs moyens de réglage.

3.5 Filtre de Kalman optimal

3.5.1 Introduction

Depuis plusieurs années, un grand nombre de travaux ont permis de reconstruire le flux par différents moyens : observateurs de Luenberger [BOC91, DEL97, ILA97, LAL93, ROB00, VER88] ou observateurs stochastiques [FOR98, LAL93, ROB92A, ROB92B]. Des études industrielles ont été menées [BEN93, JAC95, OUR95] afin d'estimer le flux rotorique des machines asynchrones pour la conception de variateurs de vitesse à hautes performances.

La synthèse des observateurs de Luenberger est traitée afin de régler des paramètres de haut niveau comme la dynamique [VER88], la stabilité, les erreurs statiques et les erreurs d'orientation du vecteur flux dues aux incertitudes sur les paramètres [DEL97, ROB00].

Malgré tout, la plupart de ces observateurs ne prennent pas en compte les bruits du système dans le calcul des gains. Un régime transitoire oscillant dû au faible filtrage des bruits de mesures est observé aux basses fréquences [ROB92A, ROB92B]. Il faut donc parfois limiter la bande passante de l'observateur pour respecter les rejets de perturbation [DAR00].

Lorsque les perturbations aléatoires sur le processus sont prises en compte, les observateurs stochastiques sont appelés filtres et sont mieux appropriés aux systèmes fortement bruités puisque le calcul des gains est fonction des bruits agissant sur le système.

D'un point de vue électrotechnique et électronique de puissance, la machine asynchrone est un système fortement bruité par l'onduleur (MLI) ou les processus environnants. Pour l'automatique, c'est un processus non linéaire multivariable paramétré par la vitesse de rotation du moteur. Le système "machine asynchrone" est donc bien approprié à l'utilisation du filtre de Kalman pour la reconstruction du flux rotorique, de la vitesse de rotation mécanique et des paramètres. Les seules hypothèses qui ne sont pas toujours vérifiées sont la blancheur et la décorrélation des bruits sur le processus [LOR96].

Avant d'aborder plus précisément le filtrage de Kalman optimal pour la reconstruction du flux rotorique, nous allons faire un point sur l'état de l'art des observateurs de flux avec capteur de vitesse mécanique.

3.5.2 Etat de l'art sur les reconstituteurs de flux avec capteur mécanique

3.5.2.1 Généralités

L'estimation d'une grandeur pour la commande de la machine asynchrone s'appuie le plus souvent sur un modèle d'état du système et fonctionne en boucle ouverte. Les grandeurs d'état sont ainsi accessibles, mais cette structure est sensible aux erreurs de modélisation dues aux variations des paramètres de la machine en cours de fonctionnement. En effet, il n'y a aucun rebouclage avec des grandeurs réelles qui permettrait de prendre en compte ces erreurs de modèle et de perturbations. De plus, la dynamique de l'estimateur est identique à celle du système réel. L'estimateur est donc dépendant, en régime dynamique, des modes naturels de la machine, ce qui se caractérise par une convergence lente des erreurs d'estimation si le système

est stable. En contre-partie, ces estimateurs ne nécessitent qu'un faible coût de calcul algorithmique ; l'investissement financier est donc réduit par rapport aux observateurs (déterministes et stochastiques).

Nous allons tout d'abord faire un état de l'art sur les observateurs déterministes et nous terminerons par les observateurs stochastiques.

3.5.2.2 Observateurs déterministes

Les observateurs déterministes utilisent le modèle dynamique de la machine et les mesures pour estimer le vecteur d'état. Divers travaux en conception d'observateurs ont montré que la correction à apporter via la matrice de gain L pour désensibiliser l'observateur aux variations des paramètres doit augmenter la dynamique de l'observateur d'un facteur entre 4 et 6 au plus (on note L dans le cas d'observateurs déterministes et K dans le cas du filtrage de Kalman). Cet intervalle est un compromis entre sensibilité aux bruits et robustesse vis à vis des incertitudes paramétriques.

Le premier observateur décrit dans ce mémoire est l'observateur de Verghese et Sanders [VER88] utilisant un modèle d'ordre complet de la machine asynchrone. Cet observateur a comme principale qualité une convergence exponentielle de l'erreur d'estimation en l'absence de bruit. Nous décrirons ensuite les modes de réglage d'un observateur de flux statorique appelé "observateur cartésien" (développé au LEEI à Toulouse) et un observateur de flux rotorique robuste aux incertitudes paramétriques (développé par B. Robyns et E. Delmotte au LR2EP à Lille). Nous terminerons ce paragraphe par la synthèse d'un observateur de flux rotorique H_∞ développé au GE44 par C. Darengosse, et par quelques commentaires sur les observateurs non-linéaires du type modes glissants.

3.5.2.2.1 Observateur déterministe de Verghese et Sanders. Verghese et Sanders [VER88] proposent l'observation du flux rotorique et du courant statorique en supposant la vitesse de rotation mécanique constante entre deux pas de calcul. Etant donné que les matrices A et B de l'équation d'état continu (3.26) ont des propriétés de symétries et anti-symétries, ils proposent une matrice de gain L ayant ces mêmes propriétés structurelles :

$$L = \begin{bmatrix} l_1 & -l_2 \omega_m \\ l_2 \omega_m & l_1 \\ l_3 & -l_4 \omega_m \\ l_4 \omega_m & l_3 \end{bmatrix} \quad \text{soit sous forme :} \quad L = \begin{bmatrix} l_1 I_2 + l_2 \omega_m J_2 \\ l_3 I_2 + l_4 \omega_m J_2 \end{bmatrix}$$

$$\text{avec} \quad I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad J_2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

L'erreur d'observation est fournie par l'équation différentielle matricielle ci-dessous garantissant la convergence des estimations vers les valeurs réelles si les pôles arbitrairement choisis sont à parties réelles négatives (domaine continu) :

$$\widetilde{X} = X - \hat{X} \quad \implies \quad \frac{d}{dt} \widetilde{X} = (A - LC) \widetilde{X}$$

$$\text{soit} \quad \frac{d}{dt} \widetilde{X} = \left(\begin{bmatrix} (\alpha - l_1) I_2 & \beta I_2 \\ (\gamma - l_3) I_2 & \delta I_2 \end{bmatrix} + \omega_m \begin{bmatrix} -l_2 J_2 & -c J_2 \\ -l_4 J_2 & J_2 \end{bmatrix} \right) \widetilde{X}$$

Verghese et Sanders proposent la simplification suivante :

$$\begin{cases} \alpha - l_1 &= -\delta l_2 \\ \gamma - l_3 &= -\delta l_4 \end{cases}$$

Ceci permet de réduire de manière significative la matrice $A - LC$ qui comporte alors deux degrés de liberté l_2 et l_4 :

$$\frac{d}{dt} \tilde{X} = \left(\begin{bmatrix} -\delta l_2 I_2 & \beta I_2 \\ -\delta l_4 I_2 & \delta I_2 \end{bmatrix} + \omega_m \begin{bmatrix} -l_2 J_2 & -c J_2 \\ -l_4 J_2 & J_2 \end{bmatrix} \right) \tilde{X}$$

et la matrice $A - LC$ peut se décomposer en deux matrices S et $Q(\omega_m)$ telles que :

$$A - LC = S Q(\omega_m) = \begin{bmatrix} -l_2 I_2 & -c I_2 \\ -l_4 I_2 & I_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta I_2 + \omega_m J_2 & 0 \\ 0 & \delta I_2 + \omega_m J_2 \end{bmatrix}$$

Les valeurs propres de la matrice $A - LC$ sont les valeurs propres de S multipliées par les valeurs propres de $Q(\omega_m)$. Cette factorisation matricielle fait apparaître les paramètres de réglage de la matrice S dissociés des paramètres de la matrice $Q(\omega_m)$. Les valeurs propres doubles λ_1 et λ_2 de S sont solutions de l'équation caractéristique :

$$\lambda^2 + (l_2 - 1) \lambda - l_2 - c l_4 = 0$$

Les relations entre les coefficients de la matrice de correction (l_2 et l_4) et les valeurs propres doubles réelles (choix des auteurs) λ_1 et λ_2 sont :

$$\begin{cases} l_2 = 1 - \lambda_1 - \lambda_2 \\ l_4 = (-l_2 - \lambda_1 \lambda_2)/c \end{cases}$$

et les valeurs propres de $Q(\omega_m)$ sont :

$$\begin{cases} \mu_{1,2} = (\delta \pm j\omega_m) \\ \mu_{3,4} = (\delta \pm j\omega_m) \end{cases}$$

Finalement, les valeurs propres de la matrice $A - LC$ deviennent :

$$\begin{cases} P_{1,2} = (\delta \pm j\omega_m) \lambda_1 \\ P_{3,4} = (\delta \pm j\omega_m) \lambda_2 \end{cases}$$

Lorsque la vitesse varie dans le temps, les valeurs propres P_i avec $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ ne donnent pas directement d'information sur la dynamique de l'erreur d'observation. Ainsi, Verghese et Sanders utilisent une fonction candidate de Lyanunov pour conclure à la convergence exponentielle de leur observateur, propriété respectée si les deux paramètres de réglages l_2 et l_4 imposent aux valeurs propres λ_1 et λ_2 d'être réelles et négatives.

Ph. Martin et P. Rouchon proposent (voir par exemple [CAN00], chapitre 6) un observateur exponentiellement stable similaire à celui de Verghese, mais les paramètres de réglage autorisent aux valeurs propres λ_1 et λ_2 d'être complexes. Ainsi, la dynamique de convergence de l'erreur d'observation augmente avec la vitesse de rotation de la machine, ce qui est tout à fait logique et améliore en même temps la robustesse du reconstruteur.

L'hypothèse principale pour la conception de ces observateurs est la constance de la vitesse de rotation entre deux pas de calcul. On peut logiquement s'attendre, dans le cas où la vitesse évolue entre deux pas d'échantillonnage à une sensibilité plus forte de ces observateurs aux variations paramétriques par rapport au cas où la vitesse évolue peu ou presque pas.

Nous allons maintenant décrire un autre observateur dont la dynamique change avec la vitesse de rotation de la machine.

3.5.2.2.2 Observateur d'état découplé dit cartésien. L'observateur découplé est un observateur à deux stratégies. La première est utilisée aux basses vitesses où le système d'ordre 4 est décomposé en deux sous-systèmes d'ordre 2, linéaires mais à couplage non stationnaire, l'un pour l'axe α et l'autre pour l'axe β . L'autre mode fonctionne aux moyennes et hautes vitesses où l'observateur est le système complet d'ordre 4 non stationnaire [BOU95A, BOU95B, SIA92, CAN00].

L'équation d'état a pour vecteur d'état $X = [\Phi_{s\alpha} \ \Phi_{r\alpha} \ \Phi_{s\beta} \ \Phi_{r\beta}]^t$, comme vecteur d'entrée $U = [V_{s\alpha} \ V_{s\beta}]^t$ et comme vecteur de sortie $Y = [i_{s\alpha} \ i_{s\beta}]^t$. Les matrices A , B et C de l'équation d'état sont définies comme suit :

$$A = \begin{bmatrix} -a R_s & c R_s & 0 & 0 \\ c R_r & -b R_s & 0 & -\omega_m \\ 0 & 0 & -a R_s & c R_s \\ 0 & \omega_m & c R_r & -b R_r \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} a & -c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & -c \end{bmatrix}$$

Compte-tenu des symétries des différents éléments de la matrice A , nous pouvons définir deux sous-systèmes d'état selon les axes α et β couplés par la vitesse de rotation mécanique ω_m :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}\Phi_i = A_i \Phi_i + B_i U_i + K_i \Phi_j + L_i (I_{si} - \hat{I}_{si}), & i \in \{\alpha, \beta\} \\ I_{si} = C_i \Phi_i \end{cases}$$

avec

$$\begin{aligned} A_\alpha &= A_\beta = \begin{bmatrix} -a R_s & c R_r \\ c R_r & -b R_s \end{bmatrix} & B_\alpha &= B_\beta = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} & C_\alpha &= C_\beta = \begin{bmatrix} a & -c \end{bmatrix} \\ K_\alpha &= -K_\beta = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\omega_m \end{bmatrix} & L_i &= \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

où les coefficients a , b et c sont définis à l'équation (3.18). Les erreurs d'observation ϵ_α et ϵ_β peuvent alors être représentées par leurs fonctions de transfert :

$$\begin{cases} \epsilon_\alpha(p) = [pI - (A_\alpha - L_\alpha C_\alpha)]^{-1} K_\alpha [pI - (A_\beta - L_\beta C_\beta)]^{-1} K_\beta \epsilon_\beta(p) \\ \epsilon_\beta(p) = [pI - (A_\beta - L_\beta C_\beta)]^{-1} K_\beta [pI - (A_\alpha - L_\alpha C_\alpha)]^{-1} K_\alpha \epsilon_\alpha(p) \end{cases}$$

Afin de régler la dynamique de convergence de l'erreur d'observation, nous devons imposer que les fonctions de transfert aient des pôles à partie réelle négative grâce au choix des coefficients L_1 et L_2 . Après simplification et factorisation, l'équation caractéristique du système bouclé est :

$$\begin{cases} 0 &= p^2 + p(x + j\omega_m) + (k + j\omega_m)z \\ 0 &= p^2 + p(x - j\omega_m) + (k - j\omega_m)z \\ x &= a(R_s + L_1) + bR_r - cL_2 \\ k &= \frac{ab-c^2}{a} R_r \\ z &= a(R_s + L_1) \end{cases}$$

Le choix de la meilleure dynamique du système impose aux pôles d'avoir des parties réelles les plus négatives possibles. La solution envisagée dans [BOU95A, BOU95B] consiste à superposer les pôles deux à deux. Ainsi, nous obtenons les gains de l'observateur suivants :

$$\begin{cases} L_1 &= (k + \sqrt{k^2 + \omega_m^2})/2a \\ L_2 &= (bR_r - a(R_s + L_1))/c \end{cases}$$

Grâce à ce placement de pôles, la stabilité asymptotique est assurée et la rapidité de convergence augmente naturellement avec la vitesse.

A vitesse nulle, les équations de l'observateur sont simplifiées car les termes de couplage sont nuls. La dynamique de convergence est fixée en choisissant un coefficient d'amortissement ξ et une pulsation propre ω_n d'où :

$$\begin{cases} L_1 &= \frac{\omega_n^2}{R_r(a b - c^2)} - R_s \\ L_2 &= (a(R_s + L_1) + b R_r - 2 \xi \omega_n)/c \end{cases}$$

L'intérêt de cet observateur est de pouvoir commuter d'un algorithme d'estimation à un autre selon la vitesse de rotation de la machine et selon les performances des deux estimateurs vis-à-vis des incertitudes paramétriques.

Un autre intérêt non négligeable de ces travaux est de proposer une détermination des gains par une méthode analytique et non heuristique comme la plupart du temps. Les résultats expérimentaux ont montré le bon fonctionnement de cet observateur sur toute la plage de vitesse bien que la méthode employée ici ne prenne pas en compte les erreurs de paramètres.

La détermination des coefficients de réglage de l'observateur peut être réalisée en minimisant un critère déterministe avec une prise en compte des variations paramétriques [HIL98], cette méthodologie sera appliquée au filtre de Kalman optimal [HIL00A] aux paragraphes suivants.

3.5.2.2.3 Etude de sensibilité. Les travaux de B. Robyns [ROB95, ROB00] et E. Delmotte [DEL97, DEL99] présentent une méthodologie de synthèse des matrices de correction L afin de réduire la sensibilité de l'observateur aux variations des paramètres. L'étude en régime permanent de l'erreur statique entre le flux réel et le flux estimé permet d'obtenir une équation (sous la forme complexe) de la forme :

$$\hat{\Phi} = (q_1 + j q_2)\Phi$$

où les termes q_1 et q_2 sont fonction des paramètres réels et nominaux, de la vitesse de rotation mécanique et du couple électromagnétique. A partir de cette équation, deux autres critères de réglage de plus haut niveau sont obtenus :

- Erreur en amplitude: rapport entre le flux réel et le flux estimé en régime permanent.

$$E_m = \frac{\Phi}{\hat{\Phi}} = \frac{1}{\sqrt{q_1^2 + q_2^2}}$$

- Erreur en orientation: écart entre la phase du flux réel et du flux estimé (dans le cas d'un repère de Park lié au stator).

$$\rho = \arg(q_1 - j q_2)$$

L'étude de sensibilité permet de choisir des gains réduisant la sensibilité paramétrique de l'observateur tout en satisfaisant d'autres critères tels que :

- la stabilité: contraintes sur la partie réelle des pôles.
- la dynamique: contraintes sur les parties réelle et imaginaire des pôles pour conserver une rapidité de convergence.
- la simplicité: les gains sont constants ou linéairement dépendants de la vitesse de rotation.
- la sensibilité aux bruits de mesures: contraintes sur la partie réelle des pôles afin de limiter la dynamique de l'observateur.

- la discrétisation: le réglage de L dépend de la méthode de discrétisation de l'observateur et de la période d'échantillonnage employée.

Les études ont montré qu'il n'est pas possible d'annuler par un choix approprié à la fois l'erreur statique en amplitude et l'erreur statique en orientation. Ainsi, un compromis entre erreur en amplitude et erreur en orientation doit être respecté [DEL97, DEL99].

L'inconvénient majeur d'une telle théorie est qu'elle est basée sur une étude en régime permanent du modèle de la machine asynchrone. Les résultats sont donc optimaux dans ce cas de fonctionnement mais "sous-optimaux" en régime dynamique. Les résultats expérimentaux obtenus [ROB00, DEL97] montrent toutefois un très bon comportement de l'ensemble commande-observateur-machine tant en régime permanent qu'en régime dynamique.

Une des questions à se poser avant d'utiliser cette méthode est le mode de fonctionnement prédominant du variateur de vitesse. En effet, dans le cas d'un variateur de vitesse fonctionnant quasiment toujours en régime dynamique, existerait-il d'autres méthodes de réglage permettant un fonctionnement "optimal" dans cette configuration ?

Comme nous le verrons dans ce chapitre, nous avons développé une méthode de réglage d'un filtre de Kalman optimal d'ordre complet afin de rendre le fonctionnement de l'observateur "optimal" tant en régime permanent qu'en régime dynamique.

3.5.2.2.4 Observateurs H_∞ . Les travaux de C. Darengosse [DAR99B, DAR00] au GE44 traitent de la synthèse d'un observateur de flux rotorique à paramètres variant linéairement (LVP) (vitesse de rotation du moteur) à base de LMI (Linear Matrix Inequality). Le système d'équations d'état continu traditionnel de la machine asynchrone peut être écrit de la manière suivante :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}X &= A(\Delta)X + B(\Delta)U \\ Y &= C(\Delta)X \end{cases}$$

où Δ représente la variation des paramètres dans un espace polytopique P_0 borné. Les différentes composantes de Δ (vitesse de rotation mécanique par exemple) sont des paramètres évoluant dans un espace borné précisé par ses sommets Δ_i (vitesse de rotation mécanique maximale ($\Omega_{max} = \Omega_{nom}$) et minimale ($\Omega_{min} = -\Omega_{nom}$) par exemple), où :

$$\Delta \in P_0 \quad \exists(\alpha_1, \dots, \alpha_n) \in \Re \mid \Delta = \sum_{i=1}^n \alpha_i \Delta_i \quad \text{et} \quad \sum_{i=1}^n \alpha_i = 1$$

Le problème d'observation H_∞ du flux rotorique est formulé comme un problème de commande H_∞ [DUC99], c'est à dire que l'on recherche un retour dynamique stabilisant la boucle fermée et garantissant un filtrage des bruits de mesures.

L'inconvénient majeur de cette méthode est l'augmentation de l'ordre de l'observateur pour prendre en compte les fonctions de transfert (limitation de la bande passante de l'observateur, etc), ce qui augmente significativement le coût algorithmique. Comme nous l'avons souligné dans [HIL00B], un tel observateur est un peu plus gourmand en temps de calcul qu'un filtre de Kalman comportant une implémentation efficace (voir chapitre 3 §5.4) et estimant le même vecteur d'état.

Les résultats de simulation et expérimentaux [DAR00] ont montré un bon comportement de l'observateur sur toute la plage de vitesse, un bon filtrage des bruits de mesure, ainsi qu'une bonne robustesse vis-à-vis des variations de la résistance rotorique bien que celle-ci ne soit pas prise en compte dans le réglage de l'observateur.

3.5.2.2.5 Observateurs à grand gain et à modes glissants. Jusqu'à maintenant, la plupart des observateurs de flux existants sur des équipements industriels sont réalisés à base d'observateurs déterministes

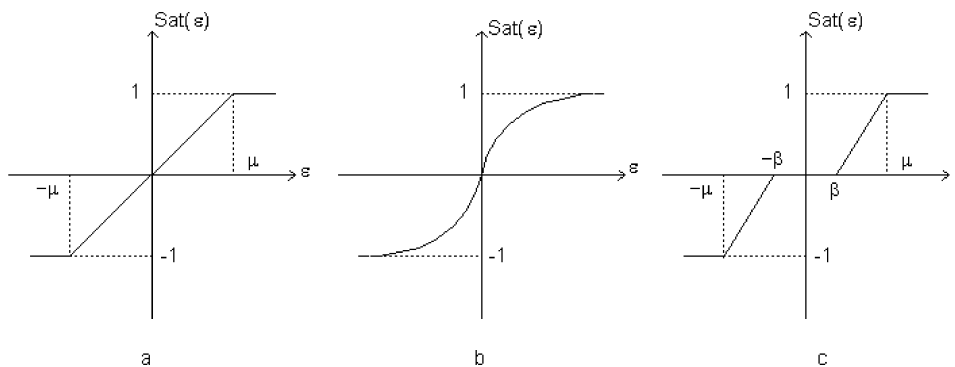


Figure 3.9: Fonction signe des observateurs à structure variable.

ou de filtres de Kalman. Cependant, ce type d'observateur ne s'applique qu'à des systèmes linéaires. Dans le cas des moteurs alternatifs, le modèle est non linéaire : la matrice de transition et le vecteur d'état dépendent de la vitesse de rotation mécanique. L'application des observateurs linéaires passe par la mise en œuvre de modèles linéaires non stationnaires.

Les observateurs non linéaires de type grand gain permettent la prise en compte des non-linéarités du modèle lors de la synthèse de l'observateur. Mais la présence de grands gains entraîne des problèmes de précision en présence de bruit de mesure.

L'apparition des observateurs non linéaires à structure variable (observateurs à modes glissants) offre des perspectives d'applications [CAN00]. Ce sont des observateurs de type grand gain dont le gain est variable en fonction de la valeur de l'erreur d'observation,

Les avantages de ces observateurs sont leur convergence en un temps fini, la prise en compte des perturbations bornées et la prise en compte des discontinuités (ce qui permet d'être plus proche des contraintes issues de l'entrée). L'application d'un observateur à modes glissants pose des problèmes bien connus comme leur sensibilité aux bruits de mesure et donc aux dynamiques non modélisées (modes rapides) ainsi qu'aux phénomènes de broutement ("chattering" en anglais). Ce phénomène de broutement ajoute des composantes hautes fréquences dans le spectre du signal à reconstruire. Il détériore le système global en excitant des modes rapides non modélisés et donc sollicite trop fortement les actionneurs.

Le broutement peut être réduit en utilisant une période d'échantillonnage relativement faible $25 \mu s$ [BEL99] ou en modifiant la fonction de commutation (fonction signe) par une fonction de saturation filtrant les hautes fréquences ou par une fonction de classe C^1 (fonction dérivable une fois).

L'application des observateurs à structure variable pour l'observation du flux rotorique de la machine asynchrone [THO97] montre que l'observateur diverge dans le cas d'une fonction signe classique (voir figure (3.9.a)). Pour y remédier, il est possible de modifier la fonction signe relativement aux composantes du flux rotorique (voir figure (3.9.b)). L'observateur est stable mais il n'arrive pas à filtrer les bruits de mesure. Finalement, la fonction signe avec une zone morte (voir figure (3.9.c)) permet une réjection des bruits de mesure.

3.5.2.3 Conclusion de la bibliographie.

Le problème de la détermination analytique des coefficients de la matrice de gain L est critique. Le choix des coefficients est souvent réalisé de manière empirique à l'aide d'un logiciel de simulation du processus complet [OUR95, LAL93] plutôt qu'à partir d'une analyse théorique de la sensibilité de l'observateur aux variations des paramètres [ROB00, DEL97].

Il est rare de trouver une méthode systématique de calcul des coefficients de la matrice de gain dans la littérature. Il existe de multiples solutions pour résoudre le problème de la recherche d'une matrice de gain L , telle que $A - LC$ soit une matrice de stabilité. Cette simple condition laisse une grande liberté au concepteur pour un choix judicieux de L . Le problème majeur reste toujours la gestion des compromis

performance/robustesse/sensibilité aux bruits, surtout à faible vitesse. De toute façon, il faudra trouver un compromis entre sensibilité et dynamique et l'expérience montre que ces deux critères sont contradictoires.

3.5.3 Pré-réglage automatique du filtre de Kalman

3.5.3.1 Introduction

Le réglage du filtre de Kalman est assez aisé lorsqu'il est fait de manière empirique (par essais successifs). En effet, il suffit de réaliser plusieurs simulations avec un réglage aléatoire des matrices Q et R pour obtenir un comportement "satisfaisant" du filtre.

Mais ces méthodes de réglage heuristiques ne garantissent pas le caractère "optimal" du filtre vis-à-vis d'un critère afin de conclure, par exemple, à la robustesse du filtre vis-à-vis des incertitudes paramétriques.

L'automatisation du réglage de Q et R par la minimisation d'un critère déterministe est une approche envisageable [HIL00A, HIL00B]. Elle permet de désensibiliser l'estimateur aux variations de la résistance rotorique (cf paragraphe suivant).

Ces deux méthodes ont comme principal inconvénient de ne pas utiliser toutes les informations disponibles dans le filtre de Kalman.

L'approche retenue dans [LOR00, SED99, LAR00] consiste à analyser les erreurs de mesure et de modèle liées aux imperfections de la modélisation. Les matrices de variance-covariance d'erreur d'estimation fournissent une évaluation de la variance des états estimés. Elles nous renseignent donc sur la qualité de l'estimateur par la précision des estimations. Cette méthode est plus délicate à mettre en oeuvre et suppose que ces erreurs peuvent être représentées par des bruits blancs, centrés et décorrélés des états estimés, hypothèse rarement vérifiée. Une évaluation adéquate de ces erreurs permet donc un réglage quasi-optimal du filtre.

Nous allons tout d'abord rappeler les structures des matrices Q et R et leurs interprétations avant de décrire la méthode de réglage proposée.

3.5.3.2 Choix des matrices Q et R

3.5.3.2.1 Réglage et structure de la matrice R . Le filtre de Kalman utilisant les courants statoriques $i_{s\alpha}$ et $i_{s\beta}$ comme mesures, nous devons quantifier les variances-covariances de ces deux grandeurs pour le réglage de R définie par :

$$R = \begin{bmatrix} \sigma^2 & \rho\sigma^2 \\ \rho\sigma^2 & \sigma^2 \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad \rho = \frac{E(W_{i_{s\alpha}} W_{i_{s\beta}})}{\sqrt{E(W_{i_{s\alpha}}^2) E(W_{i_{s\beta}}^2)}} \quad (3.40)$$

où $W_{i_{s\alpha}}$ et $W_{i_{s\beta}}$ représentent les bruits de mesures sur les courants issus de la chaîne de mesure. Ils dépendent donc de la qualité des capteurs de courant et des convertisseurs analogiques-numériques (CAN).

Nous savons que la matrice de passage d'un système triphasé à un système diphasé équivalent est notée T_{32} telle que :

$$\begin{bmatrix} I_{s\alpha} \\ I_{s\beta} \end{bmatrix} = T_{32} (I_s + W_{I_s}) \quad \text{avec} \quad I_s = \begin{bmatrix} I_{s1} \\ I_{s2} \\ I_{s3} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad W_{I_s} = \begin{bmatrix} W_{i_{s1}} \\ W_{i_{s2}} \\ W_{i_{s3}} \end{bmatrix}$$

où W_{I_s} représente un vecteur bruit blanc de moyenne nulle. L'espérance mathématique des courants statoriques $I_{s\alpha}$ et $I_{s\beta}$ devient :

$$E \begin{bmatrix} I_{s\alpha} \\ I_{s\beta} \end{bmatrix} = T_{32} E(I_s) = T_{32} I_s$$

et la variance est :

$$Var \begin{bmatrix} I_{s\alpha} \\ I_{s\beta} \end{bmatrix} = E \left(\left(\begin{bmatrix} I_{s\alpha} \\ I_{s\beta} \end{bmatrix} - E \begin{bmatrix} I_{s\alpha} \\ I_{s\beta} \end{bmatrix} \right) \left(\begin{bmatrix} I_{s\alpha} \\ I_{s\beta} \end{bmatrix} - E \begin{bmatrix} I_{s\alpha} \\ I_{s\beta} \end{bmatrix} \right)^t \right)$$

soit :

$$\begin{aligned} R &= E \left((T_{32} W_{I_s})(T_{32} W_{I_s})^t \right) \\ R &= T_{32} E \left(W_{I_s} W_{I_s}^t \right) T_{32}^t \\ R &= \sigma^2 T_{32} T_{32}^t \end{aligned} \quad (3.41)$$

Finalement, si l'on effectue trois mesures de courant, la matrice T_{32} devient :

$$T_{32} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$

et la matrice R est égale à :

$$R = \sigma^2 \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} \end{bmatrix} = \frac{3}{2} \sigma^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

En pratique, deux mesures seulement sont réalisées afin de réduire le prix de revient de l'instrumentation de mesures. Cette manière de mesurer les courants est basée sur l'hypothèse que la somme des courants i_s est nulle. On peut donc en déduire un courant à partir de deux mesures seulement. Par exemple, si l'on ne mesure que les deux courants I_{s1} et I_{s2} , la matrice T_{32} devient :

$$T_{32} = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{3}{2}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \sqrt{2} \end{bmatrix}$$

et l'on montre alors que la matrice R est égale à :

$$R = \sigma^2 \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix} = \frac{3}{2} \sigma^2 \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \frac{\sqrt{3}}{3} & 1 \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

En conclusion, si trois mesures de courants sont effectuées, la matrice R est diagonale et permet aux matrices de variance-covariance d'erreur d'estimation de conserver des propriétés structurales importantes.

Lorsque deux mesures sont effectuées uniquement, la matrice R devient pleine et il faut donc (normalement) prendre cette propriété en compte dans le calcul du gain. Mais cette propriété structurale ne permet pas de conserver des propriétés de symétries-antisymétries dans les matrices de gains et de variance-covariance d'erreur d'estimation pour une implémentation efficace du filtre de Kalman (cf chap3, §5.4).

Ainsi, afin d'implanter un filtre de Kalman peu gourmand en temps de calcul, la structure suivante est imposée à R :

$$R = \frac{3}{2} \sigma^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{i_{s\alpha}}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{i_{s\beta}}^2 \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

3.5.3.2.2 Réglage et structure de la matrice Q . La matrice Q caractérise les bruits d'état du processus, c'est à dire qu'elle rend compte les imperfections du modèle par rapport au système réel. La matrice de variance-covariance des bruits d'état Q est choisie diagonale en l'absence d'information de couplage entre les grandeurs estimées :

$$Q = \begin{bmatrix} \sigma_{i_s}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{i_s}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\Phi_r}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{\Phi_r}^2 \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

Les deux premiers termes caractérisent les bruits d'états sur les courants statoriques $i_{s\alpha}$ et $i_{s\beta}$ et les deux derniers termes caractérisent les bruits d'états sur les composantes du flux rotorique $\Phi_{r\alpha}$ et $\Phi_{r\beta}$.

Nous pouvons considérer les composantes selon les axes α et β comme étant statistiquement orthogonales. Il n'y a aucune raison de considérer chaque élément comme étant différent de l'élément en quadrature. Le réglage de Q est donc restreint à deux degrés de liberté $\sigma_{i_s}^2$ et $\sigma_{\Phi_r}^2$.

3.5.3.2.3 Interprétation des matrices Q et R . Pour une matrice R fixée, diminuer $\sigma_{i_s}^2$ signifie que la prédiction des courants est réalisée avec une faible incertitude ; l'estimation "optimale" dépend donc fortement de l'étape de prédiction et non de la mesure du courant. Au contraire, augmenter $\sigma_{i_s}^2$ revient à réduire sa confiance dans la prédiction pour l'estimation de l'état, le gain de Kalman K augmente donc pour donner plus de poids à la mesure. La même constatation peut être faite pour l'estimation du flux rotorique. En fait, le courant statorique i_s estimé est un barycentre de la prédiction et de la mesure :

$$i_s = (1 - k)(i_s)_{pred} - k(i_s)_{mes}$$

On règle donc k avec un choix approprié de $\sigma_{i_s}^2$ pour estimer au mieux i_s . On peut montrer mathématiquement que la valeur de k est toujours comprise entre 0 et 1.

Seul le rapport Q/R est important lorsque la matrice R est diagonale : lorsqu'on multiplie par un même scalaire les matrices Q et R , le gain de Kalman K reste inchangé (voir [BIT00] pour la démonstration). Ainsi, il n'y a pas trois degrés de liberté mais uniquement deux degrés de liberté (α_1, α_2) pour régler le filtre. Ceci conduit donc à choisir :

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad Q = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_2 \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

Les deux paramètres doivent être choisis de manière à suivre les variations de l'état d'une part. D'autre part, la bande passante du filtre doit être limitée afin de ne pas rendre les estimations trop bruitées, c'est-à-dire sensibles aux bruits de mesure par une correction trop "musclée". Un compromis doit donc être réalisé lors de la synthèse du filtre.

3.5.3.2.4 Pré-réglage des degrés de liberté. Dans [SED99, LAR00], E. Sedda étudie l'ensemble des imperfections liées au modèle discret de la machine asynchrone pour effectuer un réglage quasi-optimal du filtre. Les principales sources d'erreur de modélisation sont par ordre d'importance :

- l'erreur d'estimation des paramètres,
- l'erreur d'estimation de la tension d'alimentation de l'onduleur,
- l'erreur due aux variations de la vitesse sur une période d'échantillonnage,
- l'erreur due à une non-prise en compte des pertes fer,
- l'erreur due aux temps morts de l'onduleur,
- l'alimentation par onduleur à MLI,
- la troncature du développement de l'exponentielle de matrice.

Le réglage des coefficients (α_1, α_2) est effectué afin d'estimer au mieux l'amplitude du flux rotorique lorsque la valeur de la résistance rotorique est sous-estimée de 60%. Le scénario (voir figure (3.10)) est constitué de divers modes de fonctionnements cités ci-dessous :

- l'installation du flux dans la machine,
- le démarrage du moteur jusqu'à la vitesse nominale,
- le fonctionnement à vitesse nominale sans couple résistant,
- le fonctionnement à vitesse nominale avec couple résistant (2 N.m),
- le fonctionnement à vitesse nulle avec couple résistant (2 N.m).

Des bruits sont ajoutés sur les courants et tensions pour modéliser l'onduleur de tension. Cela permet de simuler un fonctionnement quasi-réel de l'ensemble machine asynchrone-commande numérique-estimateur.

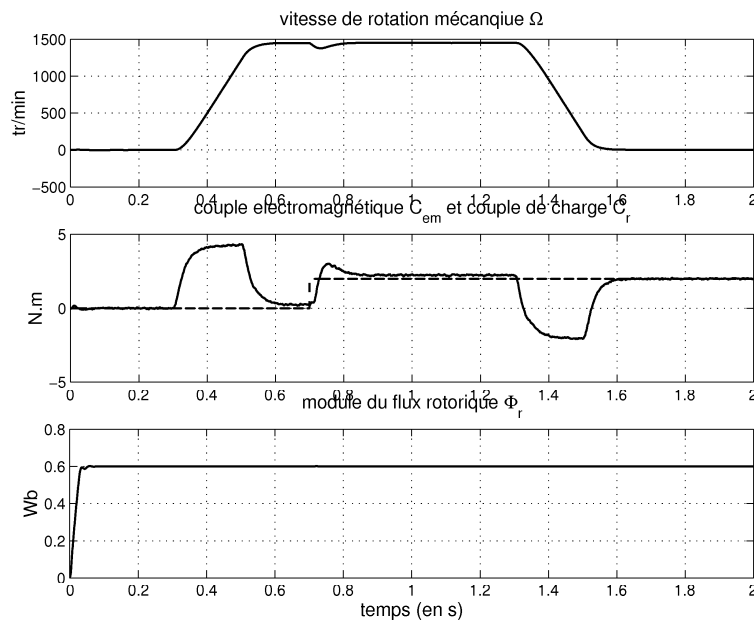


Figure 3.10: Modes de fonctionnement de la machine utilisés pour la détermination des coefficients α_1 et α_2 .

Le filtre de Kalman d'ordre 4 a été programmé sous Matlab. Il utilise la fonction fmins afin de rechercher le couple (α_1, α_2) le plus approprié pour minimiser le critère déterministe suivant :

$$J = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\Phi_r[k] - \hat{\Phi}_r[k])^2}$$

La solution obtenue est :

$$\begin{cases} \alpha_1 = 4.10^2 \\ \alpha_2 = 6.10^{-2} H^2 \end{cases} \quad (3.47)$$

Le coefficient α_2 représentant le rapport entre la variance sur les composantes du flux rotorique et la variance sur les composantes du courant statorique, la dimension physique de α_2 est le Henry².

Le vecteur d'état $\hat{X}_{el}[0|0]$ et la matrice de variance-covariance des erreurs d'estimations sont initialisés à zéro. En l'absence d'information exacte sur l'état magnétique de la machine au démarrage, il est légitime de supposer les états nuls à l'instant initial. En réalité, les composantes du flux observées devraient être égales en toute rigueur au flux rémanent dans la machine.

Une représentation des gains de correction (voir figure (3.11)) pour le mode opératoire proposé montre que le gain K_{11} est très proche de 1 quel que soit la vitesse de rotation mécanique. Cela signifie :

- que l'étape de prédiction des courants est peu utilisée pour estimer les composantes du courant statorique.
- qu'il n'y a pas d'effet de filtrage.
- qu'un observateur d'ordre réduit serait probablement plus souhaitable dans de telles conditions pour réduire la complexité algorithmique liée au filtre.

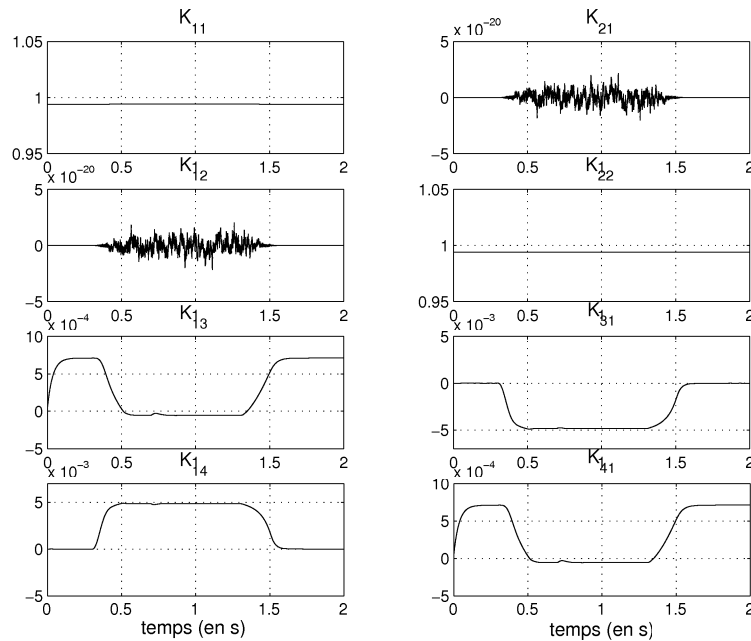


Figure 3.11: Représentation des gains dans le mode opératoire proposé.

Le pré-réglage automatique du filtre donne une connaissance des ordres de grandeurs des coefficients des matrices Q et R afin d'observer au mieux le flux rotorique dans un type de configuration. Le concepteur peut ensuite régler au "tournevis" ces degrés de liberté à partir des coefficients obtenus pour ajuster le fonctionnement de l'observateur.

3.5.3.2.5 Analyse des performances du filtre. Les performances du filtre de Kalman ont été comparées à celles d'un observateur H_∞ développé par C. Darengosse au laboratoire GE44. Les résultats de la comparaison sont donnés dans [HIL00B].

Les deux observateurs sont simulés en boucle ouverte, c'est à dire que les informations disponibles en sortie de l'observateur ne sont pas utilisées. Les simulations commencent par un démarrage direct du moteur à partir d'une source de tension triphasée (220V, 50Hz). Les observateurs sont déclenchés à l'instant t égal à 0.3 s à partir de conditions initiales nulles. Cette procédure permet de tester leur comportement dynamique (oscillations, traînage, ...).

La figure (3.12.a) représente une simulation où la valeur de la résistance rotorique est sous-estimée de 50%. On constate que le module du flux estimé par le filtre de Kalman est plus proche de la valeur vraie du flux réel que celui de l'observateur H_∞ . Le réglage du filtre de Kalman ayant été réalisé dans des conditions très similaires ($\Delta R_r/R_r = +60\%$), il est logique de constater un comportement "optimal" dans de telles conditions.

En contre-partie, cette performance induit une plus grande erreur d'estimation de l'orientation du vecteur flux rotorique. En effet, il est souligné dans [DEL97], qu'il n'est pas possible de réduire en même temps les erreurs en amplitude et en orientation du vecteur flux rotorique.

La figure (3.12.b) représente une simulation où l'on surestime la valeur de la résistance rotorique de 50%. On constate également que l'erreur d'estimation de l'amplitude du flux rotorique estimé par l'observateur H_∞ est plus grande que celle liée au filtre de Kalman. Les erreurs d'estimation en orientation du flux rotorique sont équivalentes pour les deux observateurs et restent assez faibles en régime permanent (inférieures à un degré).

L'étude de la robustesse aux variations des autres paramètres (résistance statorique et mutuelle inductance) montre que les deux observateurs sont équivalents. Toutefois, ils ont des comportements dynamiques très différents. L'observateur H_∞ a un comportement du type oscillatoire et le filtre de Kalman, un comportement du type amorti.

3.5.3.2.6 Résultats expérimentaux. Ce filtre de Kalman est comparé à un estimateur en boucle ouverte, c'est-à-dire un observateur ayant la même équation d'état que le filtre mais sans gain de correction. La validation expérimentale des observateurs est associée à la commande vectorielle (voir annexe 1), l'estimation du flux étant utilisée dans les lois de commande.

On constate tout d'abord que le temps d'établissement du flux est de 0,1 s dans le cas du filtre de Kalman comparé à 0,15 s pour l'estimateur en boucle ouverte. Ceci se caractérise par un courant statorique saturé à la valeur maximale admissible pendant un temps plus élevé dans le cas de l'estimateur en boucle ouverte. On peut aussi constater une diminution du courant statorique consommé dans le second cas.

De plus, l'impact des transitoires de vitesse (et donc de couple) se fait moins ressentir sur la composante d'axe d du courant statorique. Cela signifie que le filtre permet une meilleure estimation de l'orientation du vecteur flux rotorique que ne le fait un simple estimateur sans boucle de correction.

Toutefois, de faibles oscillations aux basses vitesses (100 tr/min) sont observées avec le filtre de Kalman, mais la stabilité de l'observateur est garantie.

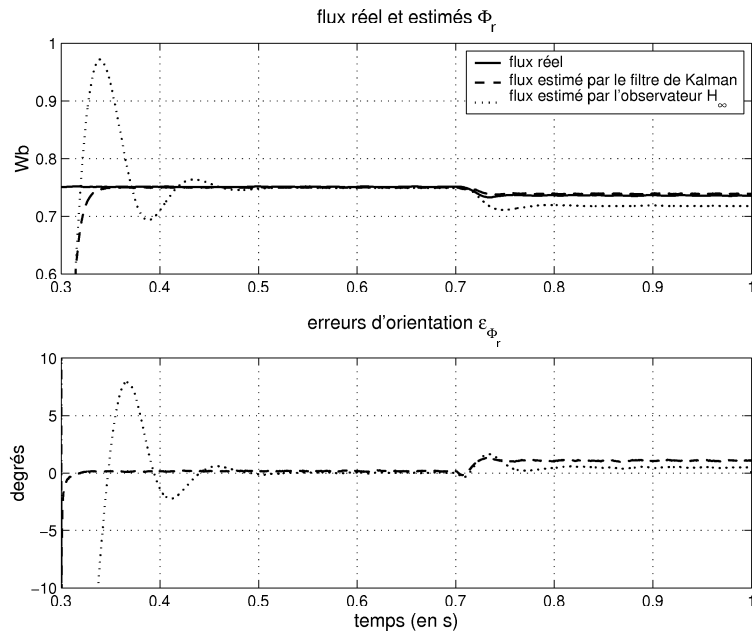
3.5.3.2.7 Analyse de la stabilité. L'analyse de la stabilité d'un filtre de Kalman optimal n'est possible qu'en régime permanent. En effet, les gains de Kalman dépendent des paramètres extérieurs (ici la vitesse de rotation) mais aussi du temps. Ainsi, l'application des outils d'analyse des systèmes linéaires n'est applicable que lorsque les gains ont atteint leur régime permanent.

La comparaison du lieu des pôles entre un estimateur et le filtre de Kalman optimal montre que :

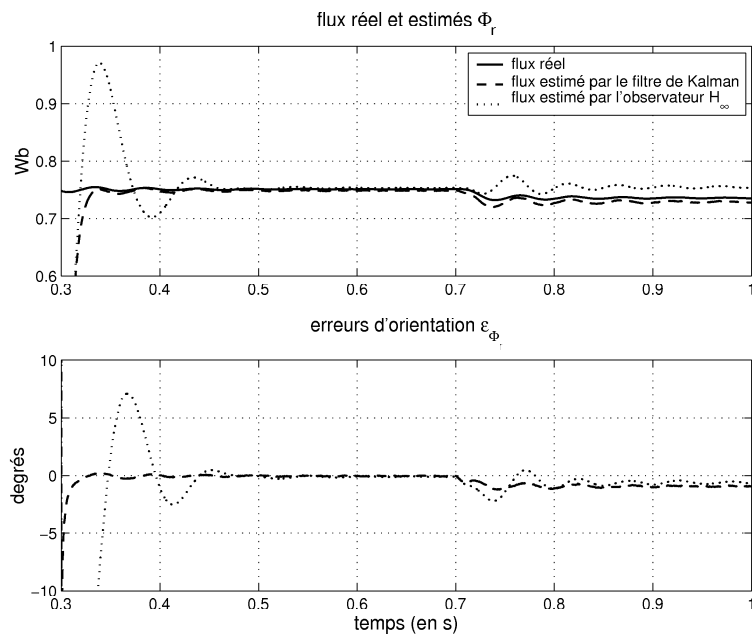
- les pôles relatifs au flux rotorique ont très peu bougé comparés aux pôles liés au courant statorique.
- les pôles liés au courant statorique sont presque situés au centre du cercle unité. Le "système observateur" possède donc une stabilité maximale (à condition que les autres pôles aient aussi un module strictement inférieur à un).

3.5.3.2.8 Conclusion. La prédiction des courants étant peu certaine, le filtre utilise 99,76% de la mesure du courant et 0,24% de la prédiction pour estimer les composantes du courant statorique. Les propriétés de filtrage éprouvées en filtrage de Kalman ne sont alors pas utilisées. On peut donc supposer qu'un observateur d'ordre réduit serait aussi efficace et surtout moins gourmand en temps de calcul qu'un filtre de Kalman d'ordre complet.

L'approche retenue pour le réglage du filtre a été validée par simulation et expérimentalement. On constate une amélioration de l'estimation de l'amplitude du flux rotorique ainsi qu'une bonne estimation de l'orientation du flux aux basses vitesses.

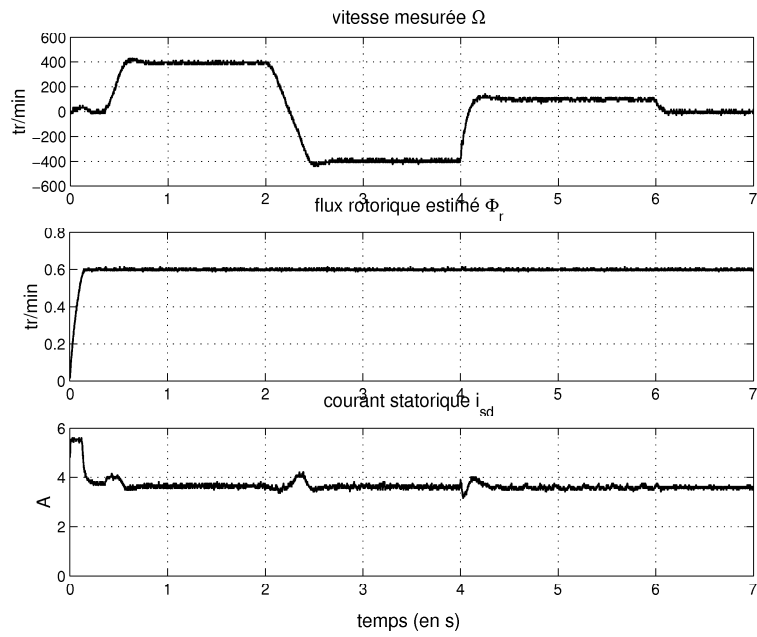


(a) estimation avec $\Delta R_r/R_r = +50\%$

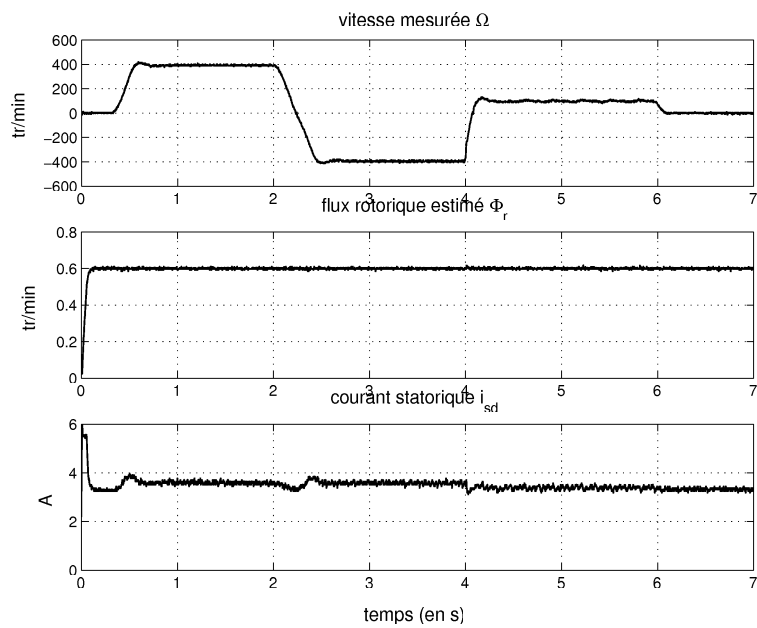


(b) estimation avec $\Delta R_r/R_r = -50\%$

Figure 3.12: Comparaison des performances d'un observateur H_∞ et du filtre de Kalman.

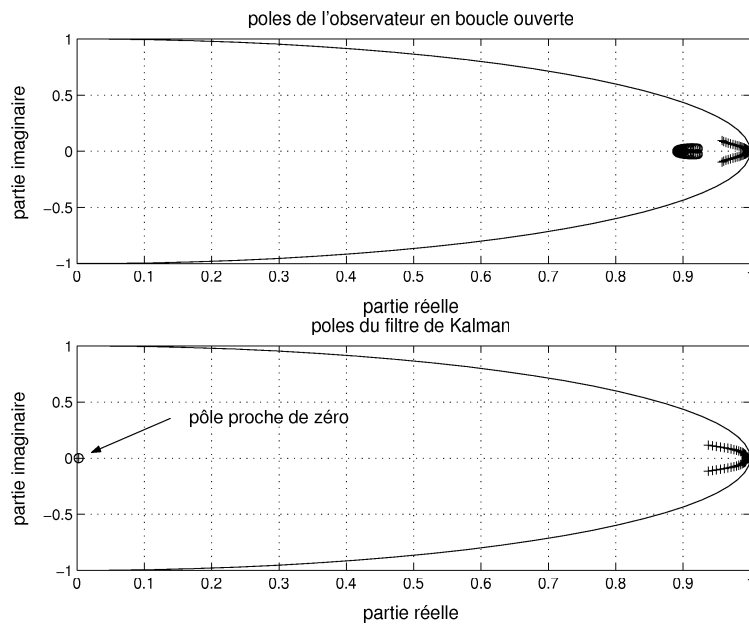


(a) observateur en boucle ouverte

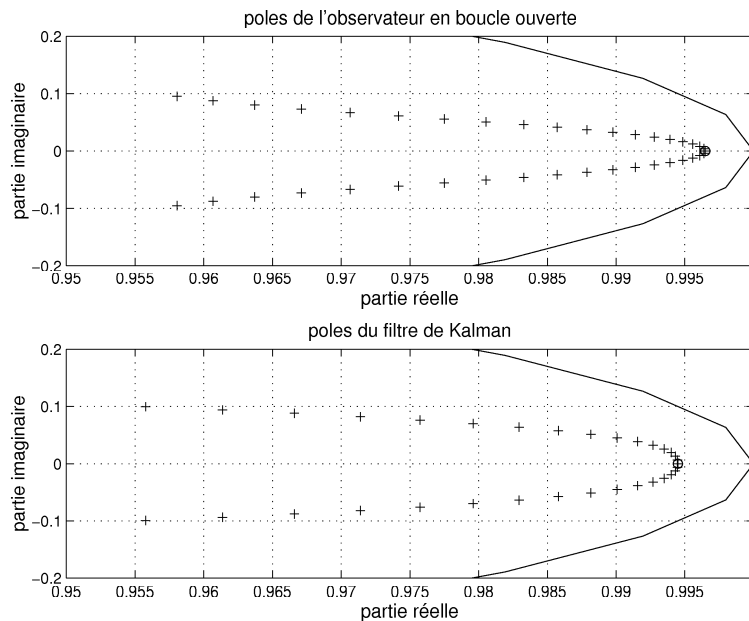


(b) filtre de Kalman

Figure 3.13: Observateur en boucle ouverte et filtre de Kalman dans une commande vectorielle directe.



(a) pôles des observateurs



(b) zoom sur le lieu des pôles

Figure 3.14: Comparaison du lieu des pôles d'un observateur en boucle ouverte et du filtre de Kalman.

3.5.4 Algorithme efficace du filtre de Kalman

La plupart des articles scientifiques traitant d'observation d'état n'abordent peu ou pas les problèmes d'implantation sur un calculateur. En effet, dans les milieux industriels tels que la traction ferroviaire [JAC95], les concepteurs attachent peu d'importance à la complexité algorithmique des commandes et des estimateurs, mais plutôt à leurs performances pures. Ensuite, l'algorithme est implémenté sur un DSP à virgule flottante et les concepteurs vérifient que l'algorithme respecte bien le cahier des charges spécifié.

Dans d'autres applications où le coût des cartes électroniques n'est pas négligeable, les concepteurs préfèrent implémenter l'algorithme sur des DSP à virgule fixe moins performants [SMI99]. L'algorithme peut alors perdre ses performances et les concepteurs sont alors obligés d'avoir recours à d'autres algorithmes équivalents mais de meilleures performances (stabilité numérique, complexité algorithmique, ...).

L'amélioration de la stabilité numérique du filtre peut être obtenue par une réduction du coût algorithmique [GRE93] moyennant une étude des structures des matrices utilisées.

L'objectif des paragraphes suivants est donc de montrer que l'algorithme de filtrage de Kalman peut être simplifié.

3.5.4.1 Etape de prédiction

3.5.4.1.1 Prédiction des états. La prédiction des états est, compte-tenu des propriétés des matrices de transition et de commande discrètes (voir §3.2) :

$$\begin{cases} (\hat{i}_{s\alpha})_{pred} = a_{11}\hat{i}_{s\alpha} + b_{11}\hat{i}_{s\beta} + a_{12}\hat{\Phi}_{r\alpha} + b_{12}\hat{\Phi}_{r\beta} + a_1V_{s\alpha} \\ (\hat{i}_{s\beta})_{pred} = -b_{11}\hat{i}_{s\alpha} + a_{11}\hat{i}_{s\beta} - b_{12}\hat{\Phi}_{r\alpha} + a_{12}\hat{\Phi}_{r\beta} + a_1V_{s\beta} \\ (\hat{\Phi}_{r\alpha})_{pred} = a_{21}\hat{i}_{s\alpha} + b_{21}\hat{i}_{s\beta} + a_{22}\hat{\Phi}_{r\alpha} + b_{22}\hat{\Phi}_{r\beta} + a_2V_{s\alpha} \\ (\hat{\Phi}_{r\beta})_{pred} = -b_{21}\hat{i}_{s\alpha} + a_{21}\hat{i}_{s\beta} - b_{22}\hat{\Phi}_{r\alpha} + a_{22}\hat{\Phi}_{r\beta} + a_2V_{s\beta} \end{cases} \quad (3.48)$$

3.5.4.1.2 Calcul de la variance de l'erreur de prédiction $P[k+1|k]$. La matrice de variance-covariance d'erreur de prédiction est une matrice symétrique, définie positive et de dimension 4×4 dans ce cas particulier. De manière générale, elle est définie par l'équation (3.49). Elle peut se simplifier lorsque trois mesures de courants sont réalisées puisque certains termes sont alors nuls et d'autres sont égaux (voir équation 3.50).

Ainsi, les termes P_{11} et P_{22} (P_{33} et P_{44}) sont égaux (respectivement), signifiant que les axes α et β jouent un même rôle. De plus, le terme P_{12} (P_{34}) est nul, les composantes du courant statorique $i_{s\alpha}$ et $i_{s\beta}$ (respectivement les composantes du flux rotorique $\Phi_{r\alpha}$ et $\Phi_{r\beta}$) sont donc statistiquement orthogonales. Ceci est prévisible puisque la matrice de variance des bruits de mesures R fait apparaître deux zéros sur l'antidiagonale. Cette constatation ne peut être établie que dans le cas où trois mesures de courants sont réalisées puisqu'alors R est une matrice diagonale (voir chapitre 3 §4.3.2.1).

En pratique, deux mesures de courant sont effectuées, les matrices de variance-covariance d'erreur de prédiction et d'estimation ne comportent pas de propriété structurelle intéressante pour une optimisation du coût de calcul. Ainsi, les calculs du filtre supposent couramment que trois mesures de courant sont effectuées.

$$P[k|k] = \begin{bmatrix} P_{11}[k|k] & P_{12}[k|k] & P_{13}[k|k] & P_{14}[k|k] \\ P_{12}[k|k] & P_{22}[k|k] & P_{23}[k|k] & P_{24}[k|k] \\ P_{13}[k|k] & P_{23}[k|k] & P_{33}[k|k] & P_{34}[k|k] \\ P_{14}[k|k] & P_{24}[k|k] & P_{34}[k|k] & P_{44}[k|k] \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

$$P[k|k] = \begin{bmatrix} P_{11}[k|k] & 0 & P_{13}[k|k] & P_{14}[k|k] \\ 0 & P_{11}[k|k] & -P_{14}[k|k] & P_{13}[k|k] \\ P_{13}[k|k] & -P_{14}[k|k] & P_{33}[k|k] & 0 \\ P_{14}[k|k] & P_{13}[k|k] & 0 & P_{33}[k|k] \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

Les symétries, antisymétries et zéros présents dans la matrice de variance-covariance d'erreur d'estimation sont conservés dans la matrice de variance-covariance d'erreur de prédiction. Cette structure réduit la complexité algorithmique puisque le nombre de valeurs distinctes est réduit au minimum, soit à quatre coefficients :

$$P[k+1|k] = \begin{bmatrix} P_{11}[k+1|k] & 0 & P_{13}[k+1|k] & P_{14}[k+1|k] \\ 0 & P_{11}[k+1|k] & -P_{14}[k+1|k] & P_{13}[k+1|k] \\ P_{13}[k+1|k] & -P_{14}[k+1|k] & P_{33}[k+1|k] & 0 \\ P_{14}[k+1|k] & P_{13}[k+1|k] & 0 & P_{33}[k+1|k] \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{11}[k+1|k] = (a_{11}^2 + b_{11}^2) P_{11}[k|k] + 2(a_{11} a_{12} + b_{11} b_{12}) P_{13}[k|k] \\ \quad + 2(a_{11} b_{12} - a_{12} b_{11}) P_{14}[k|k] + (a_{12}^2 + b_{12}^2) P_{33}[k|k] + \alpha_1 \\ P_{13}[k+1|k] = (a_{21} a_{11} + b_{21} b_{11}) P_{11}[k|k] \\ \quad + \underbrace{(a_{12} a_{21} + b_{12} b_{21})}_{tmp1} + \underbrace{(a_{11} a_{22} + b_{22} b_{11})}_{tmp2} P_{13}[k|k] \\ \quad + \underbrace{(a_{21} b_{12} - a_{12} b_{21})}_{tmp3} + \underbrace{(a_{11} b_{22} - a_{22} b_{11})}_{tmp4} P_{14}[k|k] \\ \quad + (a_{12} a_{22} + b_{12} b_{22}) P_{33}[k|k] \\ P_{14}[k+1|k] = (a_{21} b_{11} - a_{11} b_{21}) P_{11}[k|k] \\ \quad + \underbrace{(a_{21} b_{12} - a_{12} b_{21})}_{tmp3} + \underbrace{(-a_{11} b_{22} + a_{22} b_{11})}_{-tmp4} P_{13}[k|k] \\ \quad + \underbrace{(a_{11} a_{22} + b_{22} b_{11})}_{tmp2} + \underbrace{(-a_{12} a_{21} - b_{12} b_{21})}_{-tmp1} P_{14}[k|k] \\ \quad + (a_{22} b_{12} - a_{12} b_{22}) P_{33}[k|k] \\ P_{33}[k+1|k] = (a_{21}^2 + b_{21}^2) P_{11}[k|k] + 2(a_{21} a_{22} + b_{22} b_{21}) P_{13}[k|k] \\ \quad + 2(a_{21} b_{22} - a_{22} b_{21}) P_{14}[k|k] + (a_{22}^2 + b_{22}^2) P_{33}[k|k] + \alpha_2 \end{array} \right. \quad (3.52)$$

Remarque: il a été démontré que la structure de la matrice $P[k|k]$ à l'instant k défini par l'équation (3.50) est conservée à l'instant $k+1$. Ainsi, quelle que soit la valeur de k , les matrices $P[k|k]$ et $P[k+1|k]$ sont définies chacune par quatres termes uniquement au lieu de seize.

3.5.4.2 Etape de correction

3.5.4.2.1 Calcul des gains de correction $K[k+1]$. La matrice de gain $K[k+1]$ est une matrice de dimension 4×2 définie par :

$$K[k+1] = \begin{bmatrix} K_{11}[k+1] & -K_{12}[k+1] \\ K_{12}[k+1] & K_{11}[k+1] \\ K_{13}[k+1] & -K_{14}[k+1] \\ K_{14}[k+1] & K_{13}[k+1] \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} K_{11}[k+1] = P_{11}[k+1|k]/(P_{11}[k+1|k] + 1) \\ K_{12}[k+1] = 0 \\ K_{13}[k+1] = P_{13}[k+1|k]/(P_{11}[k+1|k] + 1) \\ K_{14}[k+1] = P_{14}[k+1|k]/(P_{11}[k+1|k] + 1) \end{array} \right. \quad (3.54)$$

Le coût de calcul de la matrice de correction est très faible par rapport à un calcul brut par l'expression $K[k+1] = P C^t (C P C^t + R)^{-1}$ où il est nécessaire de réaliser plusieurs multiplications de matrices et une inversion d'une matrice de dimension deux.

Le gain K_{12} est nul ; il n'y a donc pas lieu de le calculer à chaque période d'échantillonnage.

3.5.4.2.2 Estimation des états. L'étape d'estimation des états consiste à comparer les prédictions aux mesures et d'effectuer ensuite une correction adéquate :

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_\alpha = (i_{s\alpha})_{mes} - (\hat{i}_{s\alpha})_{pred} \\ \epsilon_\beta = (i_{s\beta})_{mes} - (\hat{i}_{s\beta})_{pred} \\ \hat{i}_{s\alpha} = (\hat{i}_{s\alpha})_{pred} + K_{11}\epsilon_\alpha \\ \hat{i}_{s\beta} = (\hat{i}_{s\beta})_{pred} + K_{11}\epsilon_\beta \\ \hat{\Phi}_{r\alpha} = (\hat{\Phi}_{r\alpha})_{pred} + K_{13}\epsilon_\alpha + K_{14}\epsilon_\beta \\ \hat{\Phi}_{r\beta} = (\hat{\Phi}_{r\beta})_{pred} - K_{14}\epsilon_\alpha + K_{13}\epsilon_\beta \end{array} \right. \quad (3.55)$$

3.5.4.2.3 Calcul de la variance de l'erreur d'estimation $P[k+1|k+1]$. Le calcul de $P[k+1|k+1]$ ci-dessous montre que cette matrice et la matrice de gain K contiennent trois coefficients en commun. La complexité algorithmique et le nombre de cases mémoires nécessaires à la réalisation du filtre sont donc réduits.

$$P[k+1|k+1] = \begin{bmatrix} P_{11}[k+1|k+1] & 0 & P_{13}[k+1|k+1] & P_{14}[k+1|k] \\ 0 & P_{11}[k+1|k+1] & -P_{14}[k+1|k] & P_{13}[k+1|k] \\ P_{13}[k+1|k+1] & -P_{14}[k+1|k+1] & P_{33}[k+1|k] & 0 \\ P_{14}[k+1|k+1] & P_{13}[k+1|k+1] & 0 & P_{33}[k+1|k] \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{11}[k+1|k+1] = K_{11}[k+1] \\ P_{13}[k+1|k+1] = K_{13}[k+1] \\ P_{14}[k+1|k+1] = K_{14}[k+1] \\ P_{33}[k+1|k+1] = P_{33}[k+1|k] \\ \quad - (P_{13}[k+1|k]K_{13}[k+1] + P_{14}[k+1|k]K_{14}[k+1]) \end{array} \right. \quad (3.57)$$

Le calcul de $P[k+1|k+1]$ montre que la structure de la matrice $P[k|k]$ est conservée. L'hypothèse de départ relative à la structure de $P[k|k]$ est donc vérifiée.

3.5.4.3 Coût algorithmique du filtrage de Kalman optimal

La recherche des doublons (notés tmp_i) dans les équations (3.52) est effectué afin de réduire au maximum le nombre d'opérations.

Le coût algorithmique du filtre de Kalman proposé est comparé à un filtre de Kalman classique dont l'implémentation utilise les équations brutes du filtre (voir équations (1.2) et (1.3) chapitre 1), c'est-à-dire sans prise en compte d'aucune propriété structurelle des matrices. Les résultats sont donnés dans le tableau (3.7).

Le nombre d'opérations pour le filtre de Kalman proposé est de 146 comparé à 677 opérations nécessaires pour un filtre de Kalman classique programmé de manière "brute".

En pratique, on peut réduire la complexité du filtre tout en manipulant des matrices, en prenant en compte des redondances entre les expressions matricielles [GRE93]. En effet, puisque la matrice de variance-covariance d'erreur de prédiction est une matrice symétrique ($P[k+1|k] = P[k+1|k]^t$), les équations matricielles du filtre peuvent s'écrire sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} K[k+1] = (CP[k+1|k])^t ((CP[k+1|k])C^t + R)^{-1} \\ P[k+1|k+1] = P[k+1|k] - K[k+1](CP[k+1|k]) \end{array} \right. \quad (3.58)$$

Calcul de	Nombre de multiplications et d'inversions	Nombre d'additions et de soustractions
A_d	7	2
B_d	0	0
$X[k+1 k]$	20 (24)	16 (20)
$P[k+1 k]$	44 (128)	34 (112)
$K[k+1]$	4 (103)	1 (73)
$P[k+1 k+1]$	2 (96)	2 (80)
$X[k+1 k+1]$	6 (16)	8 (16)
Total	83 (374)	63 (303)

Tableau 3.7: Nombre d'opérations pour le calcul du filtre de Kalman optimal et pour le filtre sous forme "brute" entre parenthèses.

Operations	Temps d'exécution
acquisition des courants et tensions onduleur	6 μs
estimation du flux rotorique et du courant (KF)	40 μs
mesure de la position et estimation de la vitesse	7 μs
commande vectorielle	52 μs
gestion de la PWM	9 μs
affichage des grandeurs	5 μs
décalage des valeurs dans les tableaux	11 μs

Tableau 3.8: Temps d'exécution des algorithmes sur un DSP TMS320C31, programmation en langage C.

Cette façon d'implanter le filtre sur un calculateur numérique est moins complexe qu'une programmation "brute", mais toutefois bien plus complexe que la manière proposée.

La réduction du coût de calcul d'environ 4,66 peut permettre l'implantation du filtre sur des DSP ou micro-contrôleurs de plus faibles performances. Elle peut également permettre de conserver le temps restant pour estimer d'autres grandeurs comme les paramètres de la machine.

3.5.4.4 Temps d'exécution des algorithmes

Les temps d'exécution des algorithmes de commande, de mesures et de filtrages pour la programmation d'une commande vectorielle directe sont indiqués dans le tableau (3.5.4.4). Les routines ont été programmées en langage C sur un DSP TMS320C31 de Texas Instrument (voir annexe 3) et prennent environ 130 μs pour effectuer l'ensemble des opérations.

3.5.4.5 Conclusion

Nous avons montré qu'il est possible de réduire la complexité algorithmique du filtre de Kalman moyennant une étude fine de l'ensemble des structures des matrices.

Cette réduction a été obtenue en développant manuellement l'ensemble des produits matriciels en équations récurrentes et en recherchant dans ces équations les calculs redondants.

3.6 Conclusion

Compte tenu de l'ensemble des résultats de simulation et expérimentaux, nous pouvons conclure que la méthode proposée permet un pré-réglage automatique des matrices Q et R du filtre avant d'effectuer des essais expérimentaux où il est possible de réajuster ces degrés de liberté.

Ainsi, le filtre de Kalman est en mesure de pallier les variations importantes de la résistance rotorique. Cette résistance est, en effet, un des paramètres les plus fluctuants dans une machine asynchrone à cause de l'effet de peau et de l'échauffement des conducteurs du rotor.

La robustesse du filtre aux variations des paramètres permet ainsi un contrôle du module du flux rotorique de manière plus précise à partir des mesures et du modèle de la machine.

Toutefois, la prédiction des courants statoriques est très médiocre dans le cas d'une sous-évaluation de 50% de la résistance rotorique : l'estimation finale est composée à 99,76% du courant mesuré. Il est donc légitime de se poser la question sur l'utilité d'un observateur d'ordre complet si les composantes prédites du courant statorique ne sont pas utilisées.

Un observateur d'ordre réduit où seules les composantes du flux rotorique sont observées permettrait une réduction du coût de calcul, ainsi qu'une plus grande facilité de réglage puisque la matrice des bruits d'état ne serait alors composée que d'un seul degré de liberté [ZEI00].

Malheureusement, l'implantation temps-réel d'un filtre de Kalman traditionnel est difficile sur un processeur classique à cause du nombre important d'opérations nécessaires à chaque période d'échantillonnage pour réactualiser les estimations [FOR98]. Nous avons donc étudié la réduction du volume de l'algorithme pour envisager l'implémentation du filtre sur des processeurs bon marché.

Il est apparu que l'écriture des équations du filtre de Kalman en plusieurs équations scalaires permet une réduction considérable du nombre d'opérations. Cette réduction a un autre effet bénéfique : l'augmentation de la stabilité numérique du filtre [GRE93].

Chapitre 4

Estimation de la vitesse d'une machine asynchrone

4.1 Introduction

Depuis plusieurs années, la commande sans capteur de vitesse est un besoin industriel et un thème industriel et de recherche très actif. Les techniques utilisées à l'heure actuelle permettent un contrôle de la vitesse et/ou de la position en régime dynamique, mais elles restent sensibles aux variations des paramètres (température, niveau de saturation magnétique, ...). Pour compenser ces variations paramétriques, les algorithmes d'estimation de la vitesse sont souvent associés à des estimateurs de paramètres (résistance statorique et rotorique) pour accroître la plage de fonctionnement en vitesse et réduire les risques d'instabilité en boucle fermée [KUB93, MAES00, PUR96].

Dans ce chapitre, nous présenterons différentes méthodes d'estimation de la vitesse de la machine asynchrone, publiées ces dix dernières années à partir des outils de "l'automatique". Les méthodes d'estimation de la vitesse à partir d'outils du "traitement du signal" (analyse du contenu spectral des courants ou tensions) seront traitées au chapitre suivant.

Dans ce mémoire, nous nous sommes focalisés sur quatre estimateurs importants actuellement. Ils seront commentés pour mettre en évidence leurs avantages et inconvénients. Les lecteurs peuvent se référer à [FOR98, OUR95, VAS98] pour obtenir une bibliographie plus consistante sur l'estimation de la vitesse des machines asynchrones alimentées par des onduleurs de courant et de tension.

Nous aborderons ensuite la conception et le réglage d'un filtre de Kalman modifié en vue d'une réduction du temps de calcul. Nous terminerons ce chapitre par le filtre de Kalman multi-niveaux et multi-cadence qui laisse entrevoir d'intéressantes applications tant pour son coût algorithmique plus réduit que pour la facilité de programmation du "multi-cadençage".

4.2 Etat de l'art de la commande sans capteur mécanique

Les estimateurs de vitesse que nous allons décrire dans ce chapitre peuvent se classer en trois catégories :

- les estimateurs en boucle ouverte : méthode MRAS,
- les observateurs d'ordre complet avec un estimateur de vitesse associé : observateur adaptatif,
- les observateurs étendus : observateur de Luenberger (ELO) et filtre de Kalman (EKF).

4.2.1 Méthode MRAS : Model Reference Adaptive System

La méthode MRAS décrite dans [TAJ93, COU00] utilise deux modèles en boucle ouverte de la machine asynchrone dans les axes $\alpha - \beta$ ou $d - q$. Le premier modèle, dit “modèle de référence” est basé sur les équations statoriques de la machine où la vitesse de rotation n’intervient pas. Le second modèle, dit “modèle adaptatif” utilise les équations rotoriques où apparaît la vitesse de rotation du moteur.

On peut utiliser les composantes du flux rotorique $(\Phi_{r\alpha}, \Phi_{r\beta})$ (ou (Φ_{rd}, Φ_{rq})) ou les composantes de la force contre-électromotrice (E_α, E_β) (ou (E_d, E_q)) en tant que sorties des deux modèles. Le principe de cette méthode est décrit figure (4.1). Pour l’estimation du flux rotorique dans les axes $\alpha - \beta$, les équations de ces modèles sont les suivantes d’après les équations (3.7), (3.8) et (3.9) :

- modèle de référence :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \hat{\Phi}_{r\alpha} = \frac{L_r}{M_{sr}} (V_{s\alpha} - R_s I_{s\alpha} - \sigma L_s \frac{d}{dt} i_{s\alpha}) \\ \frac{d}{dt} \hat{\Phi}_{r\beta} = \frac{L_r}{M_{sr}} (V_{s\beta} - R_s I_{s\beta} - \sigma L_s \frac{d}{dt} i_{s\beta}) \end{cases}$$

- modèle adaptatif :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \hat{\Phi}_{r\alpha} = -\frac{1}{T_r} \hat{\Phi}_{r\alpha} - \hat{\omega}_m \hat{\Phi}_{r\beta} + \frac{M_{sr}}{T_r} i_{s\alpha} \\ \frac{d}{dt} \hat{\Phi}_{r\beta} = -\frac{1}{T_r} \hat{\Phi}_{r\beta} + \hat{\omega}_m \hat{\Phi}_{r\alpha} + \frac{M_{sr}}{T_r} i_{s\beta} \end{cases}$$

Les variables $X_{r\alpha}$ et $X_{r\beta}$ (X représentant le flux ou la fem) sont comparées aux estimations X_α^* et X_β^* . Leur différence (produit croisé) est utilisée dans un mécanisme adaptatif (régulateur PI) dont la sortie est la vitesse de rotation de la machine. Cette sortie est ajustée jusqu’à ce que la différence entre les deux modèles soit nulle.

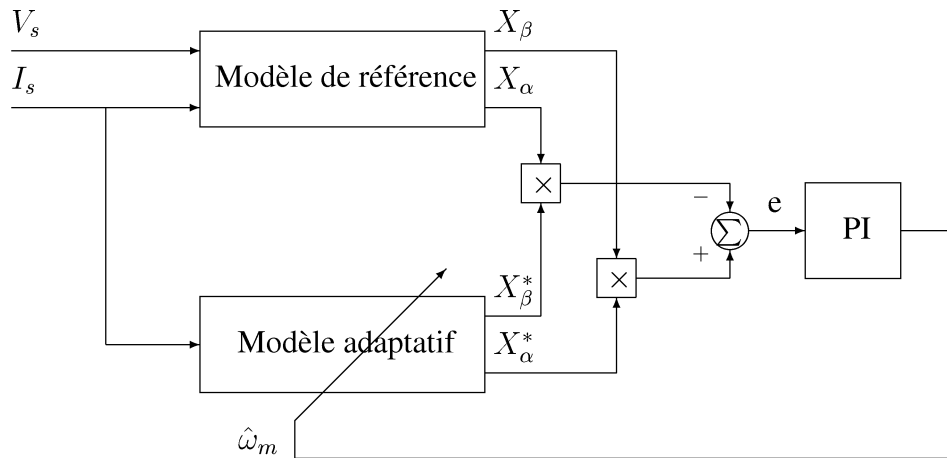


Figure 4.1: Schéma bloc de l’estimateur MRAS.

L’estimation de la vitesse (en continu) est donc de la forme suivante :

$$\begin{cases} e(t) = X_\beta(t) X_\alpha^*(t) - X_\alpha(t) X_\beta^*(t) \\ \hat{\omega}_m(t) = K_p e(t) + K_i \int_{-\infty}^t e(t) dt \end{cases}$$

En pratique, la technique MRAS est difficile à implanter car l’évaluation du flux nécessite l’utilisation d’une intégration. Pour éviter ce problème, des filtres passe-bas peuvent remplacer l’intégrateur afin d’éviter les dérives [ILA94]. En outre, l’examen des équations montre la présence de la résistance statorique dans le modèle de référence ce qui se traduit par un accroissement de l’erreur d’estimation de la vitesse lorsque

la vitesse mécanique diminue. On peut donc associer, au problème de l'intégration en boucle ouverte, une faible robustesse de l'estimateur aux faibles vitesses.

Afin de contrer ces inconvénients, F.Z. Peng et T. Fukao [PEN94] proposent une estimation des forces contre-électromotrices (fcm), ce qui permet d'éviter l'intégration. De plus, l'estimateur est plus robuste que le précédent car la résistance statorique n'est plus incluse dans les équations.

En contre-partie, de telles techniques ont l'avantage d'être peu gourmandes en temps de calcul. Elles sont donc faciles à implanter sur micro-contrôleur et DSP. D'après les essais réalisés par différents auteurs, cet estimateur fonctionne pour des vitesses relativement faibles de l'ordre de 20 tr/min, mais en aucun cas ne permet un fonctionnement à vitesse nulle où le contrôle est perdu.

Le principal inconvénient de la méthode MRAS vient du fait que les grandeurs estimées ne convergent pas forcément vers les grandeurs réelles de la machine. Il n'y a aucune correction des estimations avec des mesures pour prendre en compte les variations des paramètres. L'estimation simultanée de la constante de temps rotorique \hat{T}_r [LIN97] est un moyen de réduire les erreurs d'estimation des composantes du flux rotorique (ou composantes de la fcm) et donc d'augmenter la plage de fonctionnement du variateur de vitesse.

4.2.2 Observateur adaptatif

Cette méthode décrite dans [KUB93, KUB94, ILA97, LIN99, PUR96] se décompose en deux parties. La première étape consiste à concevoir un observateur (déterministe ou stochastique) d'ordre complet stable pour l'estimation des composantes du flux rotorique et du courant statorique. On suppose lors de la conception et de la validation de l'observateur que la vitesse de rotation mécanique est mesurée. En pratique, on utilise la sortie de l'estimateur de vitesse comme entrée dans l'observateur. La seconde étape est le réglage de l'estimateur de vitesse (simple PI). Le principe de cette méthode est décrit à la figure (4.2). Le mécanisme d'adaptation estime la vitesse à partir des mesures sur le système et des grandeurs issues de l'observateur. Deux méthodes de construction de l'observateur adaptatif sont possibles :

- construction à l'aide d'une fonction de Lyapunov [LEV96] comme il est présenté ci-dessous,
- construction basée sur la théorie d'hyperstabilité de Popov [PUR96].

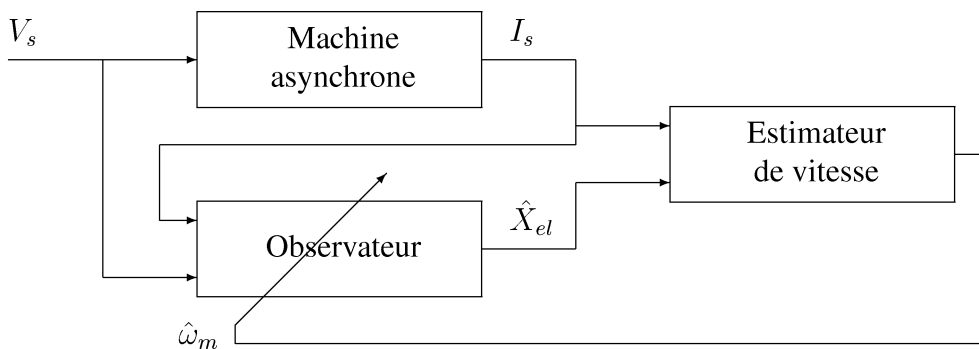


Figure 4.2: Schéma de principe de l'observateur adaptatif.

La théorie d'hyperstabilité de Popov conduit à un estimateur de vitesse plus complet, mais dont certaines parties sont supposées négligeables par rapport aux autres [PUR96]. Ainsi la suppression des termes négligeables permet de réduire la complexité algorithmique de l'estimateur. Ainsi, en pratique, les deux théories conduisent au même estimateur de vitesse.

On peut se fixer une fonction de Lyapunov candidate $V = e^t e + \frac{(\hat{\omega}_m - \omega_m)^2}{\lambda}$ avec $\lambda > 0$ et $e^t = [i_{s\alpha} - \hat{i}_{s\alpha}, i_{s\beta} - \hat{i}_{s\beta}, 0, 0]$ (on suppose $\phi_{r\alpha} = \hat{\phi}_{r\alpha}$ et $\phi_{r\beta} = \hat{\phi}_{r\beta}$), et on dérive cette fonction [KUB93, KUB94,

ILA97, LIN99] :

$$\frac{d}{dt}V = e^t \{ (A - KC)^t + (A - KC) \} e - 2(\omega_m - \hat{\omega}_m) \left(\frac{e_{is\alpha} \hat{\Phi}_{r\beta} - e_{is\beta} \hat{\Phi}_{r\alpha}}{d} - \frac{d}{dt} \frac{\hat{\omega}_m}{\lambda} \right) \quad (4.1)$$

et $d = \sigma L_s L_r / M_{sr}$. Les matrices A et C sont définies à l'équation (3.26) avec comme vecteur d'état $X_{el} = [i_{s\alpha} \ i_{s\beta} \ \phi_{r\alpha} \ \phi_{r\beta}]^t$. La stabilité de l'observateur adaptatif est prouvée si on respecte les deux conditions suivantes :

- Les pôles de l'observateur sont à parties réelles négatives : $A - KC$ doit être une matrice stable.
- Le terme en facteur de $\omega_m - \hat{\omega}_m$ dans l'équation (4.1) doit être nulle. L'expression de la dérivée de la vitesse estimée est donc :

$$\frac{d}{dt} \hat{\omega}_m = \frac{\lambda}{d} (e_{is\alpha} \hat{\Phi}_{r\beta} - e_{is\beta} \hat{\Phi}_{r\alpha})$$

La relation $\hat{\omega}_m[k] = K_i \int_0^{kT_e} (e_{is\alpha} \hat{\Phi}_{r\beta} - e_{is\beta} \hat{\Phi}_{r\alpha}) dt$ est un estimateur de vitesse, dans le repère statorique, dont la dynamique est réglée par le coefficient K_i positif. Un terme supplémentaire, proportionnel à l'erreur est ajouté afin d'augmenter la dynamique de l'estimateur durant les transitoires de vitesse. Ainsi, l'estimateur de vitesse devient :

$$\hat{\omega}_m[k] = K_p (e_{is\alpha} \hat{\Phi}_{r\beta} - e_{is\beta} \hat{\Phi}_{r\alpha}) + K_i \int_0^{kT_e} (e_{is\alpha} \hat{\Phi}_{r\beta} - e_{is\beta} \hat{\Phi}_{r\alpha}) dt$$

Les paramètres de réglage K_p et K_i sont la plupart du temps ajustés de manière empirique. Mais il peut être intéressant d'utiliser une méthode d'optimisation mathématique (comme au chapitre précédent) pour déterminer les paramètres optimaux pour un type de fonctionnement.

Le calcul de l'intégrale demande une période d'échantillonnage relativement faible, de l'ordre de 150 à 300 μs [KUB93, KUB94, ILA97], et peut être approximé, pour une bonne réalisation numérique, par la méthode d'intégration rectangulaire [ILA97].

La conception de l'observateur de flux suppose la vitesse de rotation mécanique constante entre deux pas de calcul. Si cette condition n'est pas respectée, les performances de l'estimateur de flux et de vitesse sont fortement dégradées. La vitesse estimée est alors retardée par rapport à la vitesse mesurée issue d'un capteur de position. Toutefois, l'estimation peut être moins bruitée en régime permanent par rapport à une estimation de vitesse issue d'une mesure d'un capteur de position par un choix judicieux des degrés de libertés K_p et K_i .

J. Maes et J. Melkebeek proposent dans [MAES99, MAES00] un observateur adaptatif prenant en compte la mécanique de la machine pour accroître les performances globales du variateur de vitesse. Cet observateur nécessite l'estimation du couple de charge C_r inclus dans l'équation de la mécanique. L'introduction d'un modèle d'évolution du couple de charge permet de réduire le retard introduit par l'estimateur de vitesse. De plus, l'estimation de \hat{C}_r peut être prise en compte dans les lois de commande pour obtenir un comportement dynamique de plus haute performance [FOR98].

Sur le même principe, il est possible de construire des estimateurs de paramètres afin de réduire l'erreur d'estimation de la vitesse [KUB93, KUB94, PUR96, MAR00].

4.2.3 Observateur étendu

L'estimation des paramètres et de l'état est principalement réalisée à l'aide des observateurs étendus. On retrouve le filtre de Kalman [ATK91, ZAI92, KIM94, WES94, LOR98, ZE100, FOR98], l'observateur de Luenberger [DU93, DU94, DU95, ZE100] et d'autres estimateurs comme les observateurs à modes glissants, les réseaux de neurones, etc.

Le point de départ de toutes ces approches est le modèle d'état non linéaire de la machine asynchrone :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}X &= f(X(t), U(t), t) \\ Y(t) &= h(X(t), U(t), t) \end{cases} \quad (4.2)$$

Cette structure permet l'utilisation des techniques connues des systèmes non linéaires : linéarisation autour d'un point d'équilibre, observabilité restreinte, etc. Pour que l'observateur puisse estimer les paramètres internes ou externes de la machine, il faut augmenter l'ordre du modèle du nombre de paramètres à estimer. Les paramètres à estimer (regroupés dans un vecteur Θ) peuvent suivre différentes variations au cours du temps (à l'échelle de la période d'échantillonnage). Ils peuvent être très lentement variables vis-à-vis des autres variables, on pose alors $\frac{d}{dt}\Theta(t) = 0$. La nouvelle variable d'état Θ est donc quasi-constante entre deux pas de calcul.

Dans le cas où l'hypothèse de la constance de la variable Θ n'est pas valide, on utilise alors des équations d'évolution plus complexes. Par exemple, pour l'estimation de la vitesse de rotation des moteurs, on peut écrire $\frac{d}{dt}\omega_m(t) = \frac{p}{J}(C_{em} - C_r) - \frac{f}{J}\omega_m$ pour réduire les erreurs de traînage lors des transitoires de vitesse [DU93, WES94, ZEI00]. Dans ce cas, il est nécessaire d'étendre l'observateur au couple de charge pour prendre en compte l'équation mécanique.

Les équations développées par la suite utilisent la première approximation afin d'employer les concepts d'observateurs multi-niveaux (voir chapitre 1).

4.2.3.1 Observabilité du système augmenté

Un des points faibles des observateurs étendus est l'inobservabilité de l'état dans certaines conditions [WES94]. Il est donc nécessaire de rappeler ce fait avant de commencer une étude traitant de l'estimation !

4.2.3.1.1 Principe. La méthode de l'analyse de l'observabilité des systèmes non linéaires consiste à dériver suffisamment de fois la fonction de sortie h . Ceci renseigne sur la possibilité d'exprimer les variables d'état en fonction des mesures (courants statoriques), des entrées (tensions statoriques) et de leurs dérivées. Pour les systèmes non linéaires, l'observabilité est souvent réduite à un sous-espace de \mathbb{R}^n où n correspond à la dimension du vecteur d'état, qu'il est nécessaire de connaître afin d'éviter des modes de fonctionnement "interdits".

Les travaux de Du [DU93] ont montré que l'estimation conjointe de la vitesse et de l'état électrique est possible en dehors des fonctionnements basses vitesses. Il conclut à la validité de ce résultat par simulation numérique quel que soit le repère choisi pour l'observation.

En parallèle, E.G.V. Westerholt [WES94] démontre mathématiquement l'inobservabilité du système augmenté lors d'un fonctionnement en génératrice et à basse vitesse dans le cas d'un modèle lié au repère statorique. Il étend ces résultats à tous les repères puisque la transformation de Park du repère statorique à un repère tournant est "*une transformation bijective dont une caractéristique importante est la conservation des attributs structurels du système considéré* [WES94]".

Nous allons détailler les résultats obtenus afin de mieux comprendre les problèmes mis en jeu. Dans le cas des systèmes non linéaires, la notion d'observabilité complète n'existe pas. Ici, l'observation peut être globale, locale et stationnaire.

Soit le système non linéaire continu défini par :

$$\begin{cases} \dot{X} &= f(X, U) \\ Y &= h(X, U) \end{cases}$$

Comme dans le cas des systèmes linéaires, l'observabilité est basée sur une dérivation des vecteurs de

sorties Y .

$$\begin{cases} Y &= h(X, U) \\ \dot{Y} &= \frac{\partial h(X, U)}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial t} + \frac{\partial h(X, U)}{\partial U} \frac{\partial U}{\partial t} \\ &\vdots \\ Y^{(n-1)} &= \frac{d^{n-1} h(X, U)}{dt^{n-1}} \end{cases}$$

où Y^n correspond à la dérivée n^{eme} de $h(X, U)$. Si nous posons pour simplifier les notations : $Y^{[n-1]} = [Y \dots Y^{(n-1)}]^t$, $U^{[n-1]} = [U \dots U^{(n-1)}]^t$ et l'opérateur différentiel $N_f = [\frac{\partial}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial U} \frac{\partial U}{\partial t}]^t$, l'application de l'observabilité peut s'écrire de la façon suivante :

$$Y^{[n-1]} = \begin{bmatrix} N_f^0 \\ N_f \\ \vdots \\ N_f^{n-1} \end{bmatrix} h(X, U) = q(X, U^{[n-1]}) \quad (4.3)$$

Observabilité globale. *Définition* : un système non linéaire est globalement observable si l'application d'observabilité (4.3) peut être résolue en fonction de X dans tout le domaine de définition, c'est-à-dire [BOR93A, WES94] :

$$\exists X = q^{-1}(Y^{[n-1]}, U^{[n-1]}) \quad \forall Y \in \mathbb{R}^m \quad \forall U \in \mathbb{R}^e$$

où m et e correspondent respectivement à la dimension des vecteurs Y et U . L'inversion d'un système d'équations non linéaires est très délicat. Ainsi, les conditions d'inobservabilité sont difficilement obtenues de manière analytique. Par conséquent, l'analyse de l'observabilité est souvent réduite à un sous-domaine de \mathbb{R}^n en utilisant la notion d'observabilité locale.

Observabilité locale. L'analyse locale de l'observabilité d'un système non linéaire $q(X, U^{[n-1]})$ est faite par un développement limité au premier ordre autour des coordonnées locales de X [BOR93A, WES94] :

$$Y^{[n-1]} = q(X_0, U^{[n-1]}) + \underbrace{\left(\frac{\partial q}{\partial X} \right)_{X=X_0}}_J (X - X_0)$$

Une condition nécessaire et suffisante pour l'observabilité locale est la régularité de la matrice jacobienne J c'est-à-dire :

$$\text{rang} \left(\frac{\partial q}{\partial X} \right)_{X=X_0} = n \quad \forall U \in \mathbb{R}^m \quad \Longleftrightarrow \quad \text{Système non linéaire localement observable}$$

4.2.3.1.2 Application au cas de l'estimation de la vitesse. L'observabilité globale étant difficile à démontrer, l'analyse locale sera donc étudiée. Le modèle d'état est composé de $[i_{s\alpha}, i_{s\beta}, \phi_{r\alpha}, \phi_{r\beta}, \omega_m]$, où l'on suppose la vitesse quasi-constante entre deux pas de calcul (l'équation de transition est définie à l'équation (3.22)). L'analyse de l'observabilité pour un fonctionnement sans capteur comportant deux vecteurs de sorties $Y = [i_{s\alpha} \ i_{s\beta}]$ nécessite au moins un deuxième ordre pour l'opérateur différentiel N_f . En effet, cinq états restent à déterminer avec seulement deux grandeurs de sorties. L'analyse aboutit à deux

matrices jacobiennes J_1 et J_2 données ci-dessous¹ :

$$\left\{ \begin{array}{l} q_1 \\ q_2 \end{array} \right. = \left[\begin{array}{c} y_1 \\ \dot{y}_1 \\ \ddot{y}_1 \\ y_2 \\ \dot{y}_2 \\ \ddot{y}_2 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} i_{s\alpha} \\ N_f i_{s\alpha} \\ N_f^2 i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ N_f i_{s\beta} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} i_{s\alpha} \\ \frac{d}{dt} i_{s\alpha} \\ \frac{d^2}{dt^2} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ \frac{d}{dt} i_{s\beta} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} i_{s\alpha} \\ \alpha i_{s\alpha} + \beta \Phi_{r\alpha} + c \omega_m \Phi_{r\beta} + a V_{s\alpha} \\ (\alpha^2 - c \delta \gamma) i_{s\alpha} + c \gamma \omega_m i_{s\beta} \\ -c \delta (\alpha + \delta) \Phi_{r\alpha} + a \alpha \dot{V}_{s\alpha} + a V_{s\alpha} \\ + \omega_m (c (\alpha + 2\delta) \Phi_{r\beta} + c \omega_m \Phi_{r\alpha}) \\ i_{s\beta} \\ \alpha i_{s\beta} + \beta \Phi_{r\beta} - c \omega_m \Phi_{r\alpha} + a V_{s\beta} \end{array} \right]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} q_2 \\ q_1 \end{array} \right. = \left[\begin{array}{c} y_1 \\ \dot{y}_1 \\ y_2 \\ \dot{y}_2 \\ \ddot{y}_2 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} i_{s\alpha} \\ N_f i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ N_f s \beta \\ N_f^2 i_{s\beta} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} i_{s\alpha} \\ \frac{d}{dt} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ \frac{d}{dt} i_{s\beta} \\ \frac{d^2}{dt^2} i_{s\beta} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} i_{s\alpha} \\ \alpha i_{s\alpha} + \beta \Phi_{r\alpha} + c \omega_m \Phi_{r\beta} + a V_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ \alpha i_{s\beta} + \beta \Phi_{r\beta} - c \omega_m \Phi_{r\alpha} + a V_{s\beta} \\ (\alpha^2 - c \delta \gamma) i_{s\beta} - c \gamma \omega_m i_{s\alpha} \\ -c \delta (\alpha + c \delta) \Phi_{r\beta} + a \alpha \dot{V}_{s\beta} + a V_{s\beta} \\ -\omega_m ((c \alpha + 2c \delta) \Phi_{r\alpha} - c \omega_m \Phi_{r\beta}) \end{array} \right]$$

Les déterminants des matrices jacobiennes $\frac{\partial q_1}{\partial X}$ et $\frac{\partial q_2}{\partial X}$ sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left| \frac{\partial q_1}{\partial X} \right| = -c^3 (\gamma i_{s\beta} + \omega_m \Phi_{r\alpha} + \delta \Phi_{r\beta}) (\delta^2 + \omega_m^2) \\ \left| \frac{\partial q_2}{\partial X} \right| = c^3 (\gamma i_{s\alpha} - \omega_m \Phi_{r\beta} + \delta \Phi_{r\alpha}) (\delta^2 + \omega_m^2) \end{array} \right.$$

et sont caractérisés par des singularités :

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma i_{s\beta} + \omega_m \Phi_{r\alpha} + \delta \Phi_{r\beta} = 0 \\ \gamma i_{s\alpha} - \omega_m \Phi_{r\beta} + \delta \Phi_{r\alpha} = 0 \end{array} \right. \iff \left\{ \begin{array}{l} \dot{\Phi}_{r\beta} = 0 \\ \dot{\Phi}_{r\alpha} = 0 \end{array} \right. \quad (4.4)$$

Ces singularités correspondent à des points de fonctionnement où le flux rotorique est constant : $\Phi_{r\alpha} = cte$ ou $\Phi_{r\beta} = cte$. Dans tous les autres cas, le modèle remplit les conditions d'observabilité locale. Nous allons maintenant étudier les cas où les points de fonctionnement de la machine sont dits stationnaires.

Points stationnaires. La condition d'inobservabilité de ce modèle dans le repère $\alpha - \beta$ peut être réécrite dans un repère tournant $d - q$ quelconque : $\Phi_{rd} = cte$ ou $\Phi_{rq} = cte$. Puisque le flux rotorique selon l'axe q est constant, sa dérivée est donc nulle $\dot{\Phi}_{rq} = 0$. La relation d'autopilotage définie à l'équation (1.6) (annexe 1), permet d'écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 = \omega_s \\ 0 = \omega_m + \frac{M_{sr} i_{sq}}{T_r \Phi_{rd}} \end{array} \right. \quad (4.5)$$

Or le courant d'axe q , appelé courant de couple, est fonction du couple électromagnétique de la machine par la relation :

$$C_{em} = p \frac{M_{sr}}{L_r} \phi_{rd} i_{sq}$$

¹Remarque : il est important de noter que trois paramètres sont dépendants. Nous avons la relation $\beta = -c \delta$. Ainsi, en remplaçant le paramètre β dans les expressions, tous les paramètres sont alors indépendants et cela facilite l'obtention des conditions d'observabilité.

ainsi l'équation (4.5) combinée à l'équation précédente donne :

$$\omega_m = -\frac{R_r}{p\Phi_{rd}^2}C_{em} \quad (4.6)$$

Cette relation traduit le fait qu'il existe des modes de fonctionnements où le couple électromagnétique développé est opposé à la vitesse de rotation de la machine. Ces modes correspondent tout simplement au fonctionnement en génératrice. Puisque le couple électromagnétique et le couple de charge sont liés en régime permanent par la relation :

$$C_{em} - C_r = \frac{f}{p}\omega_m \quad \left(J \frac{d}{dt}\omega_m = 0 \right)$$

Elle peut être introduite dans l'équation (4.6) afin d'obtenir une relation entre la vitesse et le couple de charge en régime permanent. Cette relation définit l'ensemble des points de fonctionnement où l'observation de la vitesse est impossible :

$$\omega_m \left(\frac{p\Phi_{rd}^2}{R_r} + \frac{f}{p} \right) = -C_r \quad (4.7)$$

L'analyse de cette expression montre que le modèle d'ordre 5 défini par la relation de transition sur la vitesse $\dot{\omega}_m = 0$ est inobservable lors d'un fonctionnement en génératrice et à faible vitesse de la machine. L'ensemble des points se situe en basse vitesse puisque l'application numérique de l'équation (4.7), dans le cas de la machine asynchrone du GE44 (voir annexe 3), fournit la relation $\omega_m = -3,435 \times C_r$. Ainsi, pour un couple nominal de 5 N.m, la vitesse du moteur est d'environ 164 tr/min.

4.2.3.1.3 Comment éviter cette zone de fonctionnement ? Afin d'éviter ces points de fonctionnement, les variateurs industriels sans capteur mécanique passent rapidement cette zone critique. Ainsi, l'observateur n'a pas le temps de diverger et l'ensemble reste stable en boucle fermée.

La figure (4.3) correspond à une simulation du fonctionnement de la machine asynchrone du GE44 dans une commande vectorielle avec un filtre de Kalman étendu à la vitesse. Elle montre que, lors d'une inversion du sens de rotation, la zone critique est relativement vite traversée par le point de fonctionnement (couple, vitesse).

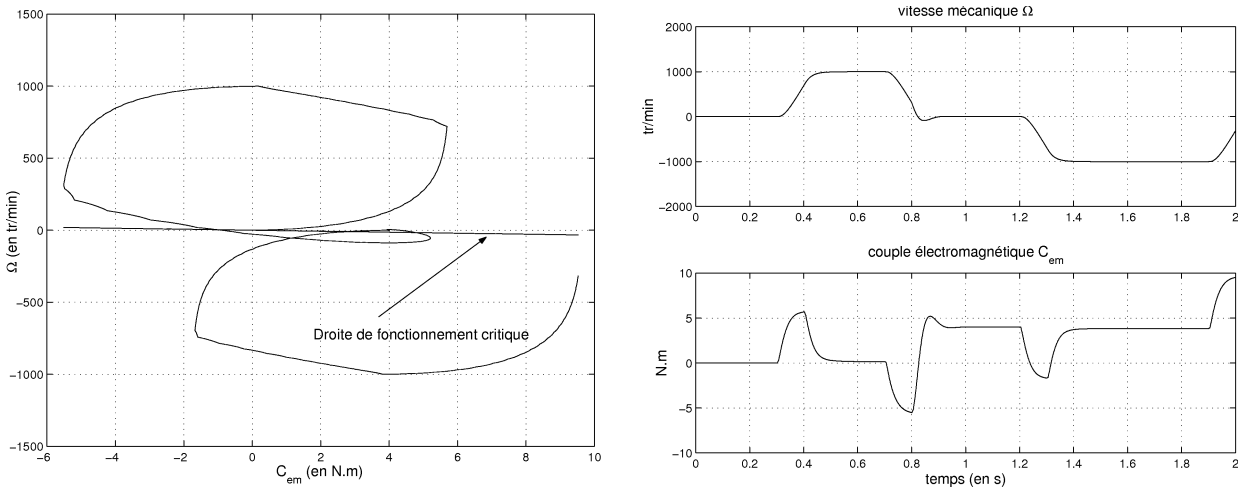


Figure 4.3: Points de fonctionnement lors de l'inversion du sens de rotation de la machine dans le plan couple-vitesse.

4.2.3.1.4 Conclusion sur l'observabilité. Les travaux de T. Du et E.G.V. Westerhold ont montré que l'observation conjointe de la vitesse et de l'état électrique est possible sous certaines conditions ($C_r \neq -k \omega_m$, avec $k = \frac{p\Phi_{rd}^2}{R_r} + \frac{f}{p}$) à respecter afin d'obtenir une plus grande sûreté de fonctionnement.

4.2.3.2 Conception d'un observateur de Luenberger étendu

L'observateur de Luenberger étendu (OLE) est un estimateur déterministe conçu essentiellement à partir du modèle mathématique du système. Tout comme le filtre de Kalman étendu (EKF), la conception d'un OLE s'effectue en trois étapes : une étape d'augmentation de l'état, une seconde étape de linéarisation et une dernière étape pour le calcul des gains de correction. Les deux premières étapes sont analogues à celles d'un EKF. Seule l'étape de correction est différente puisque les gains ne sont pas calculés de la même façon.

Dans les paragraphes suivants, nous allons présenter la démarche complète de conception d'un observateur de Luenberger discret étendu à la vitesse pour en dégager les avantages et inconvénients par rapport au filtre de Kalman étendu.

4.2.3.2.1 Augmentation de l'état. Au chapitre précédent, nous avons appliqué le filtre de Kalman optimal à l'estimation du flux rotorique et des courants statoriques. Dans ce paragraphe, nous allons étendre ce modèle mathématique de la machine asynchrone pour l'estimation de la vitesse seule.

Le modèle d'état discret dans le repère fixe $\alpha - \beta$ défini au chapitre 3 (voir équation (3.26)) est augmenté à la vitesse de rotation mécanique seule. Soit $X_a = [i_{s\alpha} \ i_{s\beta} \ \Phi_{r\alpha} \ \Phi_{r\beta} \ \omega_m]$ le nouveau vecteur d'état qui suppose que la vitesse de rotation du moteur évolue lentement vis-à-vis des autres grandeurs.

4.2.3.2.2 Linéarisation du modèle. Le modèle d'état étendu à la vitesse mécanique est non linéaire puisque la vitesse apparaît dans le vecteur d'état et dans la matrice de transition. Le système d'équation d'état est :

$$\left\{ \begin{array}{l} X_a[k+1] = \begin{bmatrix} a_{11} & b_{11} & a_{12} & b_{12} & 0 \\ -b_{11} & a_{11} & -b_{12} & a_{12} & 0 \\ a_{21} & b_{21} & a_{22} & b_{22} & 0 \\ -b_{21} & a_{21} & -b_{22} & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ \Phi_{r\alpha} \\ \Phi_{r\beta} \\ \omega_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_1 & 0 \\ 0 & a_1 \\ a_2 & 0 \\ 0 & a_2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{s\alpha} \\ V_{s\beta} \end{bmatrix} \\ \\ Y[k+1] = H X_a[k+1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ \Phi_{r\alpha} \\ \Phi_{r\beta} \\ \omega_m \end{bmatrix} \end{array} \right.$$

4.2.3.2.3 Calcul des gains de correction. Le calcul des gains de correction d'un OLE est effectué à partir des valeurs propres de la matrice de transition F' de l'observateur linéarisé autour de la trajectoire estimée. Soit :

$$F[k] = \begin{bmatrix} a_{11} & b_{11} & a_{12} & b_{12} & f_1 \\ -b_{11} & a_{11} & -b_{12} & a_{12} & f_2 \\ a_{21} & b_{21} & a_{22} & b_{22} & f_3 \\ -b_{21} & a_{21} & -b_{22} & a_{22} & f_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{avec :} \quad \left\{ \begin{array}{l} f_1 = \frac{\partial i_{s\alpha}[k+1]}{\partial \omega_m} \\ f_2 = \frac{\partial i_{s\beta}[k+1]}{\partial \omega_m} \\ f_3 = \frac{\partial \phi_{s\alpha}[k+1]}{\partial \omega_m} \\ f_4 = \frac{\partial \phi_{s\beta}[k+1]}{\partial \omega_m} \end{array} \right. \quad (4.8)$$

soit

$$\left\{ \begin{array}{l} f_1 = 0.5 c \gamma T_e^2 i_{s\beta}[k|k] + c T_e^2 \omega_m[k|k] \Phi_{r\alpha}[k|k] \\ \quad + (c T_e (1 + (\alpha + \delta) T_e/2) - \beta T_e^2/2) \Phi_{r\beta}[k|k] \\ f_2 = -0.5 c \gamma T_e^2 i_{s\alpha}[k|k] + c T_e^2 \omega_m[k|k] \Phi_{r\beta}[k|k] \\ \quad - (c T_e (1 + (\alpha + \delta) T_e/2) - \beta T_e^2/2) \Phi_{r\alpha}[k|k] \\ f_3 = -0.5 \gamma T_e^2 i_{s\beta}[k|k] - T_e^2 \omega_m[k|k] \Phi_{r\alpha}[k|k] \\ \quad + (0.5 (c \gamma - 2 \delta) T_e^2 - T_e) \Phi_{r\beta}[k|k] \\ f_4 = 0.5 \gamma T_e^2 i_{s\alpha}[k|k] - T_e^2 \omega_m[k|k] \Phi_{r\beta}[k|k] \\ \quad - (0.5 (c \gamma - 2 \delta) T_e^2 - T_e) \Phi_{r\alpha}[k|k] \end{array} \right. \quad (4.9)$$

où les coefficients $a_{11}, b_{11}, a_{12}, b_{12}, a_{21}, b_{21}, a_{22}, b_{22}, a_1$ et a_2 sont définis à l'expression (3.36).

L'erreur de reconstruction $\tilde{X}_a = X[k] - \hat{X}_a[k]$ est régit par l'équation :

$$\tilde{X}_a[k+1] = (I - L[k+1]H[k+1])F[k+1]\tilde{X}_a[k] \quad (4.10)$$

Un choix approprié des pôles (valeurs propres dans le cercle unité) de la matrice $(I - L H)F$ permet un réglage de la dynamique de l'observateur [LEV96] par différentes méthodes :

- Bass et Gura [BOR90]
- Méthode basée sur la forme canonique d'observabilité de Luenberger [LUE71, BOR90]

La méthode basée sur la forme canonique d'observabilité de Luenberger est assez intéressante puisqu'elle permet d'effectuer une analyse du comportement de l'observateur pendant les phases d'inobservabilité. Soit le système d'état discret :

$$\left\{ \begin{array}{l} X[k+1] = A X[k] + B U[k] \\ Y[k] = C X[k] \end{array} \right.$$

dont la transformation dans la base canonique d'observabilité de Luenberger est la suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{X}[k+1] = \bar{A} \bar{X}[k] + \bar{B} U[k] \\ \bar{Y}[k] = \bar{H} \bar{X}[k] \end{array} \right.$$

avec $\bar{A} = N^{-1} A N$, $\bar{B} = N^{-1} B$ et $\bar{H} = M C N$, où M et N sont des matrices de changement de base. La méthode est décrite en détail dans [BOR90]. Elle se décompose en trois parties :

- Tout d'abord, il faut décomposer la matrice C en m lignes $C = [C_1 \ C_2 \ \dots \ C_m]^t$, puis composer une matrice V régulière, telle que :

$$V = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_1 A \\ \vdots \\ C_1 A^{d_1-1} \\ C_2 \\ C_2 A \\ \vdots \\ C_2 A^{d_2-1} \\ \vdots \\ C_m A^{d_m-1} \end{bmatrix}$$

où les d_i sont les indices d'observabilité avec $i \in \{1, \dots, m\}$.

- La seconde étape consiste à calculer une matrice N telle que :

$$N = [g_{\sigma_1}, A_{\sigma_1} g_{\sigma_1}, \dots, A_{\sigma_1}^{d_1-1} g_{\sigma_1}, g_{\sigma_2}, A_{\sigma_2} g_{\sigma_2}, \dots, A_{\sigma_2}^{d_2-1} g_{\sigma_2}, \dots, g_{\sigma_m}, A_{\sigma_m} g_{\sigma_m}, \dots, A_{\sigma_m}^{d_m-1} g_{\sigma_m}]$$

où g_i est la i^{eme} colonne de la matrice V^{-1} et $(\sigma_i = \sum_{j=1}^i d_j)$ est l'indice d'observabilité. Par exemple, $\sigma_2 = \sum_{j=1}^2 d_j$, soit $\sigma_2 = d_1 + d_2$.

La transformation $\bar{X} = N^{-1} X$ met le système d'état de départ sous la forme :

$$\begin{cases} \bar{X}[k+1] = \bar{A} \bar{X}[k] + \bar{B} U[k] \\ Y[k] = \bar{C} \bar{X}[k] \end{cases}$$

avec $\bar{A} = N^{-1} A N$, $\bar{B} = N^{-1} B$ et $\bar{C} = C N$.

- La troisième étape correspond à la composition d'une matrice M triangulaire inférieure en éliminant toutes les colonnes non nulles de \bar{C} . Vient ensuite la relation $\bar{C} = M \bar{H}$, soit encore $\bar{H} = M^{-1} C N$, qui met finalement le système précédent sous la forme recherchée.

On démontre aisément qu'un observateur dans la base d'observabilité $\hat{\bar{X}}[k+1] = \bar{A} \hat{\bar{X}}[k] + \bar{B} U[k] + \bar{L}[k] (\bar{Y}[k] - \bar{C} \hat{\bar{X}}[k])$ a comme équivalent, dans la base d'origine, l'observateur $\hat{X}[k+1] = A \hat{X}[k] + B U[k] + L[k] (Y[k] - C \hat{X}[k])$. La matrice de gain L définie par $L = N \bar{L} M^{-1}$ dépend de la matrice \bar{L} déterminée dans la base canonique d'observabilité.

Le choix des pôles de l'OLE est le plus souvent effectué de manière empirique, c'est-à-dire par simulation et/ou expérimentations successives.

De plus, lorsque la dimension de l'état à estimer augmente, le nombre de degrés de liberté augmente également, ce qui complique encore plus le réglage de l'observateur. Par ailleurs, comme le modèle de la machine asynchrone n'est pas stationnaire, les pôles de l'observateur évoluent avec la vitesse de rotation. Dans ces conditions, le nombre de degrés de liberté augmente de manière importante et il est difficile de définir une trajectoire d'évolution des pôles en fonction de la vitesse. Il faut alors utiliser des méthodes de réglage de plus haut niveau comme pour les observateurs de flux [DEL97, ROB00].

A priori, l'observateur de Luenberger ne nécessite aucune connaissance sur les bruits de mesure et les erreurs de modèle. En réalité, il faut connaître l'ordre de grandeur de ces variables afin d'éviter que les variances sur les grandeurs estimées soient trop importantes. Les réglages de l'observateur seraient alors à revoir lors des tests expérimentaux.

4.2.3.2.4 Comportement de l'OLE dans les phases d'inobservabilité. Il a été constaté par simulation dans [ZEI00] que l'observateur de Luenberger diverge brutalement lorsque l'état n'est plus observable. En effet, il est mentionné dans la première étape de mise en forme d'un système dans la base canonique d'observabilité que la matrice V doit être régulière. Dans le cas contraire, le déterminant de la matrice V est nul. Les gains sont alors infinis car la matrice de gains K est égale à $N \bar{K} M^{-1}$ où la matrice N prend des valeurs infinies. Ce cas correspond à un mauvais conditionnement de la matrice d'observabilité étant donné que le système n'est plus observable. Il est alors nécessaire de limiter les gains de correction par une mise à zéro des gains afin d'éviter toute dérive du système (sécurité de fonctionnement). L'observateur fonctionne en boucle ouverte et les estimations évoluent uniquement en fonction du modèle d'état.

4.2.3.2.5 Conclusion. Différentes études [DU93, ZEI00] ont montré que l'OLE est aussi sensible aux incertitudes paramétriques qu'un EKF et qu'il est très sensible aux bruits de mesure lorsque la machine fonctionne à basse vitesse.

Il serait donc intéressant de le régler à l'aide d'une étude de sensibilité analogue à celle de B. Robyns et E. Delmotte, en prenant en compte la sensibilité de l'observateur aux bruits de mesures et aux paramètres électriques.

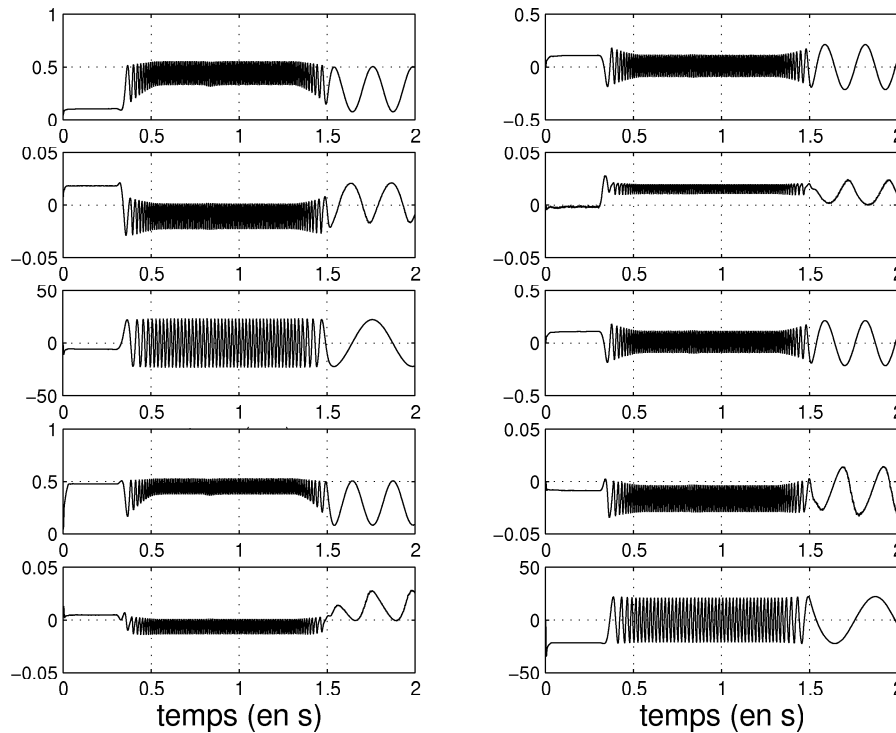


Figure 4.5: Filtre de Kalman étendu standard pour l'estimation de la vitesse seule : gains de correction.

4.2.4 Conclusion

Quatre techniques d'estimation de la vitesse ont été présentées dans cette étude bibliographique. Trois méthodes semblent intéressantes en terme de performances, de réglage ou de complexité algorithmique. Ces trois observateurs sont :

- l'observateur adaptatif : pour sa simplicité de conception, de réglage des estimateurs de vitesses ou de paramètres et pour ses performances (précision des estimations). Il est envisageable de construire plusieurs petits estimateurs indépendants avec des périodes d'échantillonnage différentes et surtout peu gourmands en temps de calcul.
- l'observateur de Luenberger étendu : pour ses performances [DU93, DU94, DU95, ZEI00].
- le filtre de Kalman étendu : pour sa simplicité de réglage et ses performances, ainsi que la constance des estimations lorsque le système est momentanément inobservable.

L'observateur de Luenberger étendu est assez difficile à régler car une grande liberté est donnée au positionnement des pôles. Ceci peut être interprété comme un avantage [DU93, DU94, DU95]. En pratique, on ne sait pas toujours choisir les gains pour réduire les erreurs d'estimation, à moins de les choisir par le réglage de paramètres de plus haut niveau comme les erreurs d'estimation en amplitude ou en orientation du flux [ROB00].

Les résultats expérimentaux de l'observateur de Luenberger d'ordre complet montrent son bon comportement [ZEI00, PUR96, FOR98, OUR95, ROB00]. Mais lorsque cet observateur est utilisé afin d'estimer la vitesse et/ou les paramètres, il devient moins fiable, surtout dans le cas de la récupération d'énergie. Dans cette configuration, les gains de l'OLE prennent des valeurs infinies et l'ensemble machine-commande diverge [ZEI00]. Toutefois, il est possible d'éviter ces zones de dysfonctionnement par un choix judicieux des grandeurs de références ou par une annulation des gains de correction lors des phases critiques.

Dans cette configuration, L'EKF paraît fonctionner en boucle ouverte puisque la correction s'annule et l'ensemble machine-commande-observateur ne diverge pas forcément. En pratique, la constance des sorties estimées peut être intéressante lors de l'estimation des paramètres puisque ces grandeurs évoluent lentement. Toutefois, ce n'est pas la même chose lorsqu'on estime la vitesse mécanique. En effet, le point de fonctionnement de la machine peut évoluer dans la zone d'inobservabilité et dans ce cas, l'estimée reste constante si le modèle d'évolution est assez simple ($\omega_m[k] = \omega_m[k-1]$). Ceci n'est pas conforme à l'évolution réelle de la vitesse de la machine.

L'EKF est donc apparemment plus fiable que l'observateur de Luenberger étendu, plus précisément dans le cas d'un fonctionnement à vitesse nulle et en génératrice.

L'observateur de Luenberger et le filtre de Kalman sont issus de deux "mondes" différents. Ils comportent des méthodes de réglages *a priori* radicalement différentes. Mais finalement, ces deux observateurs sont équivalents en pratique puisque, dans les deux cas, la variance sur les bruits de mesure et l'ordre de grandeur des incertitudes paramétrique doivent être connus pour effectuer un bon réglage.

Cette étude bibliographique montre que le filtre de Kalman est bien adapté pour l'estimation des grandeurs telles que le flux, la vitesse ou les paramètres des machines. Il est pourtant mal exploité la plupart du temps ou critiqué pour différentes raisons résumées ci-dessous :

- Dans [LJU79], il est démontré que les estimations issues d'un EKF sont biaisées lorsque les matrices R et Q ne sont pas en accord avec les valeurs "vraies" (les biais peuvent être importants lorsque les bruits sont sous estimés et restent faibles lorsqu'ils sont surestimés). Ce résultat est très important d'un point de vue théorique, mais il ne constitue en aucun cas un point faible du filtre comme l'affirme T. Du dans [DU93, DU94, DU95]. En effet, OLE et l'EKF sont tous les deux biaisés principalement à cause d'une méconnaissance des paramètres réels du système.
- Dans certains travaux, le principal objectif est la commande du système, l'observation d'état restant un sujet d'ordre secondaire. Dans ces conditions, le filtre de Kalman est mal exploité puisque les concepteurs utilisent le plus souvent la forme classique du filtre de Kalman (multiplication de matrices de taille importante). Comme nous l'avons rappelé au chapitre 1, des dérives numériques du calculateur sont parfois à l'origine de problèmes de divergence du filtre.

4.3 Filtre de Kalman à état virtuel

4.3.1 Introduction

L'application d'un filtre de Kalman pour la commande sans capteur des machines asynchrones nécessite l'ajout d'un état supplémentaire : la vitesse de rotation de la machine. Un modèle non linéaire d'ordre cinq est obtenu si seule la vitesse de rotation mécanique est estimée. Pour une implantation sur un calculateur numérique, les propriétés structurelles intéressantes [JAC95] (termes symétriques et anti-symétriques dans les matrices) sont perdues. Il en découle les inconvénients mentionnés au paragraphe §4.2.3.3. L'objectif du filtrage de Kalman à état virtuel est donc de retrouver les propriétés structurelles identiques à celles du filtre de Kalman d'ordre complet.

Une partie des résultats de ce chapitre a fait l'objet d'un article au congrès IEEE PESC 2000 [HIL00A].

4.3.2 Equation d'état d'ordre augmenté et linéarisation

Dans le cas du filtre de Kalman d'ordre complet, nous avons montré qu'il est possible de réduire le coût de calcul par 4,6 environ, lorsque l'étude des calculs redondants est effectué correctement. Pour le filtre de Kalman étendu à la vitesse, aucune symétrie n'est observée. Nous avons donc ajouté un sixième état noté ω_v (*état virtuel*) afin d'obtenir des symétries et anti-symétries comme dans le cas d'un filtre de Kalman

d'ordre complet. Ainsi, le système d'équations d'état devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} X_a[k+1|k] = \begin{bmatrix} a_{11} & b_{11} & a_{12} & b_{12} & 0 & 0 \\ -b_{11} & a_{11} & -b_{12} & a_{12} & 0 & 0 \\ a_{21} & b_{21} & a_{22} & b_{22} & 0 & 0 \\ -b_{21} & a_{21} & -b_{22} & a_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ \Phi_{r\alpha} \\ \Phi_{r\beta} \\ \omega_m \\ \omega_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_1 & 0 \\ 0 & a_1 \\ a_2 & 0 \\ 0 & a_2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{s\alpha} \\ V_{s\beta} \end{bmatrix} \\ \\ Y[k+1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ \Phi_{r\alpha} \\ \Phi_{r\beta} \\ \omega_m \\ \omega_v \end{bmatrix} \end{array} \right.$$

avec

$$F[k] = \begin{bmatrix} a_{11} & b_{11} & a_{12} & b_{12} & f_1 & -f_2 \\ -b_{11} & a_{11} & -b_{12} & a_{12} & f_2 & f_1 \\ a_{21} & b_{21} & a_{22} & b_{22} & f_3 & -f_4 \\ -b_{21} & a_{21} & -b_{22} & a_{22} & f_4 & f_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad H[k] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

où les coefficients a_{11} , b_{11} , a_{12} , b_{12} , a_{21} , b_{21} , a_{22} , b_{22} , a_1 et a_2 sont définis à l'expression (3.36). Les coefficients f_i sont définis à l'équation (4.8).

Le filtre de Kalman étendu à *état virtuel* est un filtre de Kalman d'ordre six. L'état supplémentaire n'a aucune relation de nature déterministe avec les cinq autres variables d'état et ne sert donc qu'à réduire le coût algorithmique du filtre. En pratique, il n'est pas nécessaire de calculer le sixième état puisqu'il n'a aucune signification physique. D'un point de vue mathématique, nous avons dérogé aux méthodes classiques de conception d'un observateur d'ordre étendu. Mais la réduction du nombre d'opérations peut permettre par exemple d'estimer des paramètres (résistances) avec le temps restant pour accroître les performances du variateur de vitesse.

Puisque seul le rapport de Q/R est important lorsque la matrice R est diagonale (voir chapitre 3 §3.5.3.2.3), les coefficients de la matrice de variance du bruit de mesure sont choisis à l'unité. Le réglage de la dynamique du filtre s'effectue via les coefficients de la matrice Q . Il s'effectue à partir de trois degrés de liberté choisis de manière à ce que la vitesse estimée soit la plus proche possible de la vitesse instantanée (réelle). L'utilisation de cette estimation dans les boucles de régulation ne doit pas déstabiliser le système complet.

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad Q = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_3 \end{bmatrix}$$

4.3.3 Observabilité du nouveau système d'équations d'état

Bien que nous ayons augmenté le système d'un état supplémentaire, les conditions d'observabilité des états $i_{s\alpha}$, $i_{s\beta}$, $\phi_{r\alpha}$, $\phi_{r\beta}$ et ω_m sont identiques à celles d'un observateur étendu classique à la vitesse seule (voir chapitre 4 §4.2.3.1) bien que l'état virtuel ajouté ne soit pas observable.

4.3.4 Algorithme efficace du filtre de Kalman étendu

Comme pour le filtre de Kalman optimal présenté au chapitre trois, nous avons décomposé les équations matricielles du filtre étendu à état virtuel en plusieurs équations scalaires récurrentes. Le filtre est toujours décomposé en deux étapes principales, une étape de prédiction suivie d'une étape de correction.

4.3.4.1 Etape de prédiction

4.3.4.1.1 Prédiction des états. La prédiction des cinq états à partir du modèle d'état discret défini au chapitre trois est :

$$\begin{cases} \hat{i}_{s\alpha}[k+1|k] = a_{11}\hat{i}_{s\alpha}[k|k] + b_{11}\hat{i}_{s\beta}[k|k] + a_{12}\hat{\Phi}_{r\alpha}[k|k] + b_{12}\hat{\Phi}_{r\beta}[k|k] + a_1V_{s\alpha}[k] \\ \hat{i}_{s\beta}[k+1|k] = -b_{11}\hat{i}_{s\alpha}[k|k] + a_{11}\hat{i}_{s\beta}[k|k] - b_{12}\hat{\Phi}_{r\alpha}[k|k] + a_{12}\hat{\Phi}_{r\beta}[k|k] + a_1V_{s\beta}[k] \\ \hat{\Phi}_{r\alpha}[k+1|k] = a_{21}\hat{i}_{s\alpha}[k|k] + b_{21}\hat{i}_{s\beta}[k|k] + a_{22}\hat{\Phi}_{r\alpha}[k|k] + b_{22}\hat{\Phi}_{r\beta}[k|k] + a_2V_{s\alpha}[k] \\ \hat{\Phi}_{r\beta}[k+1|k] = -b_{21}\hat{i}_{s\alpha}[k|k] + a_{21}\hat{i}_{s\beta}[k|k] - b_{22}\hat{\Phi}_{r\alpha}[k|k] + a_{22}\hat{\Phi}_{r\beta}[k|k] + a_2V_{s\beta}[k] \\ \hat{\omega}_m[k+1|k] = \hat{\omega}_m[k] \end{cases}$$

La prédiction du sixième état n'est pas calculée puisqu'il n'a aucune relation avec le modèle de la machine.

4.3.4.1.2 Calcul de la variance de l'erreur de prédiction $P[k+1|k]$. La matrice de variance-covariance d'erreur de prédiction est une matrice symétrique, définie positive et de dimension 6×6 dans ce cas particulier. D'une manière générale, $P[k|k]$ est définie par l'équation (4.11), mais on peut constater comme au chapitre trois que certains termes sont ici égaux ou nuls, ce qui simplifie fortement l'expression des matrices à condition que la matrice $P[0|0]$ ait cette structure :

$$P[k|k] = \begin{bmatrix} P_{11}[k|k] & P_{12}[k|k] & P_{13}[k|k] & P_{14}[k|k] & P_{15}[k|k] & P_{16}[k|k] \\ P_{12}[k|k] & P_{22}[k|k] & P_{23}[k|k] & P_{24}[k|k] & P_{25}[k|k] & P_{26}[k|k] \\ P_{13}[k|k] & P_{23}[k|k] & P_{33}[k|k] & P_{34}[k|k] & P_{35}[k|k] & P_{36}[k|k] \\ P_{14}[k|k] & P_{24}[k|k] & P_{34}[k|k] & P_{44}[k|k] & P_{45}[k|k] & P_{46}[k|k] \\ P_{15}[k|k] & P_{25}[k|k] & P_{35}[k|k] & P_{45}[k|k] & P_{55}[k|k] & P_{56}[k|k] \\ P_{16}[k|k] & P_{26}[k|k] & P_{36}[k|k] & P_{46}[k|k] & P_{56}[k|k] & P_{66}[k|k] \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

$$P[k|k] = \begin{bmatrix} P_{11}[k|k] & 0 & P_{13}[k|k] & P_{14}[k|k] & P_{15}[k|k] & P_{16}[k|k] \\ 0 & P_{11}[k|k] & -P_{14}[k|k] & P_{13}[k|k] & -P_{16}[k|k] & P_{15}[k|k] \\ P_{13}[k|k] & -P_{14}[k|k] & P_{33}[k|k] & 0 & P_{35}[k|k] & P_{36}[k|k] \\ P_{14}[k|k] & P_{13}[k|k] & 0 & P_{33}[k|k] & -P_{36}[k|k] & P_{35}[k|k] \\ P_{15}[k|k] & -P_{16}[k|k] & P_{35}[k|k] & -P_{36}[k|k] & P_{55}[k|k] & 0 \\ P_{16}[k|k] & P_{15}[k|k] & P_{36}[k|k] & P_{35}[k|k] & 0 & P_{55}[k|k] \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Les symétries, antisymétries et zéros présents dans cette matrice de variance-covariance d'erreur d'estimation sont conservés dans la matrice d'erreur de prédiction. Le nombre de valeurs distinctes est réduit à neuf coefficients au lieu de quinze dans le cas d'un filtre de Kalman classique étendu à la vitesse seule. Ainsi, $P[k+1|k]$ est définie par l'expression :

$$P[k+1|k] = \begin{bmatrix} P_{11}[k+1|k] & 0 & P_{13}[k+1|k] & P_{14}[k+1|k] & P_{15}[k+1|k] & P_{16}[k+1|k] \\ 0 & P_{11}[k+1|k] & -P_{14}[k+1|k] & P_{13}[k+1|k] & -P_{16}[k+1|k] & P_{15}[k+1|k] \\ P_{13}[k+1|k] & -P_{14}[k+1|k] & P_{33}[k+1|k] & 0 & P_{35}[k+1|k] & P_{36}[k+1|k] \\ P_{14}[k+1|k] & P_{13}[k+1|k] & 0 & P_{33}[k+1|k] & -P_{36}[k+1|k] & P_{35}[k+1|k] \\ P_{15}[k+1|k] & -P_{16}[k+1|k] & P_{35}[k+1|k] & -P_{36}[k+1|k] & P_{55}[k+1|k] & 0 \\ P_{16}[k+1|k] & P_{15}[k+1|k] & P_{36}[k+1|k] & P_{35}[k+1|k] & 0 & P_{55}[k+1|k] \end{bmatrix}$$

avec :

$$\begin{aligned}
P_{11}[k+1|k] &= (a_{11}^2 + b_{11}^2) P_{11}[k|k] + 2(a_{11} a_{12} + b_{11} b_{12}) P_{13}[k|k] + 2(a_{11} b_{12} - a_{12} b_{11}) P_{14}[k|k] \\
&+ (a_{12}^2 + b_{12}^2) P_{33}[k|k] + 2(a_{11} f_1 - b_{11} f_2) P_{15}[k|k] - 2(a_{11} f_2 + b_{11} f_1) P_{16}[k|k] \\
&+ 2(a_{12} f_1 - b_{12} f_2) P_{35}[k|k] - 2(a_{12} f_2 + b_{12} f_1) P_{36}[k|k] + (f_1^2 + f_2^2) P_{55}[k|k] + \alpha_1 \\
\\
P_{13}[k+1|k] &= (a_{21} a_{11} + b_{21} b_{11}) P_{11}[k|k] + \underbrace{(a_{12} a_{21} + b_{12} b_{21})}_{tmp1} + \underbrace{(a_{11} a_{22} + b_{22} b_{11})}_{tmp2} P_{13}[k|k] \\
&+ \underbrace{(a_{21} b_{12} - a_{12} b_{21})}_{tmp3} + \underbrace{(a_{11} b_{22} - a_{22} b_{11})}_{tmp4} P_{14}[k|k] + (a_{12} a_{22} + b_{12} b_{22}) P_{33}[k|k] \\
&+ \underbrace{(a_{21} f_1 - b_{21} f_2)}_{tmp5} + \underbrace{(a_{11} f_3 - b_{11} f_4)}_{tmp6} P_{15}[k|k] - \underbrace{(a_{21} f_2 + b_{21} f_1)}_{tmp7} + \underbrace{(a_{11} f_4 + b_{11} f_3)}_{tmp8} P_{16}[k|k] \\
&+ \underbrace{(a_{22} f_1 - b_{22} f_2)}_{tmp9} + \underbrace{(a_{12} f_3 - b_{12} f_4)}_{tmp10} P_{35}[k|k] - \underbrace{(a_{22} f_2 + b_{22} f_1)}_{tmp11} + \underbrace{(a_{12} f_4 + b_{12} f_3)}_{tmp12} P_{36}[k|k] \\
&+ (f_1 f_3 + f_2 f_4) P_{55}[k|k] \\
\\
P_{14}[k+1|k] &= (a_{21} b_{11} - a_{11} b_{21}) P_{11}[k|k] + \underbrace{(a_{21} b_{12} - a_{12} b_{21})}_{tmp3} - \underbrace{(a_{11} b_{22} + a_{22} b_{11})}_{-tmp4} P_{13}[k|k] \\
&+ \underbrace{(a_{11} a_{22} + b_{22} b_{11})}_{tmp2} - \underbrace{(a_{12} a_{21} - b_{12} b_{21})}_{-tmp1} P_{14}[k|k] + (a_{22} b_{12} - a_{12} b_{22}) P_{33}[k|k] \\
&- \underbrace{(a_{21} f_2 + b_{21} f_1)}_{tmp7} - \underbrace{(a_{11} f_4 - b_{11} f_3)}_{-tmp8} P_{15}[k|k] + \underbrace{(a_{11} f_3 - b_{11} f_4)}_{tmp6} - \underbrace{(a_{21} f_1 + b_{21} f_2)}_{-tmp5} P_{16}[k|k] \\
&- \underbrace{(a_{22} f_2 + b_{22} f_1)}_{tmp11} - \underbrace{(a_{12} f_4 - b_{12} f_3)}_{-tmp12} P_{35}[k|k] + \underbrace{(a_{12} f_3 - b_{12} f_4)}_{tmp10} - \underbrace{(a_{22} f_1 + b_{22} f_2)}_{-tmp9} P_{36}[k|k] \\
&+ (f_1 f_4 - f_2 f_3) P_{55}[k|k] \\
\\
P_{33}[k+1|k] &= (a_{21}^2 + b_{21}^2) P_{11}[k|k] + 2(a_{21} a_{22} + b_{22} b_{21}) P_{13}[k|k] + 2(a_{21} b_{22} - a_{22} b_{21}) P_{14}[k|k] \\
&+ (a_{22}^2 + b_{22}^2) P_{33}[k|k] + 2(a_{21} f_3 - b_{21} f_4) P_{15}[k|k] - 2(a_{21} f_4 + b_{21} f_3) P_{16}[k|k] \\
&+ 2(a_{22} f_3 - b_{22} f_4) P_{35}[k|k] - 2(a_{22} f_4 + b_{22} f_3) P_{36}[k|k] + (f_3^2 + f_4^2) P_{55}[k|k] + \alpha_2 \\
\\
P_{15}[k+1|k] &= a_{11} P_{15}[k|k] - b_{11} P_{16}[k|k] + a_{12} P_{35}[k|k] - b_{12} P_{36}[k|k] + f_1 P_{55}[k|k] \\
\\
P_{16}[k+1|k] &= a_{11} P_{16}[k|k] + b_{11} P_{15}[k|k] + a_{12} P_{36}[k|k] + b_{12} P_{35}[k|k] - f_2 P_{55}[k|k] \\
\\
P_{35}[k+1|k] &= a_{21} P_{15}[k|k] - b_{21} P_{16}[k|k] + a_{22} P_{35}[k|k] - b_{22} P_{36}[k|k] + f_3 P_{55}[k|k] \\
\\
P_{36}[k+1|k] &= a_{21} P_{16}[k|k] + b_{21} P_{15}[k|k] + a_{22} P_{36}[k|k] + b_{22} P_{35}[k|k] - f_4 P_{55}[k|k] \\
\\
P_{55}[k+1|k] &= P_{55}[k|k] + \alpha_3
\end{aligned}$$

Remarque : les termes tmp_i sont calculés une seule fois par étape afin de réduire au maximum le nombre d'opérations arithmétiques.

4.3.4.2 Etape de correction

La réduction du coût de calcul lors de la phase de correction du filtre étendu à état virtuel est très importante comparée à celle du filtre étendu conventionnel.

4.3.4.2.1 Calcul des gains de correction $K[k + 1]$. La matrice de gain est une matrice de dimension 6×2 définie par :

$$K[k + 1] = \begin{bmatrix} K_{11}[k + 1] & -K_{12}[k + 1] \\ K_{12}[k + 1] & K_{11}[k + 1] \\ K_{13}[k + 1] & -K_{14}[k + 1] \\ K_{14}[k + 1] & K_{13}[k + 1] \\ K_{15}[k + 1] & -K_{16}[k + 1] \\ K_{16}[k + 1] & K_{15}[k + 1] \end{bmatrix}$$

avec :

$$\begin{cases} K_{11}[k + 1] = P_{11}[k + 1|k]/(P_{11}[k + 1|k] + 1) \\ K_{12}[k + 1] = 0 \\ K_{13}[k + 1] = P_{13}[k + 1|k]/(P_{11}[k + 1|k] + 1) \\ K_{14}[k + 1] = P_{14}[k + 1|k]/(P_{11}[k + 1|k] + 1) \\ K_{15}[k + 1] = P_{15}[k + 1|k]/(P_{11}[k + 1|k] + 1) \\ K_{16}[k + 1] = P_{16}[k + 1|k]/(P_{11}[k + 1|k] + 1) \end{cases}$$

Le coût de calcul de la matrice de correction est très faible par rapport à un calcul brut de l'expression $K[k + 1] = P C^t (C P C^t + R)^{-1}$ où il est nécessaire de réaliser plusieurs multiplications de matrices et une inversion d'une matrice de dimension deux. On remarque aussi que le gain K_{12} est nul, il n'est donc pas nécessaire de le calculer à chaque période d'échantillonnage et n'apparaît donc pas lors de la phase de correction.

4.3.4.2.2 Estimation des états. L'étape d'estimation des états consiste à comparer les prédictions aux mesures et d'effectuer une correction adéquate :

$$\begin{cases} e_\alpha[k + 1] = i_{s\alpha}[k + 1] - \hat{i}_{s\alpha}[k + 1|k] \\ e_\beta[k + 1] = i_{s\beta}[k + 1] - \hat{i}_{s\beta}[k + 1|k] \\ \hat{i}_{s\alpha}[k + 1|k + 1] = \hat{i}_{s\alpha}[k + 1|k] + K_{11}[k + 1] e_\alpha[k + 1] \\ \hat{i}_{s\beta}[k + 1|k + 1] = \hat{i}_{s\beta}[k + 1|k] + K_{11}[k + 1] e_\beta[k + 1] \\ \hat{\Phi}_{r\alpha}[k + 1|k + 1] = \hat{\Phi}_{r\alpha}[k + 1|k] + K_{13}[k + 1] e_\alpha[k + 1] + K_{14}[k + 1] e_\beta[k + 1] \\ \hat{\Phi}_{r\beta}[k + 1|k + 1] = \hat{\Phi}_{r\beta}[k + 1|k] - K_{14}[k + 1] e_\alpha[k + 1] + K_{13}[k + 1] e_\beta[k + 1] \\ \hat{\omega}_m[k + 1|k + 1] = (\hat{\omega}_m)[k + 1|k] + K_{15}[k + 1] e_\alpha[k + 1] - K_{16}[k + 1] e_\beta[k + 1] \end{cases}$$

Calcul de	Nombre de multiplications et d'inversions	Nombre d'additions et de soustractions
A_d	7	2
B_d	0	0
F	16 (16)	0 (16)
$X[k+1 k]$	20 (24)	16 (20)
$P[k+1 k]$	140 (250)	91 (225)
$K[k+1]$	6 (146)	1 (111)
$P[k+1 k+1]$	8 (165)	8 (145)
$\begin{bmatrix} X[k+1 k+1] \\ \Theta[k+1 k+1] \end{bmatrix}$	8 (10)	10 (12)
Total	205 (618)	137 (523)

Tableau 4.1: Nombre d'opérations pour le calcul du filtre de Kalman étendu à état virtuel.

4.3.4.2.3 Calcul de la variance de l'erreur d'estimation $P[k+1|k+1]$. Le calcul de $P[k+1|k+1]$ ci-dessous montre que cette matrice et la matrice de gain K contiennent cinq coefficients en commun.

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{11}[k+1|k+1] = K_{11}[k+1] \\ P_{13}[k+1|k+1] = K_{13}[k+1] \\ P_{14}[k+1|k+1] = K_{14}[k+1] \\ P_{15}[k+1|k+1] = K_{15}[k+1] \\ P_{16}[k+1|k+1] = K_{16}[k+1] \\ P_{33}[k+1|k+1] = P_{33}[k+1|k] - (K_{13}[k+1] P_{13}[k+1|k] + K_{14}[k+1] P_{14}[k+1|k]) \\ P_{35}[k+1|k+1] = P_{35}[k+1|k] - (K_{13}[k+1] P_{15}[k+1|k] + K_{14}[k+1] P_{16}[k+1|k]) \\ P_{36}[k+1|k+1] = P_{36}[k+1|k] - (K_{13}[k+1] P_{16}[k+1|k] - K_{14}[k+1] P_{15}[k+1|k]) \\ P_{55}[k+1|k+1] = P_{55}[k+1|k] - (K_{15}[k+1] P_{15}[k+1|k] + K_{16}[k+1] P_{16}[k+1|k]) \end{array} \right. \quad (4.13)$$

Ainsi, la complexité algorithmique et le nombre de cases mémoires nécessaires à la réalisation du filtre sont réduits.

4.3.4.3 Coût algorithmique

La recherche des doublons est effectuée comme dans le cas d'un filtre de Kalman linéaire pour réduire au maximum le nombre d'opérations dans les expressions récurrentes.

La complexité algorithmique du filtre de Kalman étendu modifié est comparée à un filtre de Kalman étendu classique (termes entre parenthèses) dont l'implantation utilise les équations brutes du filtre (voir équations (1.2) et (1.3) chapitre 1), c'est-à-dire sans prise en compte d'aucune propriété structurale des matrices. Les résultats sont donnés dans le tableau (4.1).

Le nombre total d'opérations pour réaliser l'EKFVS est de 342 comparé aux 1141 opérations nécessaires pour un filtre de Kalman classique étendu à la vitesse programmé de manière "brute". Comme nous l'avons souligné au chapitre trois (paragraphe §3.5.4.3), il existe des redondances entre les expressions matricielles (voir [GRE93] page 209), mais la prise en compte de ces redondances ne permet pas d'atteindre un coût de calcul aussi faible que celui du filtre à état virtuel.

Cette réduction du coût de calcul d'environ 3,3 peut permettre l'implantation du filtre sur des DSP ou micro-contrôleurs de plus faibles performances, ou bien conserver le temps restant pour estimer d'autres

Opérations	Temps d'exécution
acquisition des courants et tensions onduleur	6 μs
estimation du flux rotorique, du courant et de la vitesse (EKFVS)	148 μs
mesure de la position et estimation de la vitesse (voir chap. 2)	7 μs
commande vectorielle	52 μs
gestion de la PWM	9 μs
affichage des grandeurs sur oscilloscope	5 μs
décalage des valeurs dans les tableaux	11 μs

Tableau 4.2: Temps d'exécution des algorithmes sur un DSP TMS320C31, programmation en langage C.

grandeurs comme les paramètres de la machine. En outre, il est souhaitable d'estimer la résistance statorique pour réduire l'erreur d'estimation de la vitesse et accroître la plage de fonctionnement en vitesse.

4.3.4.4 Temps d'exécution des algorithmes

Les temps d'exécution des algorithmes de commande, de mesure et de filtrage pour programmer une commande vectorielle directe sans capteur mécanique sont indiqués dans le tableau (4.2). Les routines ont été programmées en langage C sur un DSP TMS320C31 de Texas Instrument (voir annexe trois) et prennent environ 238 μs pour effectuer l'ensemble des opérations (horloge du DSP à 50 MHz).

Le temps d'exécution du filtre de Kalman standard est de 906 μs avec le même DSP, comparé à 148 μs pour le filtre à état virtuel. Bien que l'implantation du filtre de Kalman standard soit optimisée, le rapport entre les deux temps d'exécution reste toutefois de 6,12.

Ce facteur est à peu près deux fois plus élevé que le rapport du coût algorithmique. En effet, le filtre de Kalman standard a été programmé dans sa formulation matricielle qui nécessite des boucles itératives. Ceci justifie l'augmentation du temps d'exécution.

4.3.4.5 Conclusion

L'application de l'algorithme efficace proposé au chapitre trois a permis de proposer une structure modifiée des équations d'état utilisées dans l'algorithme classique du filtrage de Kalman pour l'estimation de la vitesse avec un nombre d'opérations réduit.

Dans les paragraphes suivants, nous allons proposer deux méthodes de réglage du filtre analogue à celle développée au chapitre trois. Nous exposerons les résultats de simulation et les résultats expérimentaux.

4.3.5 Pré-réglage automatique du filtre de Kalman étendu à la vitesse

4.3.5.1 Introduction

Au chapitre précédent, nous avons exposé une méthode de réglage des degrés de liberté du filtre linéaire afin de le désensibiliser aux variations de la résistance rotorique. Dans ce chapitre, nous allons exposer deux méthodes de pré-réglage du filtre de Kalman étendu à la vitesse seule. Comme nous le verrons, le choix de l'une des deux méthodes dépend principalement de l'inertie du moteur et de la charge. Ici, nous cherchons à estimer au mieux la vitesse de rotation mécanique pour effectuer une bonne estimation du vecteur flux rotorique.

4.3.5.2 Pré-réglage automatique

La conception des systèmes linéaires imbriqués peut être effectuée de manière indépendante grâce au principe de séparation. Celui-ci stipule qu'un système global est stable si l'ensemble des sous-systèmes

linéaires sont stables [LEV96, BOR90]. Puisque l'estimation conjointe du flux et de la vitesse conduit à un système non-linéaire, le principe de séparation n'est plus applicable. Pour le réglage du filtre étendu, le filtre doit être inclus dans les boucles de régulation comme il est indiqué sur le schéma de la figure (4.6).

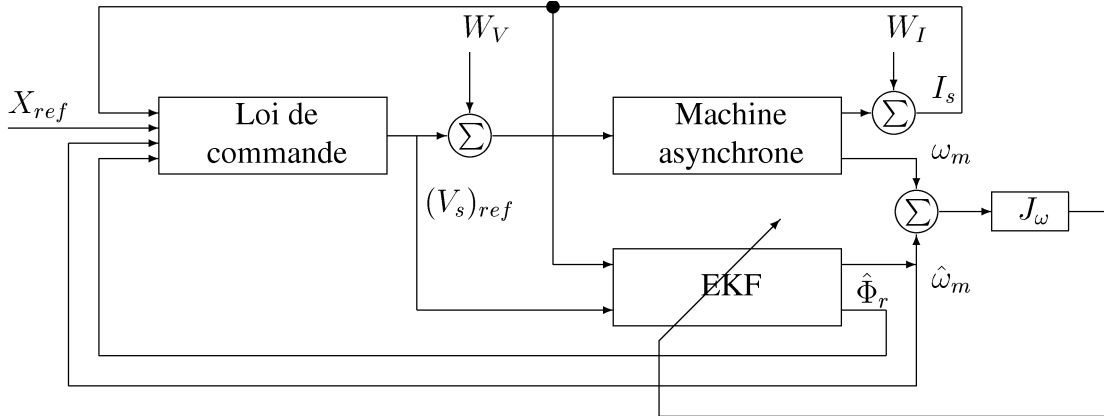


Figure 4.6: Schéma de principe pour le réglage en boucle fermée du filtre.

Il est toutefois possible selon le type de moteur utilisé et de la dynamique de la commande choisie de régler l'observateur non linéaire indépendamment de la commande, les estimations n'étant pas incluses dans les boucles de régulation lors du réglage. Ce réglage doit être effectué sans que l'ensemble ne diverge lorsque les boucles de régulation sont rebouclées sur les grandeurs estimées.

En effet, une des principales hypothèses de notre observateur est la quasi-constance de la vitesse du moteur sur une période d'échantillonnage. Cette hypothèse est d'autant plus vérifiée que l'inertie du moteur est grande ou les grandeurs de commande sont fortement limitées (contraintes matérielles). Ainsi, selon le type de moteur, deux méthodes de réglage peuvent être adoptées :

- Réglage en ligne : l'observateur est inclus dans les boucles de régulation lors de son réglage.
- Réglage hors ligne : l'observateur n'est pas inclus dans les boucles de régulation.

4.3.5.2.1 Pré-réglage en ligne

4.3.5.2.1.1 Principe du réglage. Nous avons écrit sous Matlab un programme qui appelle autant de fois que nécessaire un fichier Simulink contenant la commande vectorielle, le filtre de Kalman étendu et le modèle de la machine asynchrone. Des bruits (notés W_V et W_I) ont été ajoutés sur les courants et tensions pour modéliser l'onduleur de tension et le bruit des capteurs de courant comme cela est indiqué à la figure (4.6). Ils permettent de simuler un fonctionnement quasi réel de l'ensemble machine-commande-observateur.

L'objectif est de rechercher un triplet $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ le plus approprié afin de minimiser le critère déterministe J_ω défini ci-dessous (minimisation de l'erreur moyenne quadratique de l'erreur d'estimation de la vitesse) lorsque nous sous-estimons la valeur de la résistance rotorique de +60%. Le scénario utilisé implique plusieurs modes de fonctionnement (voir figure (3.10)) .

$$J_\omega = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\omega_m[k] - \hat{\omega}_m[k])^2} \quad (4.14)$$

La solution (arrondie) obtenue par une optimisation numérique est :

$$\text{EKFVS} : \begin{cases} \alpha_1 = 10^5 \\ \alpha_2 = 10^2 \\ \alpha_3 = 10^9 \end{cases} \quad (4.15)$$

avec une initialisation des observations à zéro (soit $\hat{X}_a[0|0] = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$) et une initialisation de la variance-covariance des erreurs d'estimations aussi à zéro. En l'absence d'information exacte sur l'état magnétique de la machine au démarrage, il est normal de supposer les états nuls à l'instant initial (comme au chapitre trois).

De plus, la réactualisation de la vitesse observée est inhibée pendant un intervalle de temps de 80 ms (soit 200 périodes d'échantillonnage) afin que la matrice de variance-covariance d'erreur d'estimation converge vers une solution adaptée au problème. Ceci permet de garantir un comportement initial optimal du filtre étendu [LOR98].

Cette très grande valeur de α_3 permet de suivre correctement la dynamique de la vitesse pendant les transitoires de vitesse. Par ailleurs, le réglage adopté désensibilise le filtre aux incertitudes sur la résistance rotorique.

4.3.5.2.1.2 Analyse des performances des filtres. Dans ce paragraphe, les estimées de la vitesse et du flux rotorique par le filtre de Kalman à état virtuel ou le filtre de Kalman étendu classique sont injectées dans les lois de commande. La réactualisation de la vitesse estimée est inhibée pendant 200 périodes d'échantillonnage, soit 80 ms. Les figures suivantes représentent les performances de l'ensemble machine-commande-EKFVS et EKF en boucle fermée pour différentes variations de paramètres.

Les figures (4.7.a) et (4.7.b) correspondent à un fonctionnement sans variation paramétrique (cas idéal) des deux filtres. Les performances des deux algorithmes paraissent équivalentes bien que les erreurs d'estimation du filtre EKFVS soient plus importantes que celles du filtre EKF lors des phases transitoires.

Les figures (4.8.a) et (4.8.b) représentent le comportement de l'ensemble pour une variation +60% de la résistance rotorique. On constate un bon comportement des deux filtres.

On remarque à la figure (4.9.a) que l'ensemble commande-machine-EKFVS diverge aux très basses vitesses en présence d'une sous-estimation de 30% de la valeur de la résistance statorique et d'un couple de charge de 4 N.m (à titre indicatif le couple nominal est de 5 N.m) Pour les mêmes conditions de fonctionnement et de réglage, l'ensemble commande-machine-EKF (voir figure (4.9.b)) ne diverge pas. Le placement de pôles obtenu désensibilise donc le filtre aux variations de la résistance rotorique. En contrepartie, il sensibilise l'observateur aux incertitudes sur la résistance statorique. Cette sensibilité peut être réduite par une correction moins "musclée".

La figure (4.10) correspond à un comportement de l'ensemble pour une variation +30% de la résistance statorique, mais ici la vitesse finale est de 100 tr/min. L'ensemble machine-commande-filtre à état virtuel ne diverge pas, mais il existe encore de légères ondulations sur le flux rotorique et la vitesse mécanique.

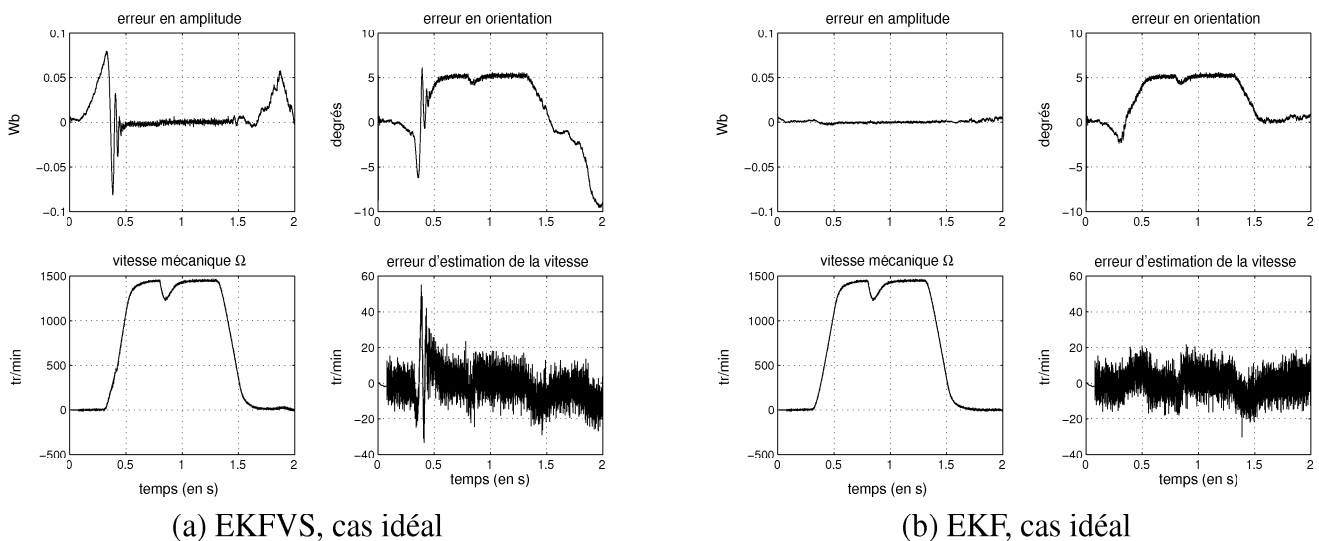


Figure 4.7: Comparaison des performances du filtre de Kalman étendu à état virtuel et étendu classique.

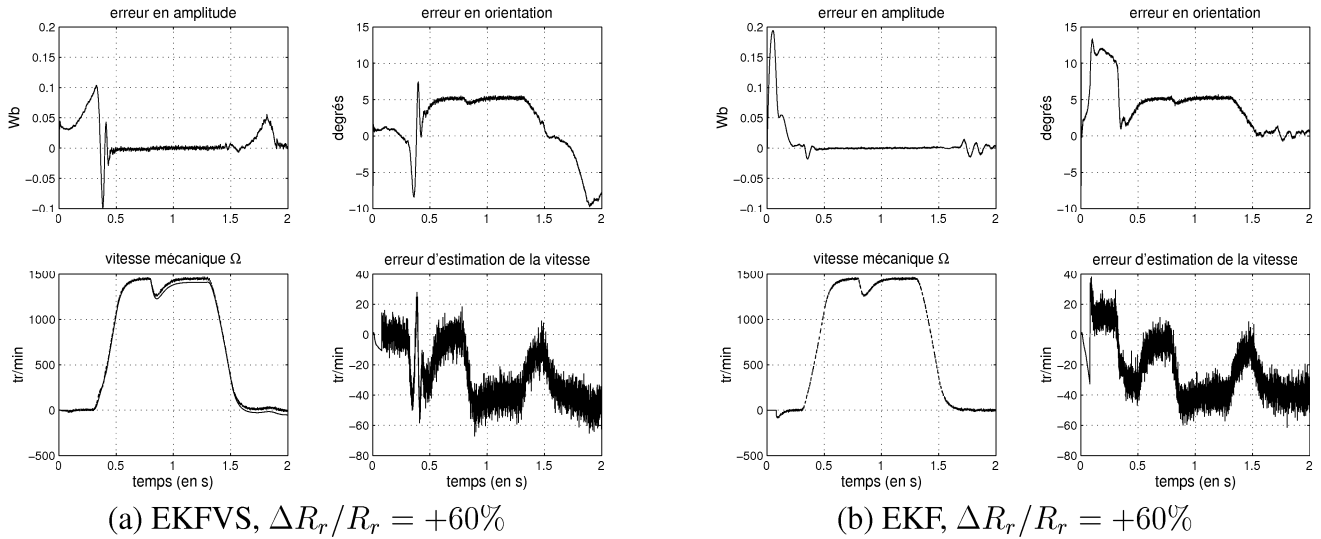


Figure 4.8: Comparaison des performances du filtre de Kalman étendu à état virtuel et étendu classique.

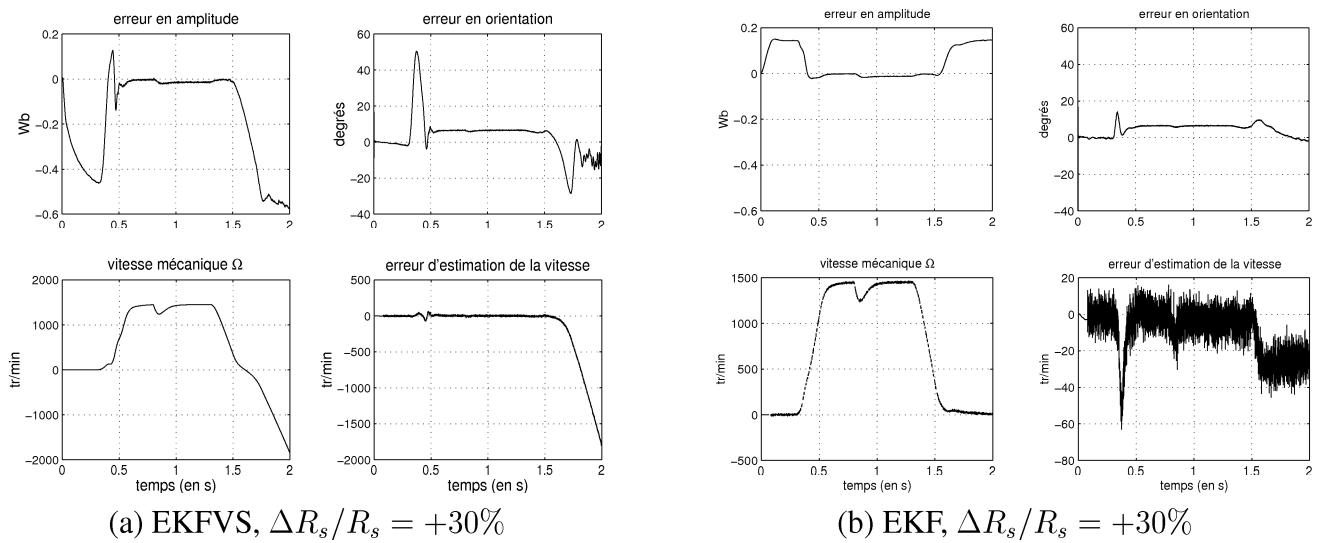


Figure 4.9: Comparaison des performances du filtre de Kalman étendu à état virtuel et étendu classique.

Les simulations précédentes ont montré que le filtre de Kalman à état virtuel est un peu moins robuste que le filtre de Kalman étendu classique vis-à-vis des variations de la résistance statorique. Toutefois, il a été également constaté par simulation que ce filtre modifié appliqué à l'estimation de la fréquence d'un signal sinusoïdal est plus robuste que son homologue ! La diminution de la robustesse dans ce cas d'application peut s'expliquer par le fait que les gains de correction n'ont pas le même ordre de grandeur (voir figure (4.11)).

La représentation des gains de correction du filtre de Kalman étendu à état virtuel pour le mode opératoire proposé montre que le gain K_{11} est égal à 1 quelle que soit la vitesse de rotation mécanique. Nous pouvons donc faire les constatations suivantes (identiques à celles du chapitre trois) :

- l'étape de prédiction des courants n'est pas exploitée pour estimer les composantes du courant statorique.
- il n'y a pas d'effet de filtrage du courant mesuré.
- un observateur d'ordre réduit serait probablement plus souhaitable dans de telles conditions pour réduire la complexité algorithmique liée au filtre. Le réglage du filtre serait facilité puisqu'il n'y aurait que deux degrés de liberté.

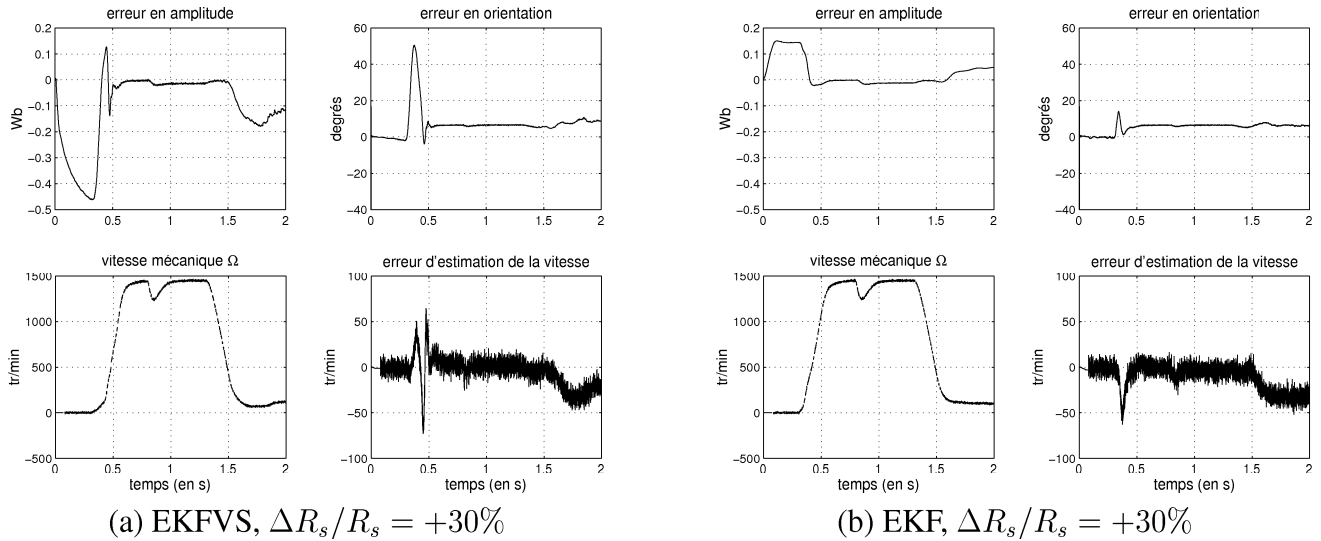


Figure 4.10: Comparaison des performances du filtre de Kalman étendu à état virtuel et étendu classique avec $\Omega_{ref}(1, 5\text{ s})=100\text{ tr/min}$.

4.3.5.2.1.3 Conclusions et améliorations possibles. Le problème de la divergence de l'ensemble machine-commande-observateur est un sujet délicat et reste un des sujets actuels de recherche. Il est admis qu'il est difficilement possible de tenir une charge à vitesse nulle avec un couple de charge important à cause du manque de robustesse des observateurs étendus. Les erreurs d'identification des paramètres (essentiellement dues aux incertitudes sur la résistance statorique), ainsi qu'une mauvaise connaissance des tensions d'alimentation de la machine (variation de la tension du bus continu de l'onduleur) en sont à l'origine. Ce problème se rencontre en manutention (levage) comme dans les dispositifs de régulation des ascenseurs où l'on souhaite obtenir une régulation optimale de la vitesse et/ou de la position de la charge quel que soit le point de fonctionnement.

Pour contre-carrer cette divergence de l'ensemble machine-commande-observateur, il est possible d'estimer en ligne la résistance statorique, soit par un observateur d'état étendu (filtre de Kalman ou observateur de Luenberger), soit par un observateur adaptatif [PUR96, KUB93, KUB94, MAES00, MAR00] ou bien encore par d'autres techniques d'estimation [LOR98]. L'observateur adaptatif a l'avantage d'être peu coûteux en temps de calcul et assez simple en réglage (régulateur PI).

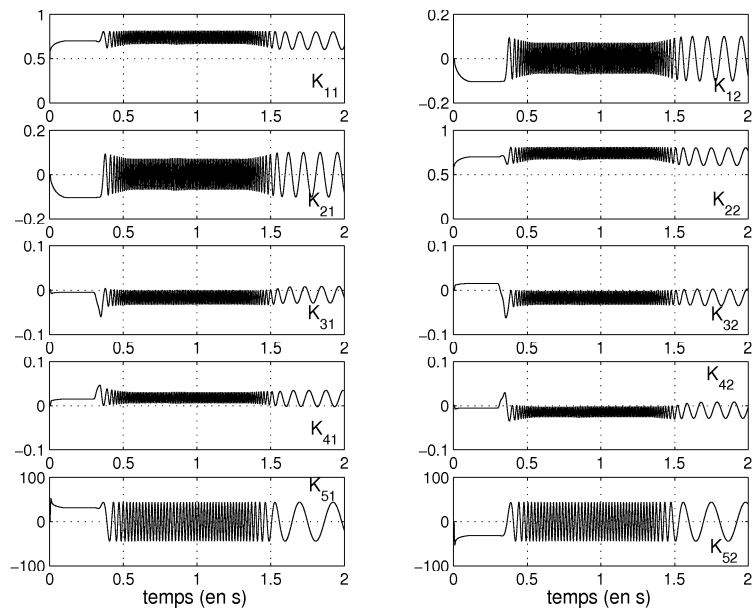
A titre indicatif, nous avons programmé le filtre EKFVS et un estimateur de la résistance statorique [PUR96, KUB93, KUB94, MAES00, MAR00] utilisant les observations issues du filtre de Kalman et les mesures pour l'estimation. L'estimateur de la résistance statorique en temps continu est le suivant ($\lambda > 0$) :

$$\frac{d}{dt}\hat{R}_s = -\lambda(e_{is\alpha}\hat{i}_{s\alpha} + e_{is\beta}\hat{i}_{s\beta}) \quad (4.16)$$

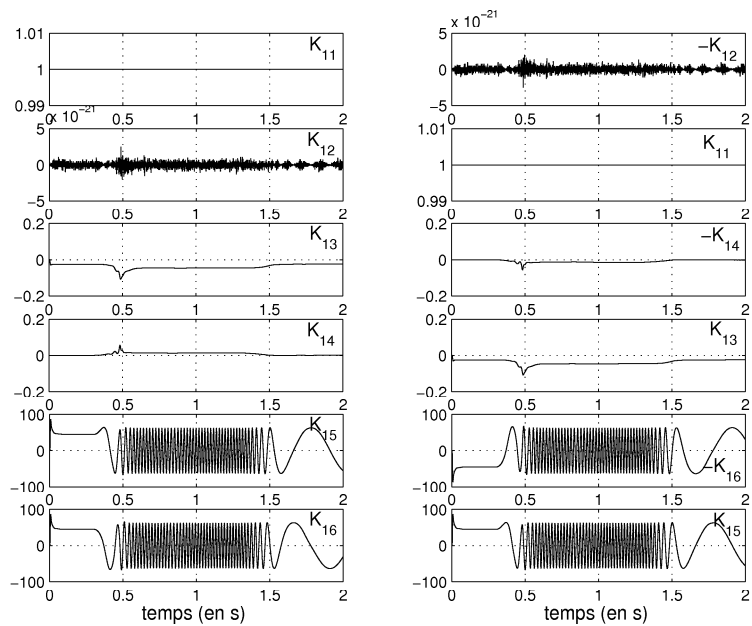
avec $e_{is\alpha} = i_{s\alpha} - \hat{i}_{s\alpha}$ et $e_{is\beta} = i_{s\beta} - \hat{i}_{s\beta}$ dont une version discrète est :

$$\begin{cases} e[k] &= e_{is\alpha}[k]\hat{i}_{s\alpha}[k] + e_{is\beta}[k]\hat{i}_{s\beta}[k] \\ S[k] &= S[k-1] + \frac{K_i T_e}{2}(e[k] + e[k-1]) \\ \hat{R}_s[k] &= K_p e[k] + S[k] \end{cases} \quad (4.17)$$

avec $S[0] = \hat{R}_s[0]$. Un résultat de simulation similaire à celui de la figure (4.9.a) est donné à la figure (4.12). On remarque que l'estimation de la résistance statorique permet une bonne estimation de la vitesse pour accroître la plage de bon fonctionnement en vitesse et éviter des divergences malencontreuses.



(a) EKF standard



(b) EKFVS

Figure 4.11: Comparaison des gains de correction du filtre de Kalman étendu à état virtuel et étendu classique.

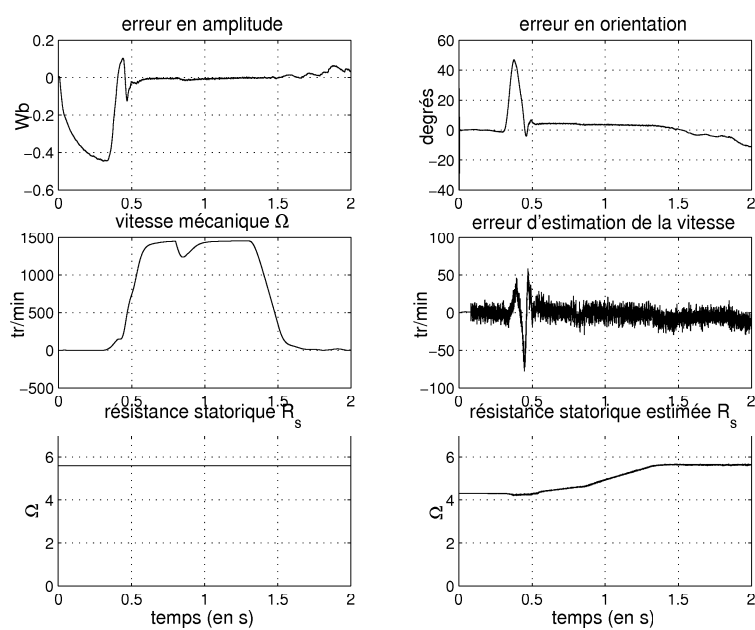


Figure 4.12: Estimation de la vitesse (filtre EKFVS) et de la résistance statorique en boucle fermée.

4.3.5.2.2 Pré-réglage hors-ligne. Le réglage de l'observateur étendu peut être effectué sans que celui-ci soit inclus dans les boucles de régulation. En effet, lorsque l'hypothèse relative à la constance de la vitesse entre deux pas de calcul est "vérifiée", il est possible d'utiliser le réglage adopté en boucle ouverte pour le fonctionnement en boucle fermée de l'ensemble commande-machine-observateur sans déstabiliser le système global.

4.3.5.2.2.1 Principe du réglage. Les trois coefficients de réglages ($\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$) sont choisis afin de minimiser le critère déterministe J_ω défini à l'équation (4.14) comme il est indiqué à la figure (4.13). Ces coefficients sont obtenus à partir de mesures effectuées sur un banc d'essai (courants, tensions et vitesse mécanique).

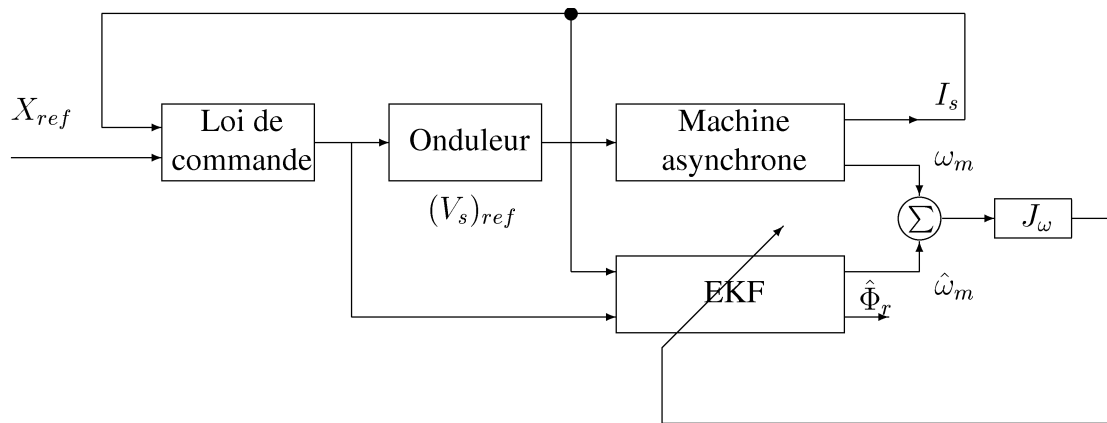


Figure 4.13: Schéma de principe pour le réglage du filtre en boucle ouverte.

En effet, il est conseillé de régler un système en fonction de son environnement (bruits, variation des grandeurs de références) pour ne pas rendre, par exemple, le système trop sensible aux bruits de mesures ou aux variations brutales des consignes. Le pré-réglage des observateurs doit donc se faire à partir de mesures réelles et non des mesures "simulées". Nous avons donc effectué des acquisitions de tensions statoriques, courants statoriques et vitesse mécanique avec une trajectoire de vitesse obtenue par une commande en U/f (voir figure (4.14)) utilisée dans le benchmark observateur du banc d'essai National de l'IRCCyN [IRC]. Des pré-réglages hors-ligne peuvent être ensuite effectués afin de prendre en compte le niveau de bruits réel sur les mesures.

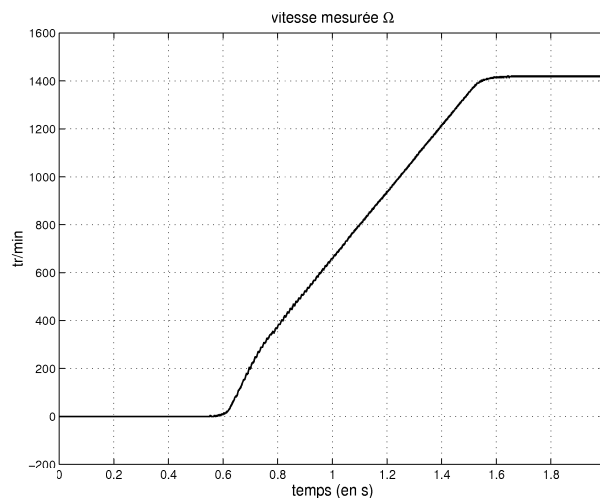


Figure 4.14: Transitoire de vitesse avec une commande en U/f.

La figure (4.15) montre que les courants statoriques de la machine à rotor bobiné du banc d'essai de l'IRCCyN comportent d'importantes harmoniques fonction de la vitesse de rotation et de la fréquence d'alimentation de la machine à -22dB environ (vitesse de rotation de la machine de 425 tr/min). La prise en compte des harmoniques de courant lors du pré-réglage automatique du filtre permet d'effectuer un compromis entre :

- une dynamique importante sur la vitesse estimée afin de suivre les transitoires de la vitesse.
- le filtrage des grandeurs estimées pour réduire le bruit sur l'estimation de la vitesse en régime permanent.

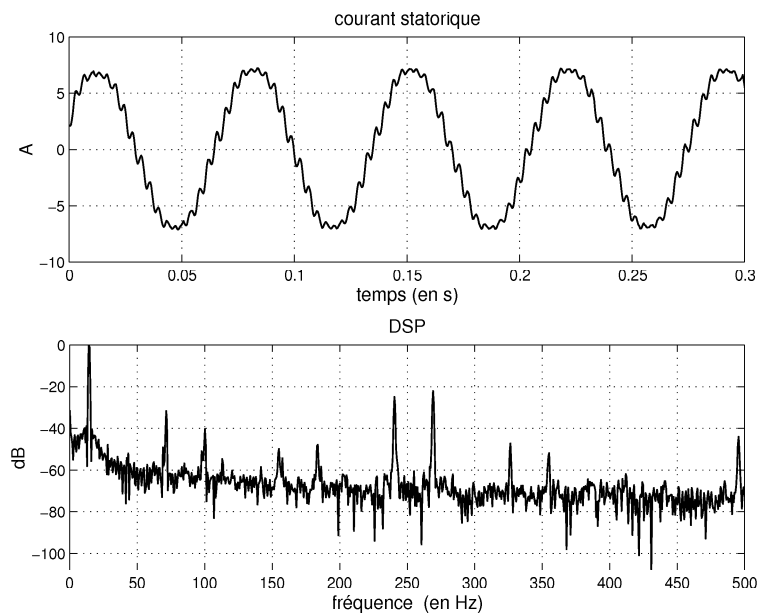


Figure 4.15: Analyse spectrale du courant pour une vitesse de rotation de 425 tr/min.

Les solutions obtenues pour un transitoire de vitesse entre la vitesse nulle et la vitesse nominale (1420 tr/min) sont :

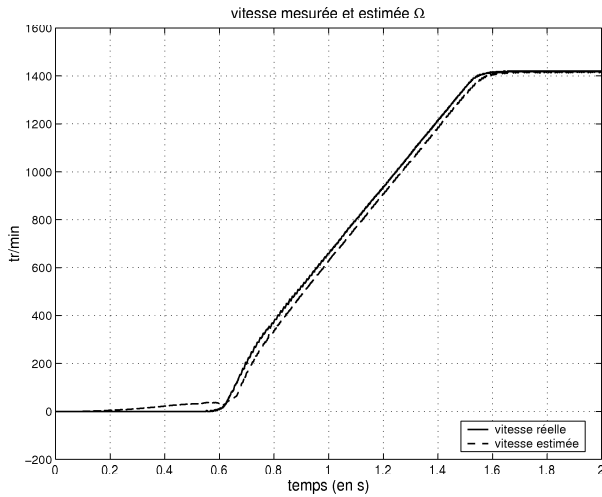
$$\text{EKFVS} : \begin{cases} \alpha_1 = 2.10^{-3} \\ \alpha_2 = 3.10^{-8} \\ \alpha_3 = 2.10^{-2} \end{cases} \quad \text{EKF} : \begin{cases} \alpha_1 = 10^{-2} \\ \alpha_2 = 10^{-7} \\ \alpha_3 = 10^{-1} \end{cases} \quad (4.18)$$

avec une initialisation des observations à zéro (soit $\hat{X}_a[0|0] = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$) et une initialisation de la variance-covariance des erreurs d'estimation aussi à zéro.

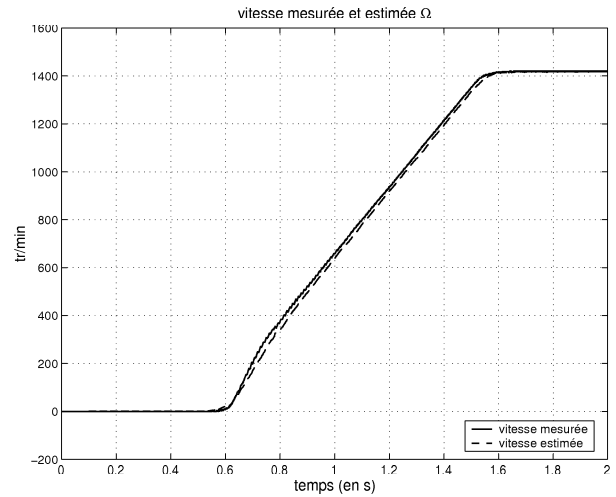
La figure (4.16) montre les estimations de vitesse réalisées par les filtres EKFVS et EKF. On constate que l'estimation de la vitesse par le filtre EKFVS est moins bonne aux basses vitesses par rapport à la vitesse estimée par le filtre EKF. De plus, pour le filtre EKFVS, le retard entre la vitesse réelle et la vitesse estimée est plus important. Toutefois, les erreurs d'estimation en régime permanent restent quasi-équivalentes pour les deux filtres.

Ces premiers essais montrent que les deux filtres ont des comportements semblables en régime permanent et pour des vitesses différentes de zéro. La différence entre les deux filtres se manifeste lors des régimes transitoires par des erreurs d'estimation de la vitesse plus importantes pour le filtre EKFVS que pour le filtre EKF.

Ces écarts entre la vitesse réelle et la vitesse estimée risquent probablement de dégrader les performances (contrôle des grandeurs) de l'ensemble lors des transitoires, voir même de déstabiliser l'ensemble en boucle fermée.



(a) EKFVS



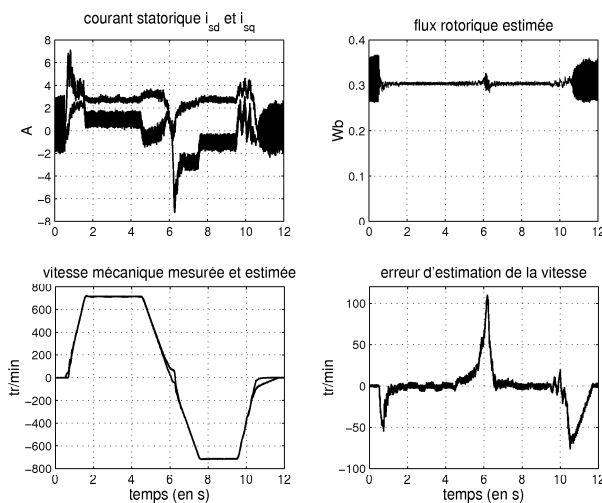
(b) EKF

Figure 4.16: Test en boucle ouverte : transitoire de vitesse 0 tr/min à 1420 tr/min.

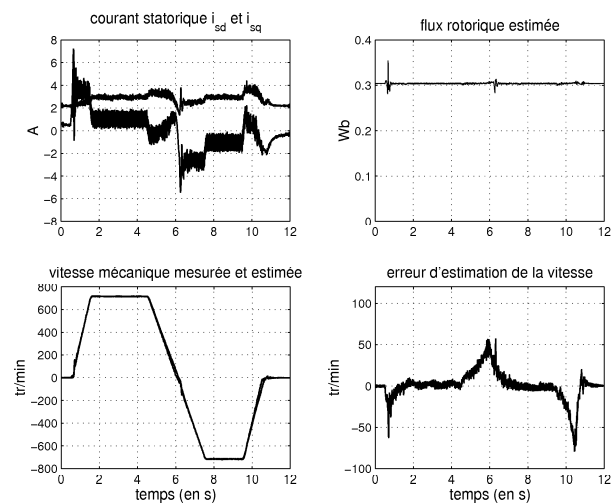
4.3.5.2.2 Résultats expérimentaux en boucle fermée. Les résultats expérimentaux présentés dans ce paragraphe correspondent à un fonctionnement en boucle fermée de l'ensemble commande-machine-observateur : les estimateurs de flux et de vitesse sont utilisés dans les lois de commande.

Les figures (4.17), (4.18) et (4.19) correspondent à des inversions de vitesse entre $[-715, 715]$, $[-1145, 1145]$ et $[-140, 140]$ respectivement. On constate que le flux rotorique estimé par le filtre EKFVS oscille fortement lorsque la vitesse mécanique est nulle (voir faible). Cette oscillation n'a cependant pas de conséquence directe sur les erreurs d'estimation de la vitesse à vitesse nulle. En effet, les erreurs d'estimation de la vitesse des deux filtres restent équivalentes lorsque la vitesse est nulle.

Par ailleurs, les erreurs d'estimation de la vitesse lors des transitoires de vitesse sont bien plus importantes avec le filtre EKFVS qu'avec le filtre EKF. Ainsi, une commande sans capteur de vitesse avec un filtre EKFVS risque de diverger plus fortement qu'une commande utilisant un filtre EKF. C'est encore plus vrai lorsque les transitoires de vitesse sont importants ou à faible vitesse.



(a) EKFVS



(b) EKF

Figure 4.17: Test en boucle fermé : transitoire de vitesse +715 tr/min à -715 tr/min.

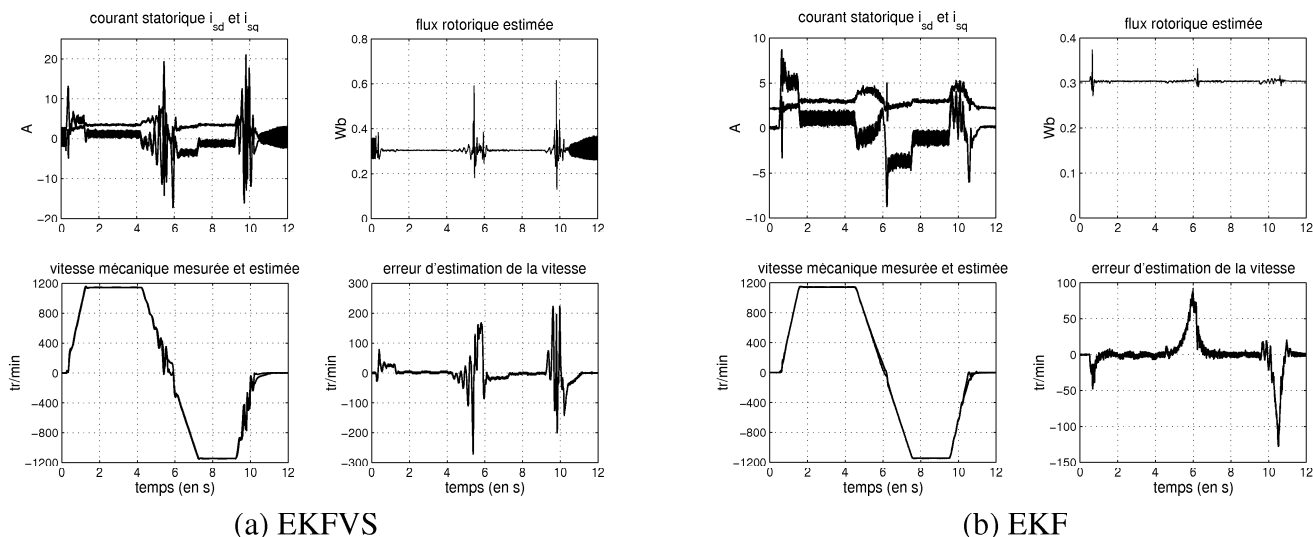


Figure 4.18: Test en boucle fermé : transitoire de vitesse +1145 tr/min à -1145 tr/min.

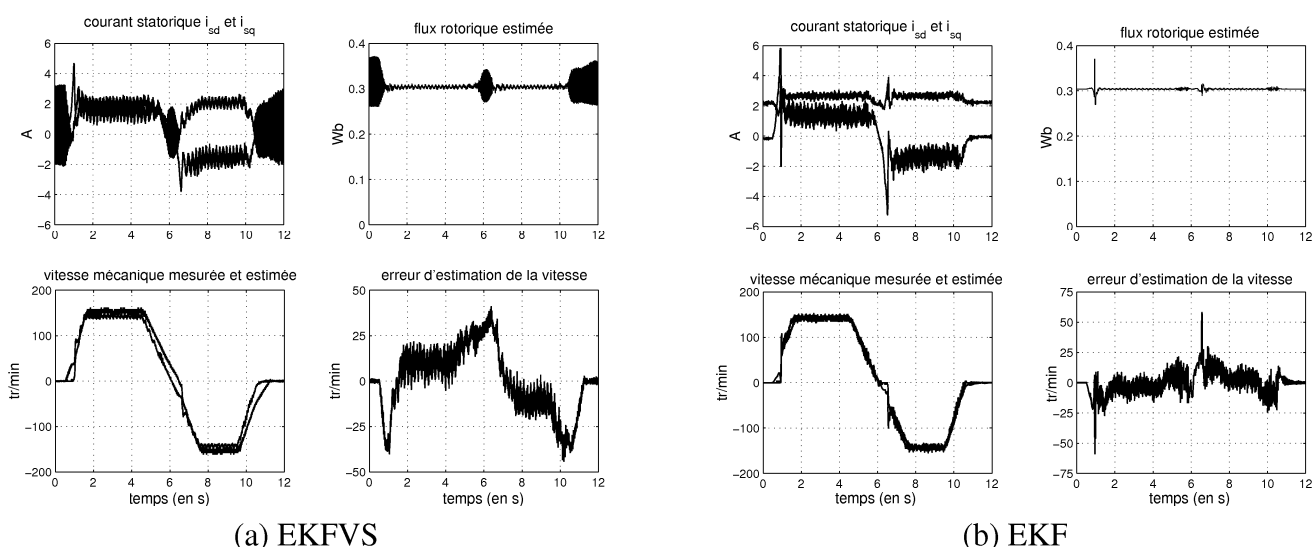


Figure 4.19: Test en boucle fermé : transitoire de vitesse +140 tr/min à -140 tr/min.

4.3.5.3 Conclusion

Dans cette partie, nous avons décrit le principe de construction d'un filtre de Kalman modifié que nous avons nommé "filtre de Kalman étendu à état virtuel" (EKFVS). L'ajout d'un sixième état sans lien avec les autres états du modèle dynamique de la machine asynchrone permet de retrouver les propriétés structurales importantes (termes symétrique et antisymétrique) des matrices du modèle d'état d'ordre complet. Ce nouvel estimateur, comparé au filtre de Kalman étendu standard se caractérise par une diminution importante du nombre d'opérations à effectuer à chaque pas de calcul pour réactualiser les estimations et la matrice de variance-covariance d'erreur d'estimation.

Par ailleurs, deux approches similaires ont été proposées pour le pré-réglage automatique des degrés de liberté des filtres. Cela permet de trouver les ordres de grandeurs des coefficients $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ pour minimiser un critère déterministe dont la solution dépend des trajectoires des grandeurs de référence (points de fonctionnement) et des paramètres du moteur par rapport aux paramètres supposés.

Les résultats de simulation et expérimentaux ont montré que le principe de pré-réglage proposé est viable puisqu'aucune modification des degrés de liberté n'a été effectuée lors des tests expérimentaux.

Cependant, le filtre EKFVS est apparu moins satisfaisant aux basses vitesses que le filtre EKF. En effet, nous avons constaté de fortes oscillations du flux rotorique estimé à vitesse nulle. Des erreurs importantes

d'estimation des vitesses durant les régimes transitoires ont été enregistrées en comparaison avec le filtre EKF. Toutefois, dans le cas d'applications où la machine fonctionne peu à basses vitesses et/ou le nombre d'opérations arithmétique est un facteur prépondérant, il est possible d'utiliser le filtre EKFVS.

4.4 Filtrage de Kalman multi-niveaux et multi-cadences

4.4.1 Introduction

Au chapitre précédent, nous avons modifié le filtre pour réduire la complexité algorithmique liée aux nombreux calculs matriciels à effectuer.

Toutefois, nous avons remarqué que le filtre de Kalman modifié est moins robuste que le filtre standard puisque nous avons observé des oscillations sur le flux rotorique et la vitesse mécanique estimée. Il est donc plus intéressant de conserver le filtre de Kalman standard en transposant ses équations dans une autre base afin de réduire la complexité algorithmique de celui-ci.

Dans ce contexte, nous avons appliqué le filtrage de Kalman multi-niveaux présenté au chapitre 1 et proposé par C.S. Hsieh, F.C. Chen [HSI99, HSI00] pour l'estimation de la vitesse mécanique seule. Ce filtre permet de réduire sa complexité algorithmique tout en conservant ses propriétés optimales. Dans la nouvelle base d'équations utilisée, les matrices de variance-covariance sont diagonales par bloc. Ceci permet de décomposer les équations du filtre en plusieurs équations (multi-niveaux) couplées pouvant aussi avoir des cadences différentes (multi-cadences). Ainsi, le système de départ est décomposé en plusieurs sous-systèmes de plus petites tailles, ce qui permet de réduire non seulement la complexité algorithmique mais également les problèmes numériques liés au calculateur.

L'application du filtrage de Kalman multi-niveaux pour l'estimation de la vitesse mécanique de la machine asynchrone constitue un filtrage à deux niveaux [HSI99] (OTSKE pour Optimal Two Stage Kalman Estimator) où le vecteur X du premier niveau contient les composantes du courant statorique et du flux rotorique. Le terme γ , vecteur du second niveau, correspond à la vitesse mécanique du moteur ramené en grandeur électrique ($\gamma = \omega_m = p\Omega$).

Nous allons donc décrire les équations du filtre de Kalman à deux niveaux, la complexité algorithmique liée à cette application et commenter les résultats de simulation obtenus.

4.4.2 Modèle discret d'ordre augmenté

Le modèle discret d'ordre augmenté appliqué au filtre de Kalman à deux niveaux conduit aux expressions suivantes d'après le système d'équations (1.37) établi au chapitre 1 :

$$\begin{cases} X[k+1] = A[k]X[k] + B^U[k]\gamma[k] + B^U[k]U[k] + W^x[k] \\ \gamma[k+1] = C[k]\gamma[k] + W^\gamma[k] \\ Y[k] = H[k]X[k] + D[k]\gamma[k] + \eta[k] \end{cases} \quad (4.19)$$

avec

$$A[k] = \begin{bmatrix} a_{11} & b_{11} & a_{12} & b_{12} \\ -b_{11} & a_{11} & -b_{12} & a_{12} \\ a_{21} & b_{21} & a_{22} & b_{22} \\ -b_{21} & a_{21} & -b_{22} & a_{22} \end{bmatrix} \quad B^u[k] = \begin{bmatrix} a_1 & 0 \\ 0 & a_1 \\ a_2 & 0 \\ 0 & a_2 \end{bmatrix} \quad B^\gamma[k] = 0$$

$$C[k] = 1 \quad H[k] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad D[k] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

où les coefficients a_{11} , b_{11} , a_{12} , b_{12} , a_{21} , b_{21} , a_{22} , b_{22} , a_1 et a_2 sont définis à l'expression (3.36) et sont des fonctions de γ .

4.4.3 Initialisation et réglage du filtre à deux niveaux

Les états initiaux, les matrices de variance-covariance d'erreur d'estimation initiale, de variance-covariance sur les bruits de mesures et d'états sont identiques aux valeurs utilisées aux paragraphes précédents (machine asynchrone du GE44) pour le filtre de Kalman à état virtuel et filtre de Kalman étendu classique. Ainsi, les valeurs dans la nouvelle base sont les suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{X}[0|0] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \hat{\gamma}[0|0] = \hat{\omega}_m[0] = 0 \\ \\ P^x[0|0] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad P^\gamma[0|0] = 0 \quad P^{x\gamma}[0|0] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \\ Q^x = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_2 \end{bmatrix} \quad Q^\gamma = \alpha_3 \quad Q^{x\gamma} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \right.$$

Les matrices sont ensuite actualisées à chaque période d'échantillonnage en accord avec les équations (1.47) à (1.51).

4.4.4 Analyse des performances du filtre à deux niveaux et uni-cadence

Dans un premier temps, nous avons simulé le fonctionnement de l'observateur en boucle fermée (la vitesse estimée est utilisée dans les lois de régulation) avec la même période d'échantillonnage pour les deux niveaux ($T_e=400 \mu s$).

Les résultats présentés à la figure (4.20) sont quasiment identiques aux résultats obtenus pour le filtre de Kalman étendu classique présentés aux figures (4.7.b) et (4.8.b). Ceci est logique puisque le filtre de Kalman à deux niveaux (OTSKE) est équivalent au filtre de Kalman étendu classique [HSI99, HSI00]. Les différences sont certainement dues au système d'équations manipulé puisque deux méthodes mathématiques équivalentes ne donnent pas nécessairement les mêmes résultats numériques [GRE93].

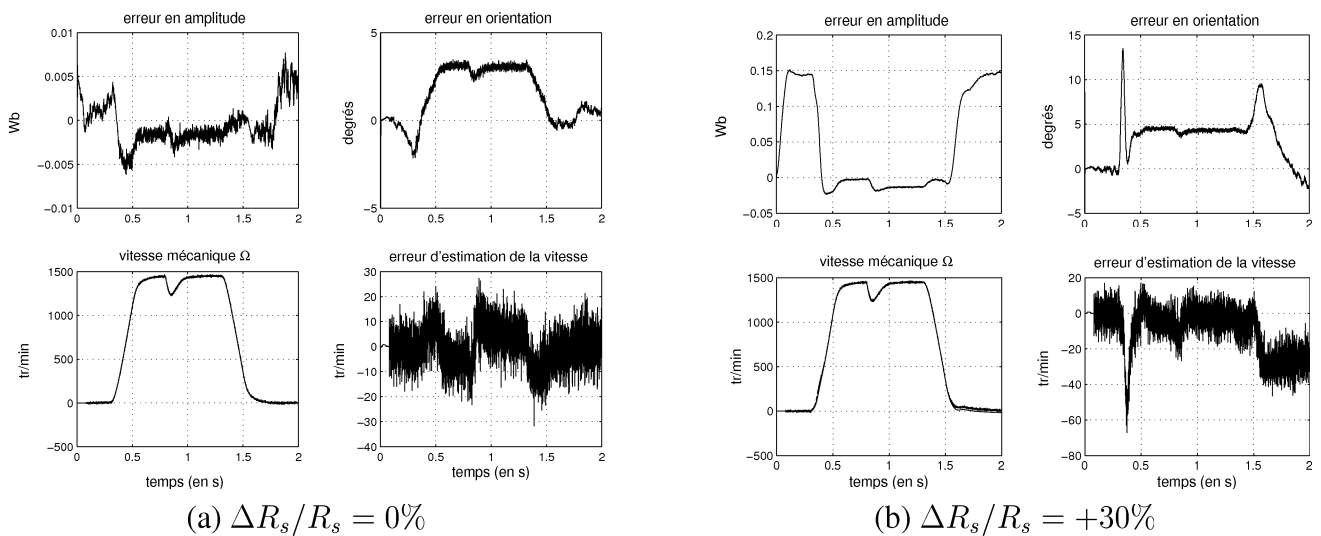


Figure 4.20: Filtre de Kalman à deux niveaux.

4.4.5 Analyse des performances du filtre à deux niveaux et multi-cadences

Dans le cas où la vitesse de rotation mécanique de la machine évolue lentement, il est possible d'estimer la vitesse mécanique qu'une fois sur deux par exemple par rapport au pas de calcul de l'état "principal" (flux, courant). On calcule, à chaque période d'échantillonnage électrique T_e , la relation $\hat{X} = \bar{X} + N \hat{\omega}_m$ où la vitesse $\hat{\omega}_m$ est actualisée en fonction de la période d'échantillonnage mécanique T_ω . Cette approche permet de réduire le nombre d'opérations à effectuer à chaque pas de calcul. Il est évident que, dans de telles conditions, les erreurs d'estimation de la vitesse sont plus importantes durant les transitoires de vitesses qu'avec un observateur où toutes les grandeurs sont estimées en même temps comme réalisé aux paragraphes précédents.

L'objectif de multi-cadencage est également d'estimer des grandeurs avec une période d'échantillonnage en accord avec leur dynamique. En effet, il est indiqué dans [LOR98, ZEI00] qu'en augmentant la période d'échantillonnage pour l'estimation des résistances, on accroît la quantité d'information traitée à chaque pas. Ceci a pour conséquence l'augmentation de la qualité des estimations (réduction du bruit sur les grandeurs estimées). Dans notre cas d'application, la vitesse mécanique étant une grandeur qui évolue à l'échelle de la milli-seconde, il est souhaitable de ne pas augmenter excessivement le pas de calcul.

Les relations de passage entre les filtres de Kalman continus et discrets permettent de tenir compte du réglage d'un filtre pour transposer les résultats vers un autre filtre dont la période d'échantillonnage est différente. Il est montré dans [GRE93, ZEI00] qu'une approximation entre les matrices de variance-covariance continue et discrète est la suivante :

$$\begin{cases} Q &= Q_c T_e \\ R &= R_c / T_e \end{cases}$$

Puisque dans notre application, la période d'échantillonnage de l'estimation de la vitesse notée T_ω est un multiple de la période d'échantillonnage des grandeurs électriques ($T_\omega = N T_e$), on a ainsi après normalisation de la matrice R :

$$\begin{cases} \alpha_1^{T_\omega} &= \alpha_1^{T_e} \\ \alpha_2^{T_\omega} &= \alpha_2^{T_e} \\ \alpha_3^{T_\omega} &= \frac{T_\omega}{T_e} \alpha_3^{T_e} \\ R^{T_\omega} &= \frac{T_e}{T_\omega} R^{T_e} \end{cases} \iff \begin{cases} \alpha_1^{T_\omega} &= N \alpha_1^{T_e} \\ \alpha_2^{T_\omega} &= N \alpha_2^{T_e} \\ \alpha_3^{T_\omega} &= N^2 \alpha_3^{T_e} \\ R^{T_\omega} &= I_2 \end{cases}$$

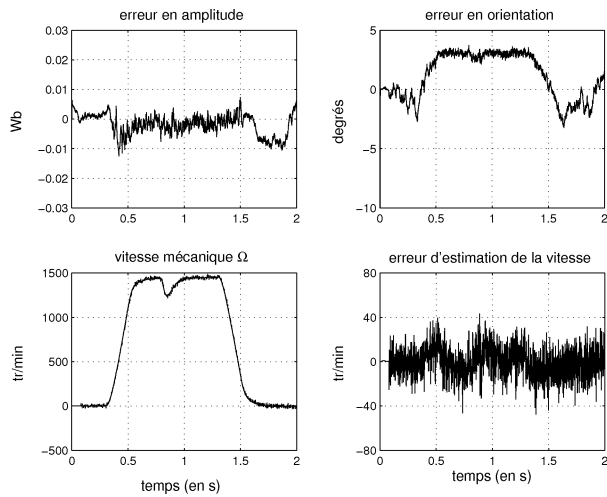
La variance du bruit d'état sur la vitesse est multipliée par N^2 et les variances du bruit d'état sur le courant statorique et le flux rotorique sont multipliées par N pour conserver une matrice R égale à l'identité.

Les résultats présentés à la figure (4.21) ont été obtenus lorsque le filtre de Kalman OTSKE est inclus dans les lois de régulation. Nous avons simulé l'ensemble avec différentes périodes d'échantillonnage pour l'estimation du courant, du flux rotorique et de la vitesse. La qualité de l'estimation se dégrade lors des transitoires avec l'augmentation de la période d'échantillonnage T_ω . Toutefois, les erreurs d'estimation en régime permanent restent équivalentes.

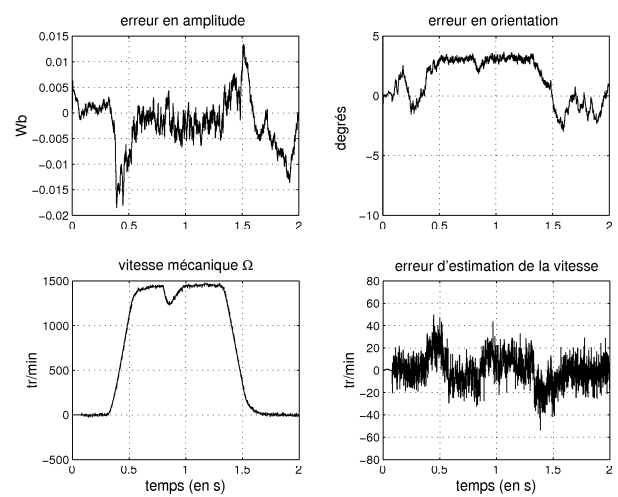
4.4.5.1 Coût algorithmique

Le coût algorithmique est évalué en énumérant toutes les multiplications et additions nécessaires à chaque pas d'échantillonnage. L'écriture de l'algorithme en langage C a été soignée pour réduire au maximum les calculs inefficaces. Par exemple, le calcul matriciel $H \bar{X}[k|k-1]$ est égal tout simplement à $[\bar{i}_{s\alpha}[k|k-1] \quad \bar{i}_{s\beta}[k|k-1]]^t$ puisque la matrice H est creuse. Les résultats sont donnés dans le tableau (4.3).

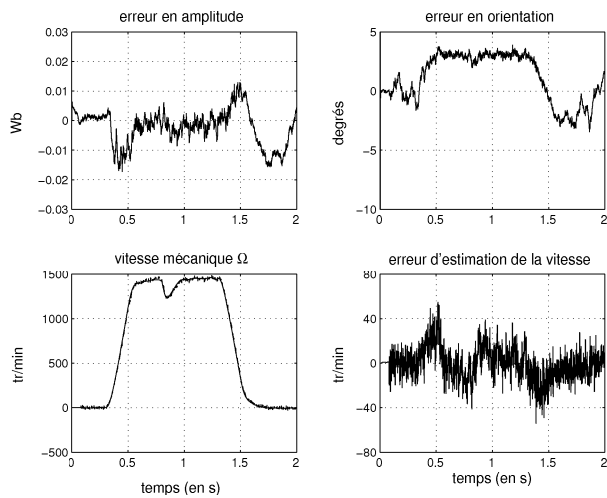
Le nombre d'opérations pour réaliser le filtre de Kalman à deux niveaux est de 552 comparé aux 1141 opérations nécessaires pour un filtre de Kalman classique étendu à la vitesse. La réduction du coût de calcul est d'environ 2.



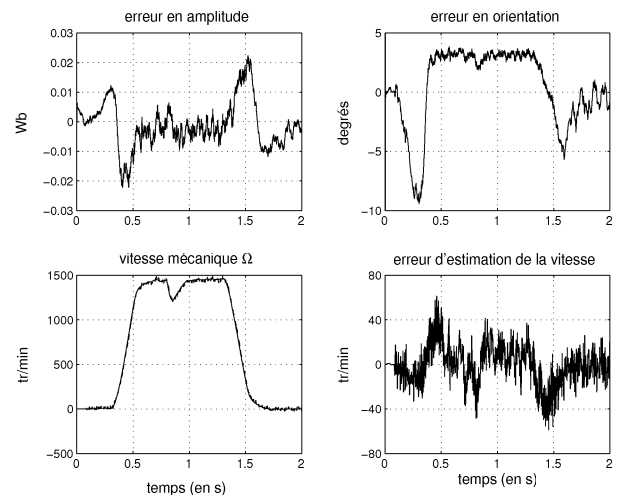
(a) $T_e=400 \mu s$ et $T_\omega=800 \mu s$



(b) $T_e=400 \mu s$ et $T_\omega=1,2 ms$



(a) $T_e=400 \mu s$ et $T_\omega=1,6 ms$



(b) $T_e=400 \mu s$ et $T_\omega=2 ms$

Figure 4.21: Filtre de Kalman à deux niveaux et deux cadences.

4.4.5.2 Temps d'exécution des algorithmes

Le temps d'exécution de ce filtre est de $548 \mu s$. Il reste bien inférieur au coût algorithmique du filtre de Kalman standard (EKF), mais reste supérieur à 3,7 fois à celui du filtre de Kalman à état virtuel. La différence provenant du fait que le nombre de paramètres distincts dans les matrices de variance-covariance du filtre de Kalman à état virtuel est inférieur aux deux autres estimateurs.

4.4.6 Conclusion sur le filtrage de Kalman multi-niveaux et multi-cadences

L'application du filtre de Kalman multi-niveaux permet une réduction du coût de calcul, et s'accompagne aussi d'une augmentation de la stabilité numérique du filtre [GRE93, HSI99, HSI00]. En effet, il est conseillé de manipuler plusieurs sous-systèmes d'ordre peu élevé plutôt qu'un système unique pouvant conduire à un mauvais conditionnement de matrices.

Par ailleurs, le filtre OTSKE est équivalent au filtre de Kalman étendu standard et se justifie donc pour l'application des estimateurs dans un contexte industriel.

Bien que cette structure soit utilisée dans notre cas d'application pour l'estimation de la vitesse mécanique, elle se justifie encore plus pour l'estimation des résistances statoriques et rotoriques, puisque celles-ci évoluent très lentement vis-à-vis des autres grandeurs. En effet, afin de transposer le filtre EKF dans la

Calcul de	Nombre de multiplications et d'inversions	Nombre d'additions et de soustractions
A_d	7	2
B^U	0	0
E	16	8
\overline{M}	16	16
M	5	1
u	4	4
$\overline{X}[k+1 k]$	20	20
$\overline{Q}^x[k]$	20	16
$\overline{P}^x[k+1 k]$	128	112
$\overline{P}^\gamma[k+1 k]$	0	1
$\overline{K}^x[k+1]$	22	16
$\overline{P}^x[k+1 k+1]$	32	32
$\overline{X}^x[k+1 k+1]$	8	10
S	0	0
$\overline{K}^\gamma[k+1]$	22	8
$\gamma[k+1 k+1]$	3	2
$\overline{P}^\gamma[k+1 k+1]$	4	4
N	8	8
total	302	250

Tableau 4.3: Nombre d'opérations pour le calcul du filtre de Kalman à deux niveaux.

base proposée, il est nécessaire de poser une équation d'évolution des états étendus de la forme $\gamma[k+1] = C[k]\gamma[k] + W^\gamma[k]$. Elle se traduit par une évolution presque constante des estimations entre deux pas de calcul, ce qui est en accord avec la dynamique d'évolution des résistances d'une machine électrique [LOR98, ZE100, ZE100].

Nous avons constaté que le filtrage de Kalman multi-cadence pour l'estimation de la vitesse mécanique seule entraîne la dégradation des performances de l'ensemble en boucle fermée. Cette technique se justifie lorsque les modes électriques sont largement plus rapides que les modes mécaniques, ce qui est le cas pour les applications de moyenne et forte puissance.

4.5 Conclusion et perspectives

Dans ce chapitre, nous avons abordé l'estimation de la vitesse mécanique des machines asynchrones par les "outils de l'automatique". Les principes de conception de divers estimateurs de vitesse ont été rappelés : méthode MRAS, observateur adaptatif, observateur de Luenberger étendu et filtre de Kalman étendu.

Le filtre de Kalman étendu est très gourmand en temps de calcul afin d'actualiser les matrices de variance-covariance d'erreur d'estimation. Pour cette raison, nous avons modifié la méthode de conception du filtre EKF afin de réduire la complexité algorithmique liée à la manipulation de matrices de taille importante. Le principe proposé permet une réduction du nombre d'opérations par 3,3 environ, ce qui permet d'envisager l'application du filtrage de Kalman étendu dans les dispositifs où les cartes électroniques représentent une bonne partie du coût de revient du variateur de vitesse.

Bien que ce nouvel estimateur présente un certain avantage par rapport à son homologue (EKF), il n'a toutefois pas les mêmes performances dynamique et statique à basse vitesse. En effet, le flux rotorique estimé par le filtre EKFEV oscille fortement à basse vitesse et les erreurs d'estimation de la vitesse sont plus importantes lors des transitoires pour ce filtre que pour le filtre EKF.

Finalement, il nous est apparu important de conserver les équations traditionnelles du filtrage de Kalman, mais en transposant ces équations dans une autre base pour réduire la complexité algorithmique. Dans ce contexte, nous avons appliqué le filtrage de Kalman à deux niveaux et à double cadence [HSI99, HSI00] pour l'estimation de la vitesse mécanique seule. Cet estimateur a comme principaux avantages :

- une réduction du coût de calcul,
- une écriture séparée des équations d'évolution de l'état étendu et de l'état "principal" pour une programmation aisée de la multi-cadence des états.

Le réglage du filtre est un autre point très important abordé dans ce chapitre. Il permet de rendre l'estimateur robuste aux variations paramétriques et d'éviter des instabilités lorsque les estimations sont incluses dans les boucles de régulation. Compte-tenu de la non-linéarité du filtre, l'introduction de cet estimateur dans les boucles de régulation ne garantit pas la stabilité de l'ensemble [BOR90, CAN00, LEV96]. Ainsi, nous avons proposé un principe de pré-réglage où la dynamique de l'estimateur est réglée en fonction de la dynamique des grandeurs régulées (courant, flux et vitesse), des bruits de mesure et des incertitudes paramétriques afin d'éviter toute instabilité de la boucle fermée.

Une autre approche consisterait à calculer les matrices de variance-covariance des bruits de mesures et d'état en fonction des caractéristiques propres au variateur de vitesse étudié [LOR98, SED99, LAR00, ZE100]. Elle permettrait d'obtenir des variances d'erreur d'estimation (par exemple sur les résistances) ayant une signification physique en vue d'une surveillance de la machine. Ainsi, les caractéristiques physiques propres au variateur de vitesse donné dicteraient les performances dynamiques et statiques de l'ensemble électro-mécanique. Inversement, le cahier des charges d'un nouveau variateur fixerait le choix des caractéristiques de l'instrumentation. Ces interactions sont à prendre en compte en vue de la conception d'un bon variateur de vitesse où la qualité des grandeurs régulées (variance, erreur statique) et les moyens technologiques (instrumentation) seraient maîtrisées selon l'algorithme choisi et les performances désirées.

Chapitre 5

Commande sans capteur mécanique par analyse spectrale des courants

5.1 Introduction

Les méthodes d'estimation de la vitesse des machines électriques peuvent se classer en trois catégories :

- Les méthodes basées sur un modèle dynamique des machines : estimateurs linéaires ou non-linéaires tels que les observateurs de Luenberger étendus et le filtre de Kalman étendu (voir chapitre 4). Le modèle dynamique, en faisant intervenir les paramètres de la machine, rend l'estimation sensible aux incertitudes sur les paramètres. Malgré certains problèmes d'observabilité, ces techniques permettent, lors des régimes transitoires, des variations de la vitesse plus importantes que celles des deux techniques suivantes.
- La seconde technique consiste à injecter un signal haute fréquence sur les tensions statoriques basse fréquence. Ces signaux produisent des courants haute fréquence modulés en amplitude par la position du rotor (modulation due à la saillance du rotor). Ces courants ont peu d'effet sur le comportement de la machine. Le rôle de l'estimateur de vitesse est de démoduler le signal HF pour extraire l'information sur la position du rotor.

Cette technique nécessite des fréquences de hachage importantes ($\simeq 20$ kHz) afin d'injecter des signaux HF dont la fréquence varie entre 1 et 2 kHz. Les articles qui abordent cette approche [DEG00, JAN95, JAN99] ne mentionnent pas la possibilité d'application sur des dispositifs de moyenne et forte puissance où il serait nécessaire de diminuer la fréquence de hachage de 600 à 5 kHz.

B. Kaku et *all* [KAK98] proposent une méthode assez originale consistant à injecter une tension additionnelle de fréquence f_{ext} générant un courant rotorique supplémentaire de fréquence $f_{ext} - f_m$ (f_m correspond à la fréquence de rotation du rotor). Lorsque la fréquence f_{ext} est égale à la fréquence f_m , le courant rotorique additionnel est nul. L'estimateur de vitesse proposé consiste à réguler le courant rotorique additionnel à zéro pour que la fréquence f_{ext} soit une estimation de la vitesse.

L'inconvénient de cette méthode réside dans l'estimation de ce courant additionnel, effectué à partir des mesures disponibles au stator et des paramètres de la machine. En contre-partie, le signal injecté modifie peu le fonctionnement de la machine puisque ce courant est régulé à zéro.

- La troisième méthode, plus passive et plus naturelle, consiste à analyser le contenu spectral des courants statoriques (ou courant d'induit d'une machine à courant continu) pour estimer la fréquence de certaines raies comportant l'information de vitesse [HUR96, HUR97, FER98]. Cette méthode ne dépend que des caractéristiques géométriques du moteur (nombre d'encoches ou de barres au rotor, etc ...) et reste insensible aux variations des paramètres tels que les résistances et inductances. Ceci est un avantage vis-à-vis des méthodes basées sur un modèle dynamique des machines.

La dernière méthode est détaillée par la suite. Elle est appliquée à l'estimation de la vitesse d'une machine à courant continu à aimants permanents ainsi qu'à une machine asynchrone à cage d'écureuil. Nous allons tout d'abord expliquer la provenance des harmoniques de courant. Les phénomènes physiques liés aux harmoniques de tension ne sont pas étudiés dans ce mémoire. Nous citerons également les méthodes utilisées pour extraire l'information recherchée parmi l'ensemble des raies constituant le signal.

5.2 Harmoniques de courant

Malgré leurs qualités techniques, les machines électriques présentent des défauts structurels détectables du stator que l'on peut décomposer en deux catégories [RAI00, SEN98] :

- les défauts mécaniques : excentricité de l'entrefer dû à une usure des paliers, déformation du stator ou du rotor, etc.
- les défauts magnétiques : spires en court-circuit au stator ou au rotor, rupture des barres rotoriques, déséquilibre des phases, saturation du circuit magnétique, etc.

Ces défauts sont à l'origine de composantes sinusoïdales supplémentaires dans les courants statoriques, dont l'amplitude et la fréquence dépendent du défaut lui-même, de la vitesse de rotation de la machine, de la fréquence d'alimentation, de la charge, etc [RAI00, SEN98]. Ainsi, le spectre du courant d'une machine électrique permet de diagnostiquer le type et l'importance des défauts. Mais parmi l'ensemble des raies présentes dans le spectre, il faut pouvoir dissocier des raies très proches en fréquence et/ou d'amplitudes très différentes pour comprendre la nature de ces défauts.

Ainsi, l'extraction de certaines raies dont la fréquence dépend de la vitesse de rotation de la machine permet une estimation de la vitesse de rotation via une estimation de la fréquence de ces raies [FER98]. Ces raies sont dues essentiellement aux encoches rotoriques supportant les conducteurs. Elles génèrent des vibrations créées par la canalisation des lignes de champ par les dents du rotor, comme cela est illustré à la figure (5.1). L'effet de denture modifie la nature géométrique de la perméance. Ce phénomène physique se

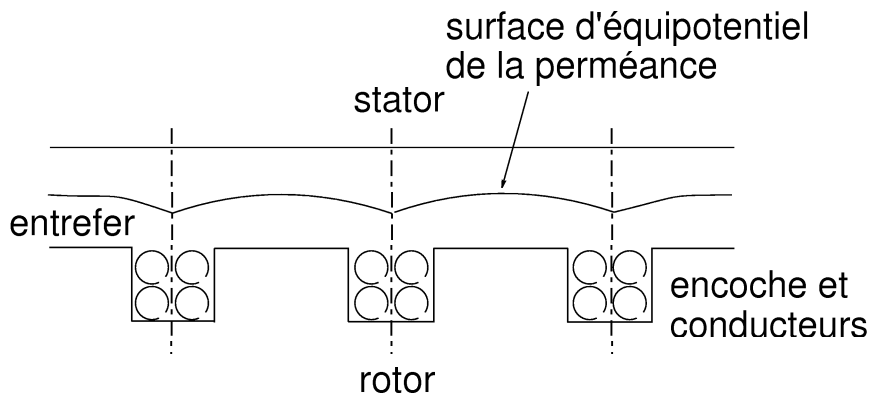


Figure 5.1: Forme géométrique de la perméance magnétique dans l'entrefer.

traduit par des harmoniques sur le courant statorique à la fréquence de rotation f_m modulée par la fréquence d'alimentation f_s , soit de la forme [HUR96, HUR97, FER98] :

$$f_h = n_s f_s + n_r \frac{N_r}{p} f_m \quad (5.1)$$

Les coefficients n_s et n_r sont des nombres entiers relatifs, N_r le nombre d'encoches au rotor et p le nombre de paires de pôles. La fréquence des raies est indépendante des paramètres du moteur (résistances, inductances, etc) et ne dépend que de coefficients constants, fonction de la géométrie du moteur.

Dans le cas d'une alimentation purement sinusoïdale, le coefficient n_s est égal à 1. Mais dans la plupart des cas, les moteurs alternatifs sont alimentés par un onduleur de tension commandé en modulation de largeur d'impulsion. Il existe alors des harmoniques de courant multiples de la fréquence d'alimentation de la machine (harmoniques du convertisseur) [FER98, HUR96, HUR97].

De même, les harmoniques de courant présentes sur le courant d'induit d'une machine à courant continu sont de la forme :

$$f_h = n_r \frac{N_r}{p} f_m \quad (5.2)$$

puisque la fréquence d'alimentation est nulle ($f_s = 0$). La présence de ces harmoniques pour les machines à courant continu (MCC) sera mise en évidence au paragraphe 5.4.2.

5.3 Estimateurs fréquentiels

La présence de ces harmoniques de courant justifie l'utilisation d'estimateurs fréquentiels pour estimer la vitesse de rotation des machines électriques. Il existe deux familles d'estimateurs fréquentiels en traitement du signal :

- les méthodes non paramétriques [KUN91, BLA98], telles que les analyses par FFT.
- les méthodes paramétriques [BLA98, BOR93B, DUC98, KUN91]
 - estimateurs linéaires : moindres carrés récurrents, maximum de vraisemblance, estimation bayésienne, méthodes géométriques (Kumaresan-Tufts, Pisarenko, root-MUSIC, ESPRIT, Prony, etc).
 - estimateurs étendus : observateur de Luenberger et filtre de Kalman.

Les méthodes non paramétriques sont neutres vis-à-vis des données. Elles n'incluent donc aucune information *a priori* sur la composition du signal. La transformée de Fourier discrète (TFD) est une des méthodes non paramétriques [BLA98, KUN91]. Malgré son immense succès, cette technique présente plusieurs défauts. Elle ne permet pas de savoir à quel instant les fréquences d'un signal ont varié. Cette perte de localisation temporelle n'est pas un inconvénient pour l'analyse de signaux stationnaires ou évoluant peu dans le temps, mais devient un problème pour l'étude des signaux non stationnaires. La TFD est donc applicable pour l'estimation de la vitesse des machines électriques en régime permanent [BLA97].

L'étude des signaux non stationnaires nécessite une analyse temps-fréquence permettant de localiser les raies composant le signal. Gabor dans les années 1940 met en place la première forme de la représentation temps-fréquence qui consiste à découper le signal en plages de longueur fixe et d'appliquer sur chaque tronçon une TFD traditionnelle [BLA98, FLA93]. Cette technique, bien établie en traitement du signal et parfois utilisée en Génie Electrique pour connaître la composition d'un signal, mais n'est pas encore appliquée pour la conception d'estimateurs de vitesse (estimateurs de fréquence).

Une des propriétés importantes des méthodes non paramétriques est le pouvoir de dissocier deux raies dans le spectre d'un signal composé de deux fréquences voisines et d'amplitudes très différentes. Pour cela, il est nécessaire d'acquérir un nombre suffisant de points pour améliorer la résolution fréquentielle ou la précision en amplitude des raies. Dans ce but, des fenêtres de pondération (fenêtre rectangulaire, de Hann ou de Hamming, etc) peuvent être utilisées.

Les méthodes d'analyse spectrale non paramétriques présentent certains avantages par rapport aux méthodes paramétriques (sélection d'une plage de fréquence pour restreindre la plage d'analyse du signal : algorithme de Goertzel [BAU96]). Elles nécessitent cependant l'enregistrement d'un nombre important d'échantillons du signal afin d'obtenir une estimation correcte des fréquences et des amplitudes des raies.

Les méthodes paramétriques sont basées sur un modèle *a priori* du signal. Elles comportent un grand nombre de variantes dépendantes du modèle d'évolution choisi et de l'algorithme utilisé, etc... La procédure standard consiste à estimer les paramètres (fréquences) du signal comme cela est effectué naturellement pour l'identification paramétrique des systèmes dynamiques (voir schéma de principe ci-dessous).

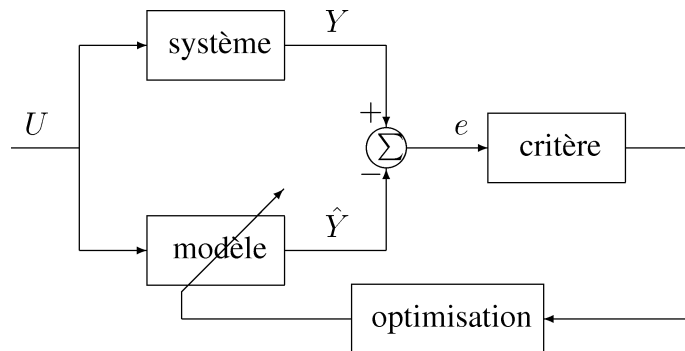


Figure 5.2: Schéma de principe des estimateurs paramétriques à erreur de sortie.

Les premiers estimateurs de vitesse basés sur des approches spectrales utilisaient des filtres analogiques dont le principe a été repris lors de l'utilisation de techniques plus récentes telles les filtres à capacité commutées ou les circuits à verrouillage de phase [WIL90]. Ces méthodes souffraient selon les auteurs d'un manque de précision et ne permettaient que de faibles variations de vitesse dans une faible plage de fonctionnement.

La démocratisation des processeurs du traitement numérique du signal dans les années 90 a permis de développer de nouvelles solutions plus ou moins gourmandes en temps de calcul afin d'estimer la fréquence des signaux. Le signal étudié est nécessairement la sortie d'un filtre numérique (passe-bas, passe-bande, double-bande) afin d'extraire les harmoniques utiles, c'est à dire les harmoniques comportant l'information de vitesse. Cette technique permet aussi, par la même occasion, de limiter le nombre de composantes dans le signal afin de réduire la taille de l'estimateur [FER98].

Ces nouvelles solutions ont comme principal avantage, par rapport aux méthodes non paramétriques, de réduire le nombre de cases mémoire pour l'implémentation de l'estimateur (récursif), le nombre d'échantillons restant relativement faible. Ainsi, elles permettent la détection d'évènements brefs (instantanés) dans le signal, et sont donc applicables pour l'estimation de la vitesse lors des transitoires (poursuite en fréquence).

5.4 Estimation de la vitesse d'une machine à courant continu

5.4.1 Introduction

Dans cette partie, nous allons décrire une méthode d'estimation paramétrique pour l'estimation de la vitesse mécanique d'une machine à courant continu à aimants permanents via l'extraction d'une raie dont la fréquence est proportionnelle à la vitesse de rotation mécanique instantanée.

Tout d'abord, la composition spectrale du courant induit sera décrite pour définir les objectifs de l'estimateur fréquentiel. Nous présenterons ensuite l'estimateur fréquentiel proprement dit et les résultats expérimentaux de l'estimateur de vitesse en boucle ouverte et en boucle fermée.

5.4.2 Étude du phénomène physique

Afin de valider l'expression d'évolution des raies du spectre en fonction de la vitesse de rotation mécanique définie à l'équation (5.2), nous avons effectué l'acquisition pour différentes vitesses de rotation du courant d'induit d'une machine à courant continu de 0,5 kW (les paramètres de la MCC du GE44 sont précisés dans l'annexe 3).

5.4.2.1 Mesure expérimentale du courant à 600 tr/min

La figure (5.3) représente le spectre du courant d'induit pour une vitesse de rotation de 600 tr/min, soit une fréquence de rotation de 10 Hz. On distingue notamment sur ce signal :

- 3 raies à 100, 200 et 300 Hz (traits verticaux continus), sans doute dues à l'alimentation électrique du moteur.
- 3 raies à 16×10 , 32×10 et 48×10 Hz (traits pointillés), liées à la vitesse de rotation du moteur.

Selon les informations du constructeur, la machine est constituée de 48 conducteurs avec 3 conducteurs par encoche, c'est-à-dire que cette machine comprend 16 encoches au rotor ($N_r = 16$). Ainsi, le modèle d'évolution de la fréquence des harmoniques est en accord avec l'analyse des tests expérimentaux.

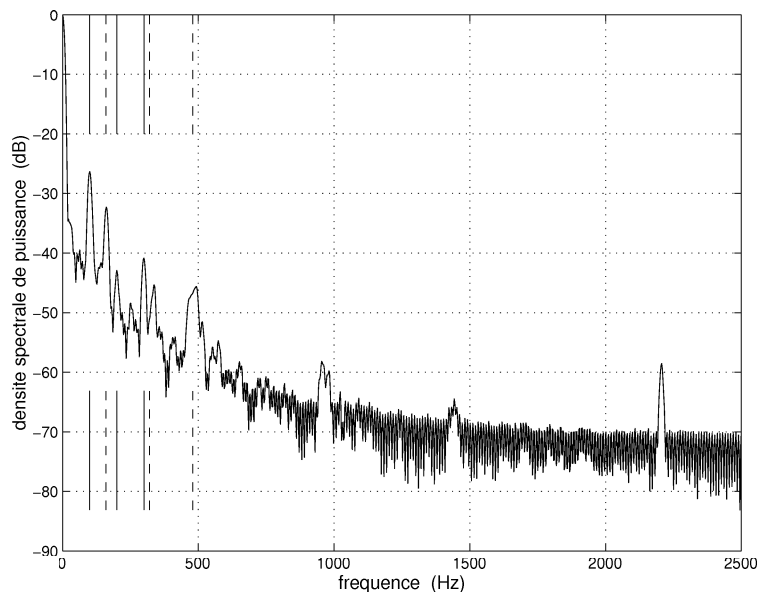


Figure 5.3: Analyse spectrale du courant induit pour une vitesse de rotation de 600 tr/min.

5.4.2.2 Mesures expérimentales du courant à 1200 et -1200 tr/min

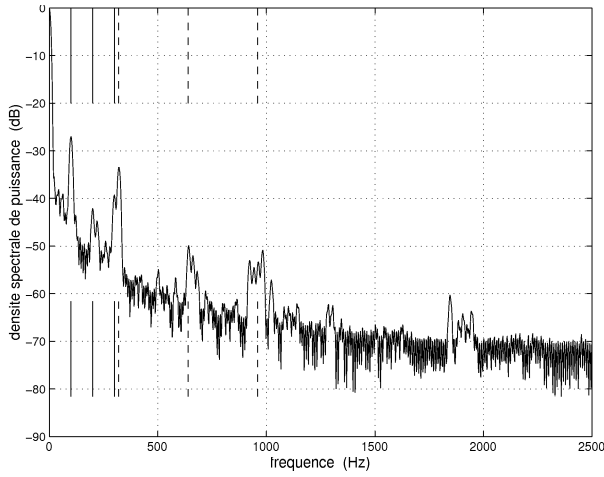
Pour des vitesses de rotation de 1200 et -1200 tr/min, soit une fréquence de rotation de 20 Hz, on distingue sur ces deux signaux (voir figure (5.4)) :

- 3 raies à 100, 200 et 300 Hz (traits verticaux continus)
- 3 raies à 16×20 , 32×20 et 48×20 Hz (traits pointillés)

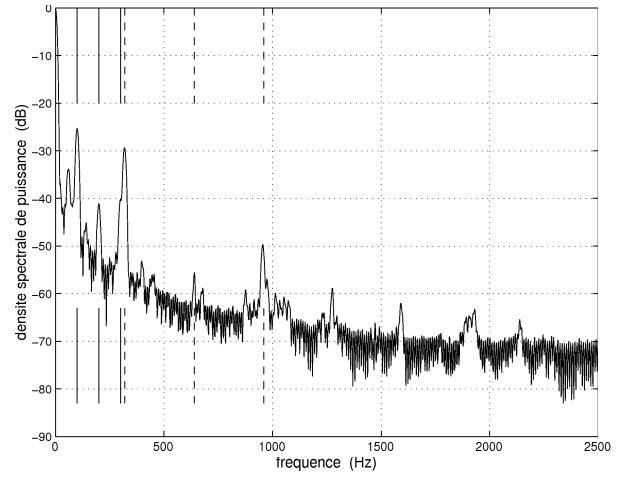
L'analyse spectrale montre que la fréquence des harmoniques ne dépend pas du sens de rotation de la machine. Ainsi, il est nécessaire d'ajouter à l'estimateur fréquentiel (estimateur de vitesse) une information sur le sens de rotation de la machine pour envisager une commande sans capteur mécanique.

5.4.2.3 Mesure expérimentale du courant lors d'un transitoire de vitesse

La figure (5.5) correspond à une représentation temps-fréquence du signal lors de l'arrêt du moteur. L'axe des abscisses correspond au temps et l'axe des ordonnées aux fréquences (comme une partition musicale). On distingue sur ce signal :



(a) 1200 tr/min



(b) -1200 tr/min

Figure 5.4: Analyse spectrale du courant induit pour une vitesse de rotation de 1200 et -1200 tr/min.

- 3 raies liées à la vitesse de rotation du moteur, dont la fréquence décroît très rapidement.
- une fréquence constante à 1000 Hz, d'origine indéterminée (peut être une fréquence de résonance mécanique).

Cette analyse spectrale temps-fréquence confirme que la fréquence de l'harmonique liée à l'effet des encoches rotoriques est proportionnelle à la vitesse de rotation mécanique selon l'expression suivante :

$$f_h = n_r \frac{N_r}{p} f_m \quad \text{avec} \quad N_r = 16, \quad p = 1 \quad \text{et} \quad n_r \in \mathcal{N} \quad (5.3)$$

5.4.3 Etude de faisabilité

L'information que l'on recherche réside dans la valeur de la fréquence "instantanée" des trois composantes de fréquences multiples de $16 f_m$. Un modèle dynamique modélisant ces trois raies permettrait d'estimer la fréquence de rotation de la machine, mais cet estimateur serait gourmand en temps de calcul à cause de la taille importante du système d'équations d'état. Ainsi, il apparaît que le signal étudié doit être nécessairement la sortie d'un filtre numérique pour extraire une harmonique utile comportant l'information de vitesse avec un coût de calcul faible [FER98].

L'objectif de l'estimateur fréquentiel proposé pour l'estimation de la vitesse mécanique consiste à estimer la fréquence "instantanée" de l'une des trois raies dont la fréquence dépend de la vitesse. Afin de réduire la fréquence d'échantillonnage du signal, nous estimerons la fréquence de la raie à $16 f_m$. Par ailleurs, cette raie a une amplitude bien supérieure aux deux autres, augmentant ainsi le rapport signal sur bruit et donc la qualité de l'estimation de fréquence. Le courant devra donc être préalablement filtré via un filtre passe-bande centré en $16 f_m$ pour ne laisser passer que la composante utile purement sinusoïdale.

5.4.4 Estimateur fréquentiel

5.4.4.1 Introduction

Nous allons tout d'abord décrire le principe de l'estimateur fréquentiel proposé dont une des particularités est de ne faire appel à aucune fonction transcendante (de type arc-tangente ou arc-cosinus). De plus, il ne nécessite qu'un nombre assez réduit d'opérations. Ceci permet d'envisager son utilisation en tant que tâche supplémentaire d'un algorithme de commande d'une machine tournante. Le prochain paragraphe montrera

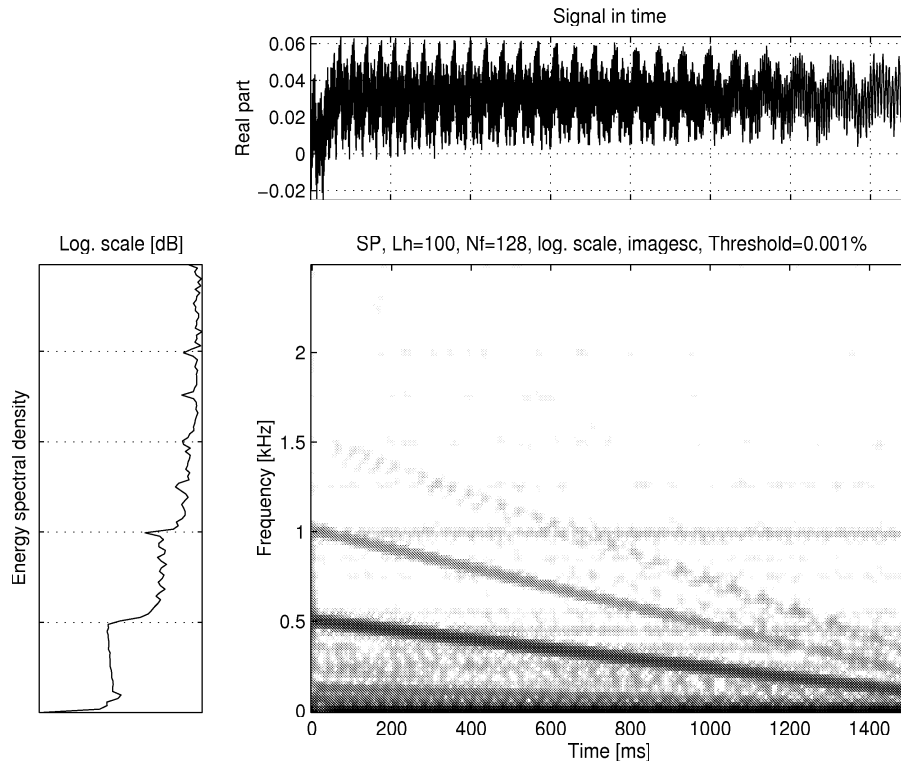


Figure 5.5: Analyse spectrale du courant induit lors d'un transitoire de vitesse.

l'application de cet estimateur pour l'estimation de la vitesse d'une machine à courant continu à aimants permanents. Une partie de ces résultats a fait l'objet d'un article au congrès GRETSI 1999 [AUG99B].

5.4.4.2 Principe théorique de l'estimateur proposé

Avant de présenter en détail l'estimateur proposé, il semble utile d'en exposer le principe, représenté figure (5.6).

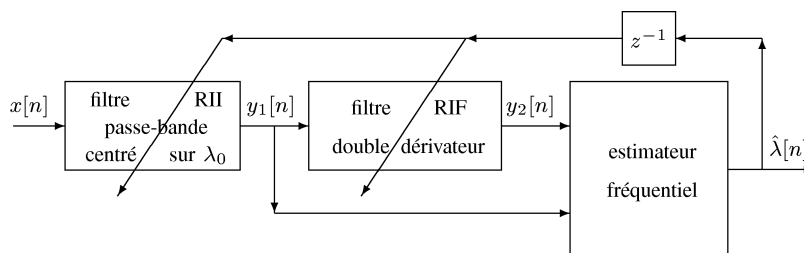


Figure 5.6: Principe de fonctionnement de l'estimateur fréquentiel proposé.

Cet estimateur est constitué de trois blocs successifs :

- Le premier est un filtre passe-bande de fréquence centrale λ_0 proche de la fréquence normalisée $16 f_m T_e$ et de largeur de bande $\Delta\lambda$. L'objectif de ce filtre est de conserver la sinusoïde dont on veut estimer la fréquence, supposée voisine de λ_0 , et d'atténuer toutes les autres composantes du signal.
- Le signal $y_1[n]$ obtenu en sortie du filtre passe-bande excite ensuite un filtre à réponse impulsionnelle

finie (RIF) dont la réponse fréquentielle au voisinage de λ_0 est très peu différente de celle d'un filtre double dérivateur (inverseur) idéal $H_2(\lambda) = -(j2\pi\lambda)^2 = 4\pi^2\lambda^2$.

- Si $y_1[n] = A \cos(2\pi\lambda n + \varphi)$, le signal obtenu en sortie du filtre double dérivateur est $y_2[n] = 4\pi^2\lambda^2 y_1[n]$. Puisque les deux signaux $y_1[n]$ et $y_2[n]$ sont colinéaires, l'estimation de λ peut être envisagée en calculant

$$\hat{\lambda}[n] = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{y_2[n]}{y_1[n]}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{y_1[n] y_2[n]}{y_1[n]^2}}$$

Cependant, la possibilité d'avoir $y_1[n] = 0$ rend irréaliste cette solution, également très sensible à un bruit additif. Le bloc fonctionnel d'"estimation fréquentielle" situé au bout de la chaîne de traitement de la figure (5.6) vise donc à construire une estimation $\hat{\lambda}[n]$ un peu plus pertinente de la fréquence de la sinusoïde.

Enfin, pour assurer le suivi de la sinusoïde, la fréquence instantanée estimée $\hat{\lambda}[n]$ est utilisée à l'instant suivant comme fréquence centrale λ_0 du filtre passe-bande, et éventuellement comme fréquence autour de laquelle le filtre double dérivateur utilisé doit avoir une réponse fréquentielle proche de sa valeur idéale.

5.4.4.3 Choix techniques

5.4.4.3.1 Choix du filtre passe-bande. Un tel filtre peut être réalisé à partir d'un filtre passe-tout à réponse impulsionnelle infinie (RII) du deuxième ordre [REG88] :

$$\mathcal{H}_{pb}(z) = \frac{\mathcal{Y}_1(z)}{\mathcal{X}(z)} = \frac{1}{2} (1 - \mathcal{H}_{pt}(z)) \quad (5.4)$$

$$\mathcal{H}_{pt}(z) = \frac{r^2 - (1 + r^2) \beta z^{-1} + z^{-2}}{1 - (1 + r^2) \beta z^{-1} + r^2 z^{-2}} \quad (5.5)$$

$$\text{avec } \beta = \cos(2\pi\lambda_0) \text{ et } r^2 = \frac{1 - \tan(\pi\Delta\lambda)}{1 + \tan(\pi\Delta\lambda)}$$

La bande passante $\Delta\lambda$ du filtre doit être choisie afin de vérifier un compromis entre deux caractéristiques antagonistes : la résolution de l'estimateur, et sa capacité de poursuite.

La principale justification du choix de ce type de filtre est l'existence d'une structure de réalisation (voir [REG88] et [AUG99A], p 99) à la fois efficace et robuste vis à vis des erreurs de troncature numérique. Elle permet d'envisager sa réalisation sur des processeurs à virgule fixe.

La figure (5.7) montre la réponse fréquentielle d'un filtre de ce type pour $\lambda = 0.05$ et $\Delta\lambda = 0.001$. On peut remarquer que ce filtre atténue très fortement les fréquences situées en dehors de la bande passante. De plus, $H_{pb}(0) = H_{pb}(0.5) = 0$, comme le laissaient prévoir les expressions (5.4) et (5.5).

5.4.4.3.2 Choix du filtre double dérivateur. Pour choisir le filtre double dérivateur, une première approche consiste à utiliser un filtre qui n'est pas paramétré par la fréquence à estimer. Une telle approche n'est possible que dans certains cas, mais elle permet de réduire de manière conséquente le coût de calcul de l'algorithme, puisque ce dernier ne fait alors appel à aucun calcul de fonction trigonométrique.

Ainsi, pour des fréquences à estimer faibles par rapport à la fréquence d'échantillonnage, on peut chercher les coefficients du filtre à réponse impulsionnelle finie (RIF) ayant le même comportement à l'origine que le filtre idéal $G(\lambda) = 4\pi^2\lambda^2$. Pour un filtre d'ordre N (donc de "longueur" $N + 1$) de fonction de transfert $\mathcal{H}(z) = \sum_{k=0}^N h_k z^{-k}$ et de réponse fréquentielle $H(\lambda) = \mathcal{H}(z = e^{j2\pi\lambda})$, la similarité des comportements s'obtient en imposant un point de contact d'ordre N en $\lambda = 0$ entre les deux réponses fréquentielles souhaitée $G(\lambda)$ et obtenue $H(\lambda)$:

$$\frac{d^n H}{d\lambda^n}(0) = \frac{d^n G}{d\lambda^n}(0) \quad \text{pour } n \in [0, N] \quad (5.6)$$

$$\text{avec } \frac{d^n G}{d\lambda^n}(0) = \begin{cases} 8\pi^2 & \text{pour } n = 2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (5.7)$$

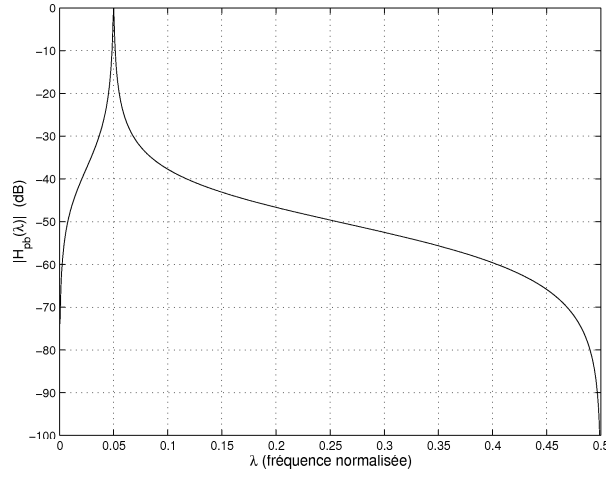


Figure 5.7: Réponse fréquentielle du filtre passe-bande obtenue pour $\lambda = 0.05$ et $\Delta\lambda = 0.001$.

Ces relations conduisent à un système linéaire de dimension $N + 1$, qui peut s'écrire sous la forme

$$\sum_{k=0}^N k^n h_k = \begin{cases} -2 & \text{pour } n = 2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (5.8)$$

Les coefficients h_k , solutions de ce système de Vandermonde sont des nombres rationnels, qui peuvent être calculés formellement (voir [HAM73], §15.5) ou numériquement par un algorithme rapide (voir [GOL96], p 187). Pour $N = 5$, on obtient par exemple :

$$\begin{aligned} h_0 &= -\frac{45}{12} & h_1 &= \frac{154}{12} & h_2 &= -\frac{214}{12} \\ h_3 &= \frac{156}{12} & h_4 &= -\frac{61}{12} & h_5 &= \frac{10}{12} \end{aligned} \quad (5.9)$$

La réponse fréquentielle obtenue (voir figure (5.8.a)) présente un comportement proche du filtre idéal pour $|\lambda| < 0.12$, donc pour environ $F_e > 10 f$. L'utilisation de filtres d'ordre plus élevé ne semble pas justifiée dans la mesure où leur comportement n'est pas significativement meilleur. Par contre, si la fréquence à estimer présente des variations importantes par rapport à la fréquence d'échantillonnage, il est nécessaire d'utiliser un filtre paramétré par une fréquence λ_0 autour de laquelle la réponse fréquentielle du filtre double dérivateur utilisé doit être la plus proche possible du gabarit $G(\lambda) = 4\pi^2\lambda^2$. Pour un filtre RIF d'ordre $N = 2M + 1$, cet objectif peut être atteint en imposant deux points de contact d'ordre M en λ_0 et $-\lambda_0$ entre la réponse fréquentielle du filtre et le gabarit. Le système d'équations linéaires obtenu, de dimension $N + 1$, est inversible si $\lambda_0 \neq 0$ (si $\lambda_0 = 0$, il faut utiliser le filtre obtenu par les équations (5.6) et (5.7), et peut être résolu formellement par pivot de Gauss). Par exemple, pour un filtre d'ordre $N = 5$, de fonction de transfert et de réponse fréquentielle :

$$\mathcal{H}(z) = h_0 + h_1 z^{-1} + \dots + h_5 z^{-5} \quad (5.10)$$

$$H(\lambda) = h_0 + h_1 e^{-j2\pi\lambda} + \dots + h_5 e^{-j10\pi\lambda}, \quad (5.11)$$

ce principe conduit à imposer les six relations

$$\begin{aligned} H(\lambda_0) &= H(-\lambda_0) = G(\lambda_0) = 4\pi^2\lambda_0^2 \\ H'(\lambda_0) &= -H'(-\lambda_0) = G'(\lambda_0) = 8\pi^2\lambda_0 \\ H''(\lambda_0) &= H''(-\lambda_0) = G''(\lambda_0) = 8\pi^2 \end{aligned}$$

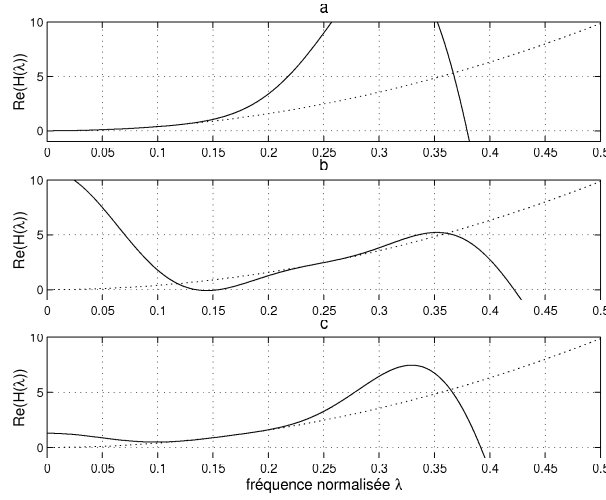


Figure 5.8: Réponse fréquentielle des filtres double-dérivateurs tangents en $\lambda = 0$ (a), en $\lambda = 0.25$ (b), et en $\lambda = 0.175$ (c).

qui forment un système linéaire de dimension 6, dont la solution est :

$$\begin{cases} h_5 = \frac{(1+\sin(\theta)^2)\theta - \sin(\theta)\cos(\theta)}{2\sin(\theta)^3} \\ h_4 = -\frac{\theta + \sin(\theta)(11-12\sin(\theta)^2)h_5}{2\sin(\theta)\cos(\theta)} \\ h_3 = \frac{\theta}{\sin(\theta)} - 4\cos(\theta)h_4 - 2(5-6\sin(\theta)^2)h_5 \\ h_2 = -4\cos(\theta)h_3 - (10-12\sin(\theta)^2)h_4 - 4\cos(\theta)(5-8\sin(\theta)^2)h_5 \\ h_1 = -2\cos(\theta)h_2 - (3-4\sin(\theta)^2)h_3 - 4\cos(\theta)(1-2\sin(\theta)^2)h_4 \\ \quad - (5-20\sin(\theta)^2+16\sin(\theta)^4)h_5 \\ h_0 = \theta^2 - \cos(\theta)h_1 - \cos(2\theta)h_2 - \cos(3\theta)h_3 - \cos(4\theta)h_4 - \cos(5\theta)h_5 \end{cases}$$

avec $\theta = 2\pi\lambda_0$. On peut vérifier que pour $\lambda_0 = 1/4$, on obtient

$$\begin{aligned} h_0 &= \frac{\pi^2-1}{4} & h_1 &= \pi & h_2 &= -\frac{1}{2} \\ h_3 &= \frac{3\pi}{2} & h_4 &= -\frac{1}{4} & h_5 &= \frac{\pi}{2} \end{aligned} \quad (5.12)$$

Le filtre utilisant ces coefficients constitue un nouveau filtre double dérivateur non-paramétré, qui peut être utilisé lorsque la fréquence à estimer est au voisinage du quart de la fréquence d'échantillonnage. Les figures (5.8.b) et (5.8.c) présentent les réponses fréquentielles des filtres obtenus respectivement pour $\lambda_0 = 0, 25$ et $\lambda_0 = 0, 175$.

Les principales opérations nécessaires pour le calcul de ces coefficients sont donc l'évaluation de $\beta = \cos(\theta)$, $\gamma = \sin(\theta)$, γ^2 , γ^3 , γ^4 , et trois divisions. Aucun autre calcul trigonométrique n'est nécessaire, puisque

$$\begin{cases} \cos(2\theta) &= 1 - 2\sin(\theta)^2 \\ \cos(3\theta) &= \cos(\theta)(1 - 4\sin(\theta)^2) \\ \cos(4\theta) &= 1 - 8\sin(\theta)^2 + 8\sin(\theta)^4 \\ \cos(5\theta) &= \cos(\theta)(1 - 12\sin(\theta)^2 + 16\sin(\theta)^4) \end{cases}$$

5.4.4.3.3 Choix de l'estimateur fréquentiel. Pour s'affranchir des problèmes de division par zéro, l'estimateur fréquentiel proposé calcule

$$\hat{\lambda}[n] = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\sum_{k=0}^{+\infty} \alpha^k y_1[n-k] y_2[n-k]}{\sum_{k=0}^{+\infty} \alpha^k y_1[n-k]^2}}, \quad (5.13)$$

avec $0 \leq \alpha \leq 1$, qui correspond à la minimisation du critère quadratique $J(\lambda[n]) = \sum_{k=0}^{+\infty} \alpha^k (y_2[n-k] - 4\pi^2 \lambda[n]^2 y_1[n-k])^2$. Cette expression permet également de "régulariser" l'estimation de la fréquence lorsque le signal est bruité. Elle est bien sûr calculée récursivement :

$$\hat{\lambda}[n] = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{N[n]}{D[n]}} \quad (5.14)$$

$$\text{avec } N[n] = \alpha N[n-1] + y_1[n] y_2[n] \quad (5.15)$$

$$D[n] = \alpha D[n-1] + y_1[n]^2 \quad (5.16)$$

Le paramètre α doit satisfaire un compromis entre la capacité de poursuivre des variations rapides de fréquence et la diminution de la variance de l'erreur d'estimation, qui dépend du problème à résoudre. Des essais expérimentaux ont permis de constater que des résultats satisfaisants sont obtenus pour $\alpha = e^{-2\pi\Delta\lambda}$.

En supposant que $y_1[n]$ est un signal déterministe et que $y_2[n] = (2\pi\lambda)^2 y_1[n] + w[n]$, où $w[n]$ est une séquence centrée blanche et de variance σ^2 , alors

$$\hat{\lambda}[n] = \sqrt{\lambda^2 + \frac{\sum_{k=0}^{+\infty} \alpha^k y_1[n-k] w[n-k]}{4\pi^2 \sum_{k=0}^{+\infty} \alpha^k y_1[n-k]^2}} \quad (5.17)$$

$$E(\hat{\lambda}[n]^2) = \lambda^2 \quad (5.18)$$

$$Var(\hat{\lambda}[n]^2) = \frac{\sigma^2 \sum_{k=0}^{+\infty} \alpha^{2k} y_1[n-k]^2}{4\pi^2 \left(\sum_{k=0}^{+\infty} \alpha^k y_1[n-k]^2 \right)^2} \quad (5.19)$$

Mais lorsque le signal analysé $x[n]$ est bruité, $y_1[n]$ et $y_2[n]$ ont tous les deux des composantes aléatoires. L'étude des moments statistiques de cet estimateur dans un contexte réaliste est donc plus difficile. Une étude complémentaire devrait pouvoir se faire en s'appuyant sur un travail précédant [CHA98B].

5.4.4.4 Eléments d'appréciation de l'estimateur

Pour illustrer succinctement le principe de fonctionnement de l'estimateur, la figure (5.9) présente les courbes des fréquences instantanées (comparées aux fréquences instantanées exactes) d'un signal à valeurs réelles, échantillonné à 5 kHz. Il est constitué de deux composantes à modulation sinusoïdale de fréquence (d'amplitude 1) et de deux composantes de fréquences constantes (et d'amplitude 0.5), noyées dans un bruit blanc d'écart type 0.1. Cette figure montre les bonnes capacités d'estimation et de poursuite de l'algorithme. L'erreur d'estimation de la composante à 500 Hz est due à l'utilisation d'un filtre double-dérivateur à coefficients constants. Elle disparaît lorsqu'on utilise un filtre dont les coefficients sont recalculés à chaque itération.

La figure (5.10) montre l'évolution au cours du temps de l'écart quadratique moyen (calculé sur 150 réalisations de bruit) pour l'estimation de la fréquence d'une sinusoïde bruitée avec un RSB de 0 dB ($\lambda = 0.03$, $\Delta\lambda = 0.006$, $\Delta\lambda = 0.0025$ ou $\Delta\lambda = 0.001$, de haut en bas). Elle montre la rapidité de convergence de l'algorithme proposé, qui semble inversement proportionnelle à $\Delta\lambda$.

La figure (5.11) montre l'évolution en fonction du RSB de l'écart quadratique moyen au bout de 2000 points, dans ce même contexte. Cette figure montre un comportement satisfaisant de l'estimateur dès que le RSB dépasse -10 dB. Pour des rapports signal à bruit faibles, le résultat correspond à la variance d'une variable aléatoire uniformément répartie entre 0 et 0.5, soit $(0.5)^2/12$ ($= -16.8$ dB).

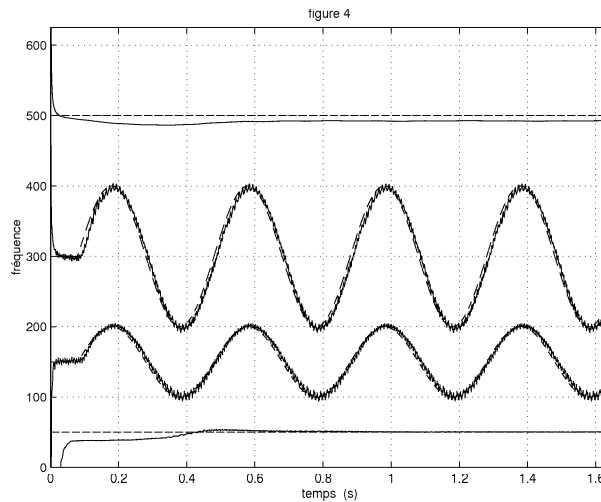


Figure 5.9: Estimation de fréquences d'un signal.

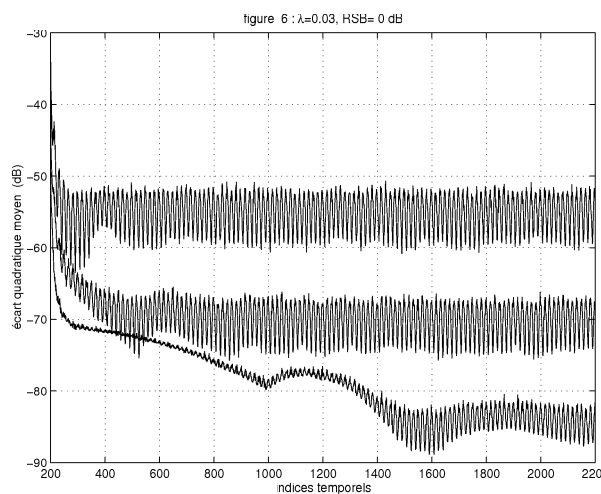


Figure 5.10: Ecart quadratique moyen en fonction de la bande passante $\Delta\lambda$.

5.4.4.5 Application de l'estimateur à l'estimation de la vitesse

L'objectif de cette section est de valider l'estimateur fréquentiel par des signaux réels échantillonnés à 5 kHz et de définir les limites d'utilisation d'une telle méthode pour l'estimation de la vitesse d'une MCC.

5.4.4.5.1 Rotation à 600 tr/min. Les figures (5.12.a) et (5.12.b) représentent l'évolution de la vitesse de rotation mesurée par un capteur de position et la vitesse estimée par l'estimateur fréquentiel. La résolution du filtre passe-bande est de 0,001 et 0,002 respectivement (soit 5 Hz et 10 Hz). L'estimation de la vitesse n'est pas injectée dans les deux filtres numériques adaptatifs pendant une période de 100 fois la période d'échantillonnage, soit 20 ms, afin d'éviter un démarrage brutal du filtre et donc une dérive possible (divergence possible due à l'initialisation du filtre passe-bande). Ces figures mettent en évidence la possibilité d'estimer la vitesse de rotation d'une machine à courant continu en régime permanent. L'estimation de la vitesse est tout à fait correcte malgré de petits dépassements par rapport à la mesure du capteur de vitesse. La figure (5.12.b) montre que l'accroissement de la bande passante du filtre passe-bande améliore la rapidité de convergence de l'estimateur. En contre partie, il augmente la variance de l'erreur d'estimation. Le compromis résolution de l'estimateur et capacité de poursuite montre qu'une bande passante du filtre

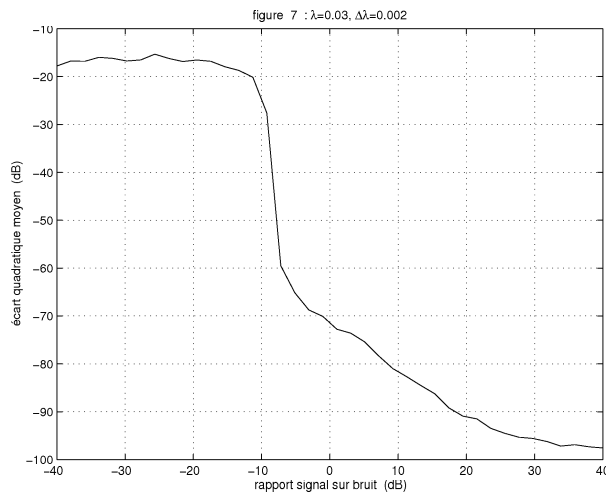
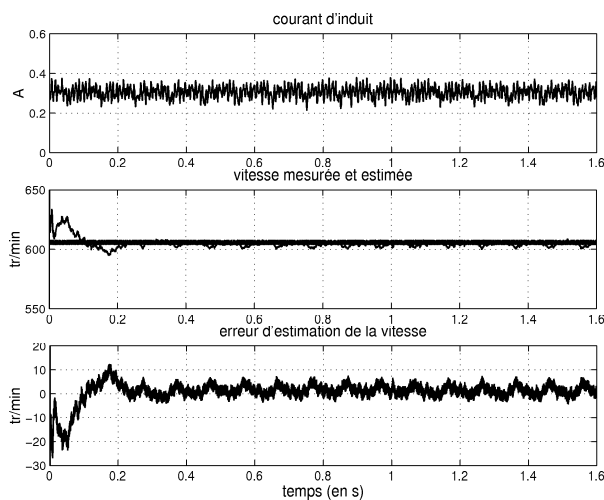
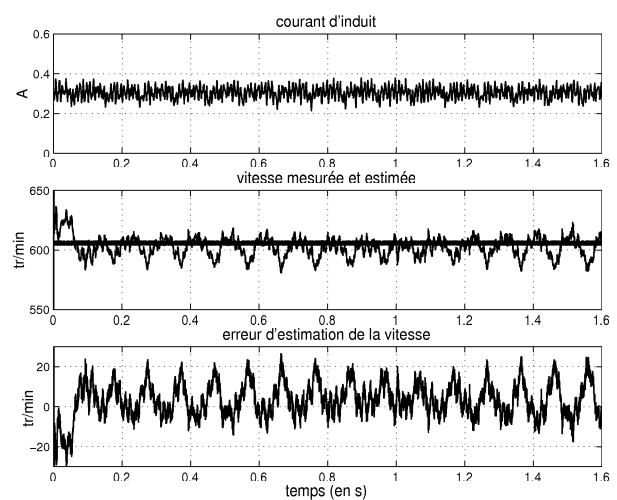


Figure 5.11: Ecart quadratique moyen en fonction du RSB.

passé-bande de 0,001 (soit 5 Hz) semble être un choix judicieux.



(a) $\Delta\lambda = 0,001$



(b) $\Delta\lambda = 0,002$

Figure 5.12: Estimation de la vitesse à 600 tr/min.

La figure (5.13) représente les signaux en sortie des deux filtres passe-bande et double dérivateur. L'amplitude de la raie, à 16 fois la fréquence de rotation de la machine, est de l'ordre de 15 mA environ. Le filtre double dérivateur a tendance à augmenter le bruit sur le signal de sortie et donc détériore la qualité de l'estimation de la fréquence (vitesse).

5.4.4.5.2 Rotation à 900 tr/min. Les figures (5.14.a) et (5.14.b) représentent l'estimation de la vitesse pour une fréquence de rotation de 15 Hz, soit 900 tours/min et pour une résolution du filtre passe-bande de 0,001 (5 Hz) et 0,002 (10 Hz) respectivement de la bande passante du filtre passe-bande. On note également la bonne précision de l'estimation de la vitesse lors d'un régime permanent.

Les figures (5.15.a) et (5.15.b) représentent l'évolution de la vitesse estimée dans les mêmes conditions d'exploitation que précédemment. Cependant, une erreur de +20% sur la valeur initiale de la vitesse estimée est introduite afin de tester la capacité de l'estimateur à converger vers la vitesse réelle malgré une erreur initiale importante (180 tr/min). L'erreur d'estimation s'annule alors en 0,3 s et 0,2 s respectivement.

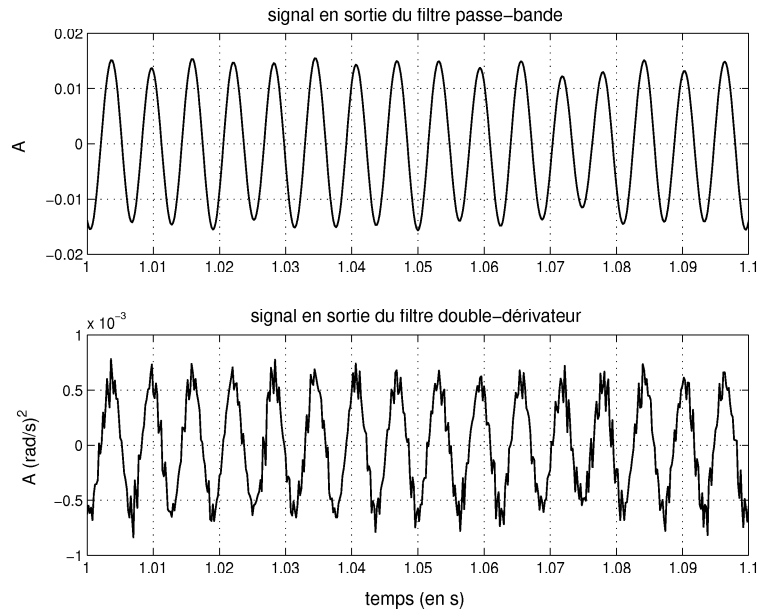


Figure 5.13: Signaux en sortie des filtres pour une vitesse de rotation de 600 tr/min.

5.4.4.5.3 Estimation lors d'un transitoire de vitesse. Les figures (5.16.a) et (5.16.b) montrent le comportement de l'estimateur lors d'un transitoire de vitesse (arrêt du moteur) avec deux résolutions différentes du filtre passe-bande (0,001 et 0,002 respectivement).

On remarque qu'il est nécessaire d'augmenter la bande passante du filtre coupe-bande pour améliorer la capacité de poursuite, au détriment de la qualité de l'estimation en régime permanent.

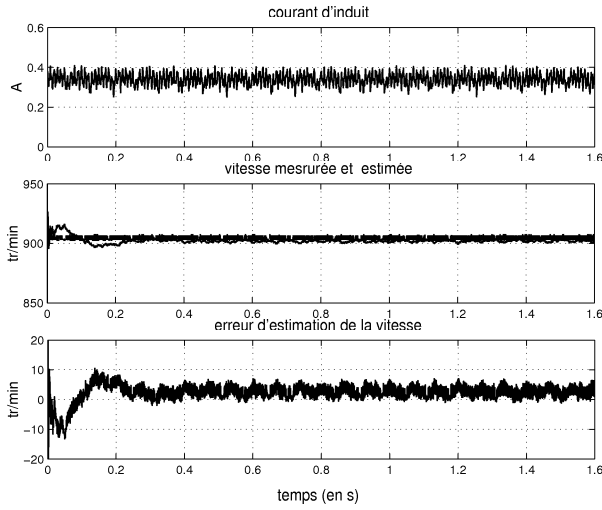
5.4.4.5.4 Période d'échantillonnage limite. L'échantillonnage du courant doit respecter le théorème de Shannon pour éviter la perte d'information. Pour que la mesure échantillonnée d'un signal soit significative, il est nécessaire que l'échantillonnage soit effectué à une fréquence au minimum double de la fréquence maximale présente dans le signal étudié [AUG99A, BLA98]. Dans notre cas, l'amplitude des raies à la fréquence de 32 et 48 fois la fréquence de rotation de la machine est supposée négligeable par rapport à l'amplitude de la raie à 16 fois la fréquence de rotation. Pour respecter ce théorème, il faut donc échantillonner le courant par une période d'échantillonnage de $625 \mu s$ au maximum. En effet, il faut respecter l'inégalité suivante :

$$f_e \geq 2 \times 16 \times f_{max} \quad (5.20)$$

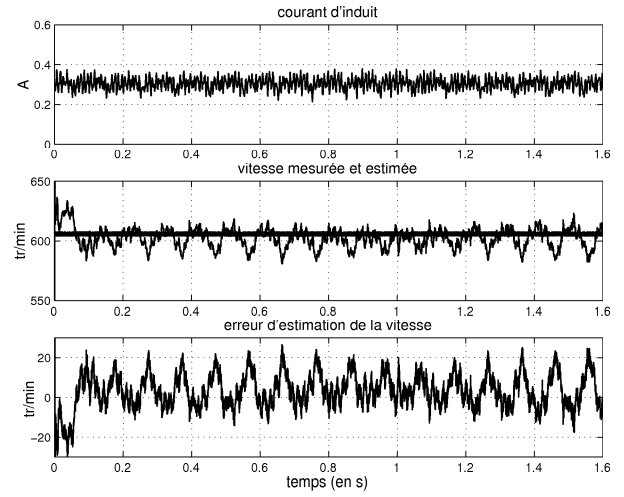
où f_{max} est la fréquence maximale de rotation de la machine (3000 tr/min), soit une période d'échantillonnage limite de $625 \mu s$.

Bien que nous n'ayons suivi qu'une seule raie du signal mesuré, il est certainement possible d'estimer la vitesse à partir de l'une des deux autres raies bien visibles dans le spectre du signal. Leurs amplitudes, étant inférieures à la première, nuiraient toutefois à la qualité de l'estimation puisque le rapport signal sur bruit serait plus défavorable. De plus, il serait nécessaire de diminuer la période d'échantillonnage limite pour respecter l'inégalité (5.20).

5.4.4.5.5 Limite d'application de l'estimateur. L'étude du spectre du courant continu de la machine montre que les raies portant l'information de vitesse sont espacées de 16 fois la fréquence de rotation du rotor. Il est évident que plus la vitesse de rotation baisse, plus les raies se rapprochent. On peut donc se trouver dans la configuration où deux raies se situent dans la bande-passante du filtre passe-bande. Ainsi,

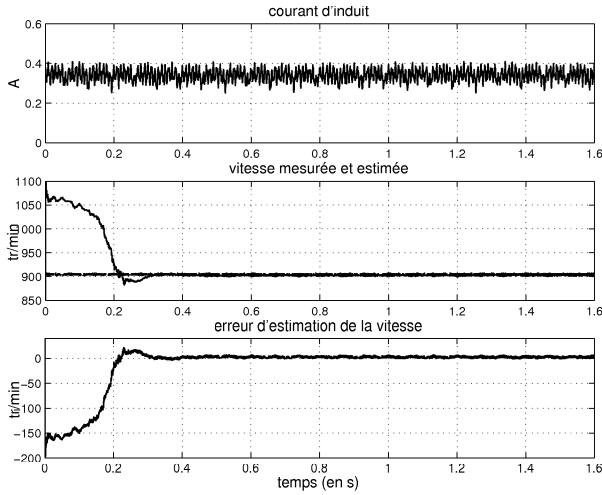


(a) $\Delta\lambda = 0,001$

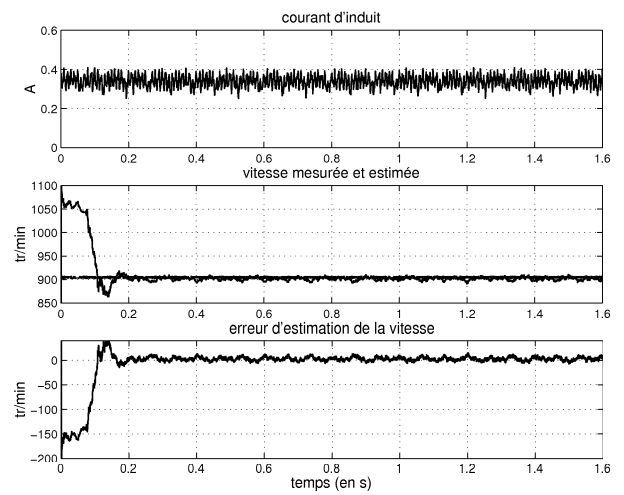


(b) $\Delta\lambda = 0,002$

Figure 5.14: Estimation de la vitesse à 900 tr/min.



(a) $\Delta\lambda = 0,001$



(b) $\Delta\lambda = 0,002$

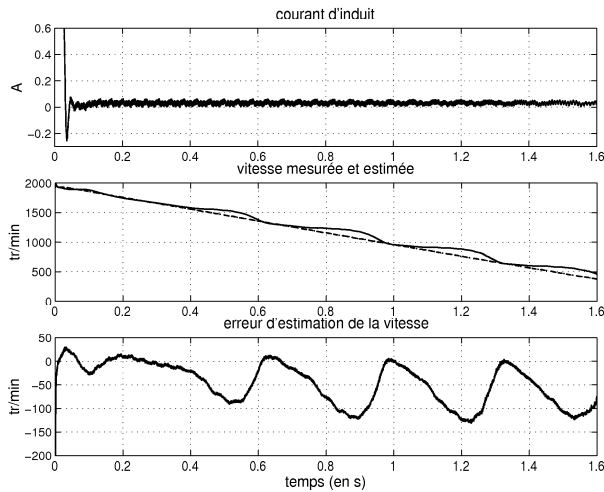
Figure 5.15: Estimation de la vitesse avec une erreur initiale d'estimation de +20%.

la limite de validité du modèle schématisé à la figure (5.17) est :

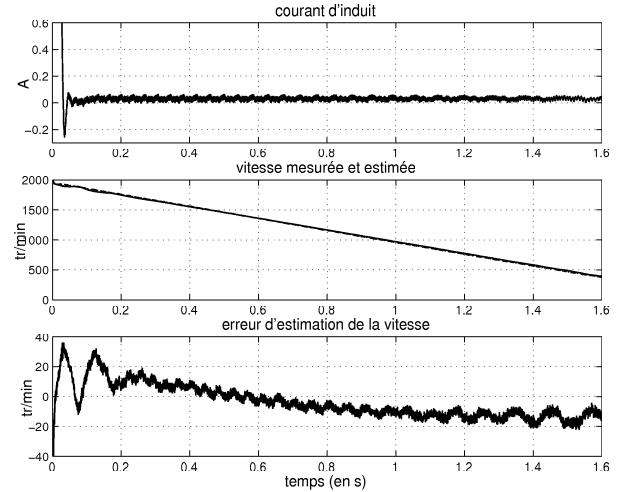
$$\frac{\Delta f}{2} < 16 \times f_m \quad \Longleftrightarrow \quad f_m > \frac{\Delta f}{2 \times 16}$$

Si l'on pose $\Delta f = 0,002$ en fréquence normalisée (soit $\Delta f = 10$ Hz), on peut espérer estimer correctement la vitesse pour des fréquences de rotation supérieures à 19 tr/min.

Pour descendre encore en dessous de cette limite structurale théorique, la technique propre à l'échantillonnage des signaux peut être utilisée ; il s'agit du *repliement spectral* [HUR96, HUR97]. Dans le paragraphe précédent, nous avons établi une limite d'échantillonnage du courant pour éviter le repliement spectral, mais il est possible d'utiliser ce repliement afin de superposer les raies de rangs 16, 32, 48, etc, c'est-à-dire multiples de 16 fois la fréquence de rotation de la machine. Il est ainsi possible de décimer le signal en rééchantillonnant à une période de 16 fois la période de rotation de la machine. Pour que le résultat attendu soit satisfaisant, il faut que l'estimation précédente de la vitesse soit très précise afin d'appliquer une double dérivée sur un signal purement sinusoïdal et non un signal composé de plusieurs sinusoïdes de fréquences proches. Malgré l'intérêt *a priori* de l'échantillonnage synchrone, cette technique aboutit la plupart du temps à des difficultés supplémentaires.



(a) $\Delta\lambda = 0,001$



(b) $\Delta\lambda = 0,002$

Figure 5.16: Estimation de la vitesse lors d'un transitoire de vitesse.

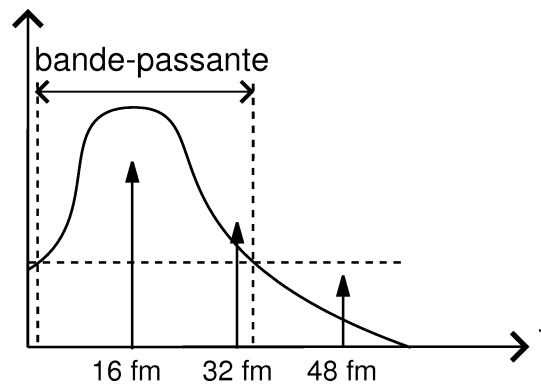


Figure 5.17: Limite d'application de l'estimateur.

5.4.4.6 Conclusion sur l'estimation de la vitesse en boucle ouverte

Dans les paragraphes précédents, nous avons présenté le principe d'un nouvel algorithme d'estimation de fréquence étayé de quelques résultats préliminaires encourageants permettant de cerner les caractéristiques statistiques de l'estimateur.

Les premiers tests expérimentaux effectués hors-ligne montrent la capacité de l'estimateur à estimer la vitesse de rotation mécanique en régime permanent avec des erreurs d'initialisation, ainsi qu'en régime dynamique par un choix adapté de la bande passante du filtre passe-bande en fonction du transitoire de vitesse. La valeur optimale de la bande passante du filtre coupe-bande paraît être de 0,002 (soit 10 Hz), permettant d'obtenir de bons résultats en régime dynamique et satisfaisants en régime statique.

Toutefois, le principe adopté pour l'estimation de la vitesse n'est pas applicable aux basses vitesses puisque les raies se rapprochent de plus en plus jusqu'à se superposer à vitesse nulle. Un estimateur plus performant consisterait à modéliser les trois raies bien présentes dans le courant pour estimer correctement la vitesse jusqu'à la vitesse nulle. Un tel estimateur, au moins d'ordre sept, ne serait pas compétitif par sa complexité algorithmique par rapport aux estimateurs de vitesse classiques basés sur un modèle de la machine. Ainsi, il paraît nécessaire de confectionner un autre estimateur pour les faibles vitesses. Il serait basé sur le modèle dynamique de la MCC et utilisé lorsque l'estimateur de fréquence proposé ne donne pas de résultats satisfaisants. De plus, ce second estimateur permettrait de discriminer le sens de rotation de la machine. En effet, non seulement l'estimateur fréquentiel ne détecte pas le sens de rotation de la machine,

mais ce sens ne peut également pas être connu en se basant sur le signe de la composante continue du courant. Il faut donc adjoindre à cet estimateur un autre estimateur de vitesse (plus ou moins complexe) lui précisant le sens de rotation mécanique :

$$\omega'_f = \text{signe}(\omega_{\text{second estimateur}}) \times \omega_f$$

5.4.5 Commande sans capteur de vitesse

5.4.5.1 Introduction

La suppression du capteur de vitesse entraîne l'estimation de la vitesse. Celle-ci est le plus souvent obtenue en résolvant l'équation du modèle d'état du processus. Dans le cas de la MCC, le modèle dynamique avec comme vecteur d'état $X = [i \ \omega]^t$ est [CHE96, LIU00, SIC97] :

$$\frac{d}{dt}X = \begin{bmatrix} -R/L & -K/L \\ K/J & -f/J \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \end{bmatrix} U + \begin{bmatrix} 0 \\ -1/J \end{bmatrix} C_r \quad (5.21)$$

où i , ω , u et C_r correspondent au courant d'induit, à la vitesse mécanique, à la tension d'alimentation et au couple résistant (frottement sec et couple de charge). Ce modèle d'ordre deux possède une grandeur de perturbation (C_r) qui peut être omise à condition d'écrire une nouvelle équation d'évolution de la vitesse. Dans ce cas, le couple résistant et les paramètres mécaniques n'apparaissent pas comme au chapitre précédent pour l'estimation de la vitesse d'une machine asynchrone. On suppose que la vitesse mécanique est quasi-constante pendant une période d'échantillonnage, le système d'équations d'état devient alors :

$$\frac{d}{dt}X = \begin{bmatrix} -R/L & -K/L \\ 0 & 0 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \end{bmatrix} U \quad (5.22)$$

En contre-partie, ce modèle ne permet pas toujours un rebouclage de l'estimation de vitesse sur une commande puisque des instabilités de l'ensemble machine-commande-observateur ont été observées en simulation et en expérimentation. Elles se caractérisent par des oscillations importantes de la vitesse tant en régime dynamique qu'en régime permanent. Le découplage des modes mécaniques et électriques n'étant pas vérifié pour ce petit moteur à courant continu de faible puissance (voir annexe 3), nous conserverons un observateur d'état et de perturbation pour garantir une stabilité de l'ensemble en boucle fermée.

Afin de construire le vecteur d'état et de perturbation, il est nécessaire d'augmenter le vecteur d'état d'une dimension correspondant à l'ordre de l'équation différentielle traduisant l'évolution du couple résistant. N'ayant aucune information sur cette grandeur, le couple résistant est supposé constant pendant une période d'échantillonnage, comme cela est généralement adopté [CHE96, SIC97, ZEI00, WES94].

Le nouveau vecteur d'état d'ordre étendu de dimension trois est $X = [i \ \omega \ C_r]^t = [x_1 \ x_2 \ x_3]^t$ avec comme matrice de transition A_c , matrice de commande B_c et matrice de mesure C :

$$A_c = \begin{bmatrix} -R/L & -K/L & 0 \\ K/J & -f/J & 1/J \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B_c = \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

Remarque : ce système linéaire est toujours observable puisque le déterminant de la matrice d'observabilité est strictement négatif.

Nos expériences nous ont montré que les estimateurs basés sur un modèle physique du moteur sont plus performants que les méthodes basées sur une analyse spectrale des courants lors de transitoires de vitesse importants. Par ailleurs, ces estimateurs permettent l'estimation de la vitesse au voisinage de la vitesse nulle. Ce n'est pas envisageable avec l'estimateur fréquentiel proposé, mais probablement envisageable

avec un modèle prenant en compte un nombre plus important d'harmoniques de courant. Afin d'accroître la plage de fonctionnement d'un estimateur fréquentiel basé sur une analyse spectrale du courant d'induit, il faut utiliser un système dynamique modélisant les trois raies pour estimer correctement la vitesse de rotation jusqu'à la vitesse nulle. Un tel estimateur serait gourmand en temps de calcul à cause de l'ordre élevé de l'équation d'état (modélisation de l'ensemble des sinusoides) et probablement peu compétitif par rapport à un estimateur basé sur le modèle physique du moteur.

Le tableau (5.1) résume les caractéristiques principales de deux estimateurs de vitesses basés sur des techniques différentes et dont l'efficacité dépend du mode de fonctionnement de la machine (régime permanent ou régime dynamique). L'estimation de la vitesse par l'estimateur fréquentiel doit être utilisée lors

	Estimateur basé sur un modèle paramétrique du système	Estimateur fréquentiel
Plage de fonctionnement	importante : de la vitesse nulle à la vitesse maximale admissible	moyenne : d'environ 3% (théorique) de la vitesse nominale à la vitesse maximale admissible
Capacité de poursuite	élevée	faible
Précision	très bonne à moyenne : dépendance vis-à-vis des paramètres du système	très bonne : indépendance vis-à-vis des paramètres du système
Singularité possible	oui	oui

Tableau 5.1: Synthèse des avantages/inconvénients de deux types d'estimateurs.

des régimes permanents avec une vitesse supérieure à 50 tr/min environ (valeur choisie suite aux premiers tests expérimentaux) et lors de régimes transitoires de faible dynamique. Dans le cas contraire, un estimateur basé sur le modèle physique de la MCC est préférable à l'estimateur fréquentiel pour permettre une continuité de l'asservissement de vitesse.

5.4.5.2 Filtrage de Kalman sous-optimal étendu au couple de charge

Parmi l'ensemble des techniques d'estimation possibles (observateur de Luenberger, filtrage de Kalman, etc), nous avons opté pour le filtrage de Kalman sous-optimal [AUG99A, GRE93] pour deux critères principaux :

- son faible coût de calcul puisque le système est linéaire et indépendant des paramètres extérieurs. Dans cette configuration, les gains sont des constantes et le filtrage de Kalman stationnaire est équivalent à un observateur de Luenberger. Ce filtrage n'est pas pénalisé par rapport à d'autres techniques pour le coût algorithmique.
- la facilité de réglage via trois degrés de liberté.

Un développement limité à l'ordre deux de l'exponentielle de matrice $e^{A_c T_e}$ est suffisant pour discrétiser le système d'équation d'état continu avec une période d'échantillonnage T_e de 200 μs (on néglige alors des termes proportionnels à $T_e^3/6$ dans la matrice de transition). Soit A_d et B_d les matrices du système d'équation d'état discret définies par :

$$A_d = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad B_d = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

avec

$$\begin{cases} a_{11} = 1 - R T_e / L + (R^2 / L^2 - K^2 / (L J)) T_e^2 / 2 \\ a_{12} = -K T_e / L + (R K / L^2 + K f / (L J)) T_e^2 / 2 \\ a_{13} = K T_e^2 / (2 L J) \\ a_{21} = K T_e / J - (R K / (L J) + f K / J) T_e^2 / 2 \\ a_{22} = 1 - f T_e / J + (f^2 / J^2 - K^2 / (L J)) T_e^2 / 2 \\ a_{23} = T_e / J + f T_e^2 / (2 J^2) \end{cases} \quad \begin{cases} a_{31} = 0 \\ a_{32} = 0 \\ a_{33} = 1 \\ b_1 = (1 - R T_e / (2 L)) / L \\ b_2 = K T_e / (2 L J) \\ b_3 = 0 \end{cases}$$

On construit un filtre de Kalman stationnaire basé sur ce modèle :

$$\begin{cases} \hat{x}_{1p}[k] = a_{11} \hat{x}_1[k-1] + a_{12} \hat{x}_2[k-1] + a_{13} \hat{x}_3[k-1] + b_1 U[k-1] \\ \hat{x}_{2p}[k] = a_{21} \hat{x}_1[k-1] + a_{22} \hat{x}_2[k-1] + a_{23} \hat{x}_3[k-1] + b_2 U[k-1] \\ e[k] = y[k] - \hat{x}_{1p}[k] \\ \hat{x}_1[k] = \hat{x}_{1p}[k] + k_1 e[k] \\ \hat{x}_2[k] = \hat{x}_{2p}[k] + k_2 e[k] \\ \hat{x}_3[k] = \hat{x}_3[k] + k_3 e[k], \end{cases} \quad (5.24)$$

Les deux gains k_1 et k_2 et k_3 sont les valeurs finales de la matrice de gain K définie par :

$$\begin{cases} P_p[k] = A_d P[k-1] A_d^t + Q \\ K[k] = P_p[k] C^t (C P_p[k] C^t + R)^{-1} \\ P[k] = P_p[k] - K[k] C P_p[k] \\ \lim_{k \rightarrow +\infty} K[k] = \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{pmatrix} \end{cases} \quad (5.25)$$

avec

$$R = \sigma_{i_c} \quad Q = \begin{bmatrix} \sigma_i & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\omega & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{C_r} \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

Comme nous l'avons vu au chapitre 1, seul le rapport Q/R est important puisque R est un scalaire. On pose alors $R = 1$ et on règle la dynamique du filtre via trois degrés de liberté notés $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ (voir équation (5.27)). Ils sont choisis pour que la vitesse estimée corresponde au mieux à la vitesse instantanée du moteur tout en veillant à ce que le bruit sur les grandeurs estimées soit comparable au bruit de mesure sur ces mêmes grandeurs (pour le courant et la vitesse).

$$R = 1 \quad Q = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_2 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_3 \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

Le choix retenu est :

$$\alpha_1 = 10, \quad \alpha_2 = 100, \quad \alpha_3 = 0,01 \quad (5.28)$$

Les figures (5.18.a) et (5.19.b) représentent les grandeurs mesurées et estimées en boucle ouverte (estimations non utilisées dans les boucles de régulation) lors d'un démarrage sur un échelon de vitesse de 200 tr/min avec ou sans variation de la résistance d'induit. Cette dernière figure montre la sensibilité de l'observateur aux incertitudes sur les paramètres [CHE96]. On constate un dépassement de 25 tr/min entraînant ainsi un temps d'établissement vers un régime permanent plus long que dans le cas d'une estimation sans variation des paramètres.

Les figures (5.20) et (5.21) représentent les grandeurs mesurées et estimées de deux essais expérimentaux lors d'un démarrage et lors d'une inversion du sens de rotation. La vitesse estimée est comparable à la vitesse réelle et le couple de charge est parfaitement reconstruit avec un temps de réponse assez long (environ 2 s) afin de limiter les perturbations (bruits) sur les estimations.

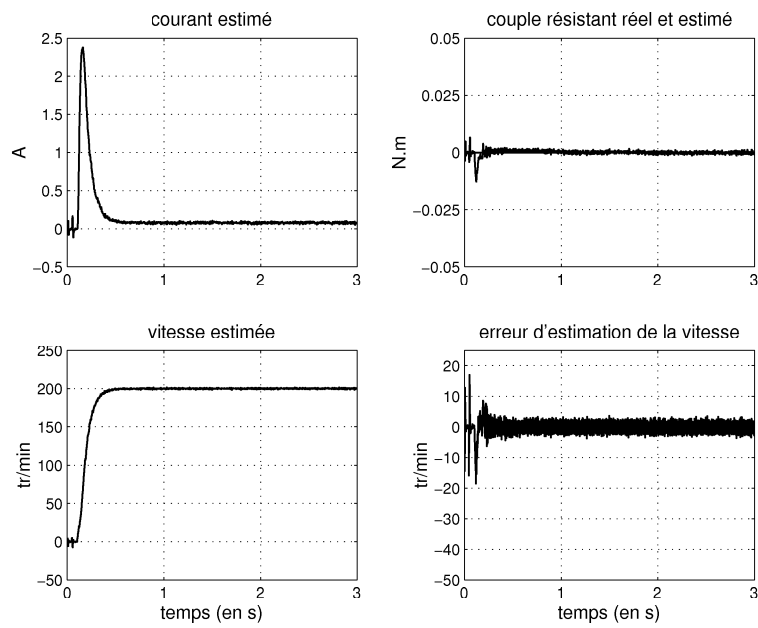


Figure 5.18: Estimation sans variation de paramètres.

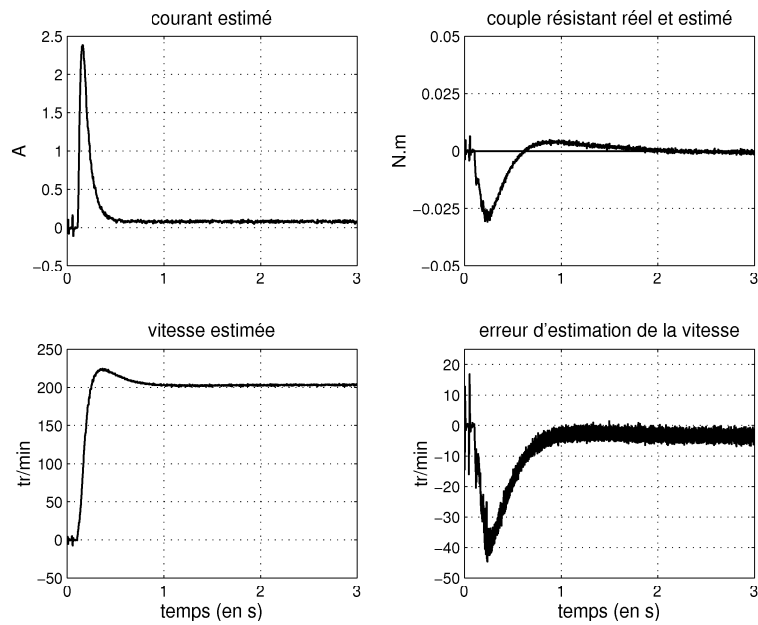


Figure 5.19: Estimation avec variation de paramètres, $\Delta R = +30\%$.

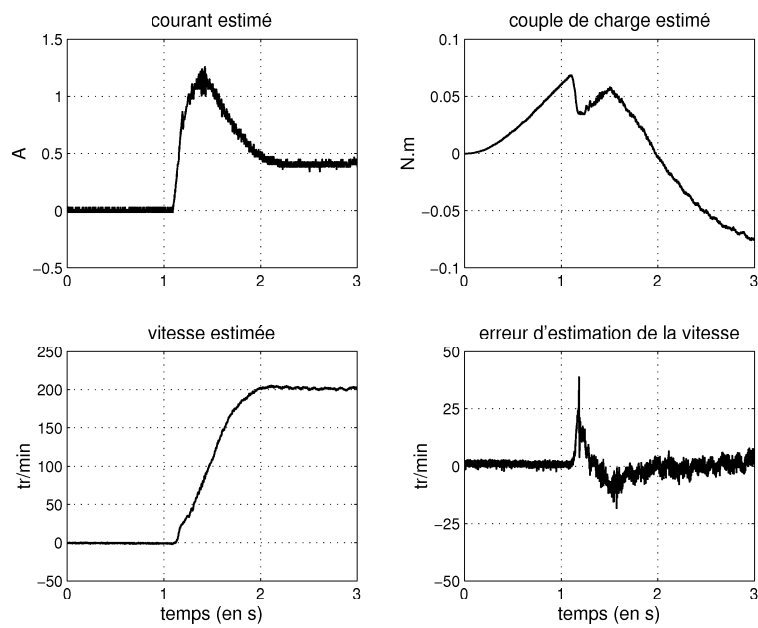


Figure 5.20: Estimation lors d'un démarrage (essai expérimental).

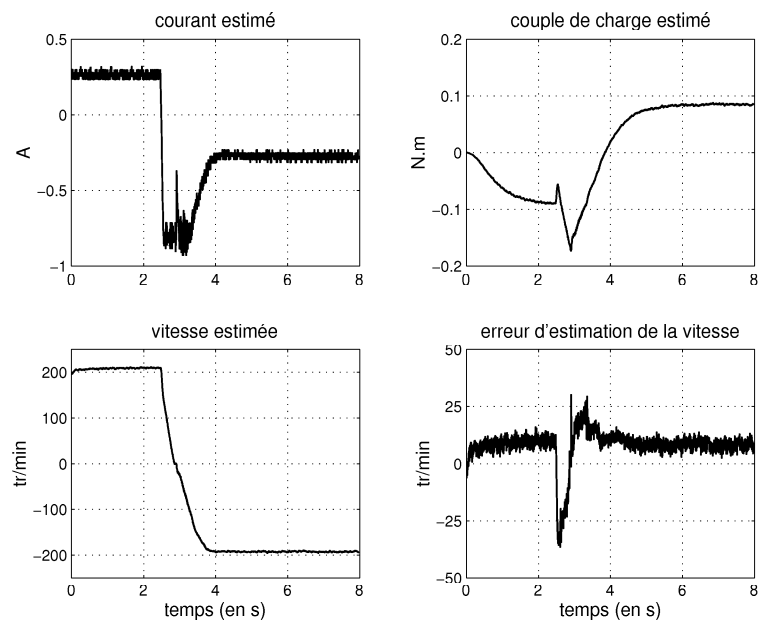


Figure 5.21: Estimation lors d'une inversion du sens de rotation (essai expérimental).

5.4.5.3 Commande sans capteur de vitesse par commutation de deux estimateurs de vitesse

5.4.5.3.1 Introduction. L'estimation de vitesse basée sur un modèle physique de la machine dépend des variations des paramètres de la machine. Elles entraînent des erreurs de traînage en régime permanent, ce qui est quasiment "impossible" avec l'estimateur fréquentiel proposé. Ainsi, il paraît souhaitable d'utiliser l'estimateur fréquentiel lors des régimes permanents ou des transitoires lents pour assurer une erreur nulle entre la consigne de vitesse et la vitesse réelle. Dans tous les autres cas, l'estimateur fréquentiel étant peu performant ou défaillant, le filtre de Kalman sous-optimal est utilisé.

5.4.5.3.2 Algorithme de sélection. L'objectif de l'algorithme de sélection est de sélectionner un des deux estimateurs proposés selon le mode de fonctionnement de la machine. Le tableau (5.2) résume sommairement l'estimation de vitesse sélectionnée selon le mode de fonctionnement de la machine. Ceci se traduit par un algorithme plus détaillé et établi à la figure (5.24).

	condition	filtre de Kalman stationnaire	Estimateur fréquentiel
Régime permanent	$vitesse \geq 50 \text{ tr/min}$		×
	$vitesse \leq 50 \text{ tr/min}$	×	
Régime transitoire	$ \omega_{ref} - \omega \leq 200 \text{ tr/min}$		×
	$ \omega_{ref} - \omega \geq 200 \text{ tr/min}$	×	

Tableau 5.2: Synthèse de l'estimation de vitesse sélectionnée suivant le mode de fonctionnement du moteur.

Le test 1 informe du mode de fonctionnement de la machine : régime permanent ou régime transitoire. Dans le cas où le régime permanent est bien établi, la variable logique RP2 (pour Régime Permanent 2) est égale à 1. On vérifie alors, via le test 2, si la vitesse estimée par l'estimateur fréquentiel est supérieure à 50 tr/min environ. On teste aussi l'écart entre la valeur de la vitesse de référence et la valeur de la vitesse estimée par l'estimateur fréquentiel pour conserver l'estimation de vitesse issue de cet estimateur tant que les conditions sont respectées. En effet, il est possible d'utiliser la vitesse estimée par l'estimateur fréquentiel lorsque la machine fonctionne en régime permanent, mais aussi lors de régimes transitoires faibles. Si le test 1 n'est pas valide, alors la variable logique "compteur" repasse à zéro. Les deux variables logiques RP1 et RP2 sont remises à zéro pour traduire un passage d'un régime permanent vers un régime transitoire.

Lorsque la machine passe d'un régime transitoire (RP1=0 et RP2=0) à un régime permanent, on teste via le test 3 l'écart entre la valeur de la vitesse de référence et la valeur de la vitesse estimée par le filtre de Kalman, ainsi que la valeur de la vitesse estimée par l'estimateur fréquentiel. On peut admettre que le régime permanent est atteint lorsque l'écart entre la vitesse de référence et la vitesse estimée par le filtre de Kalman est inférieur à 60 tr/min. Dans un contexte purement déterministe, cet écart tend vers zéro. Si le test 3 est validé, on incrémente la variable logique "compteur" de un. Lorsque cette variable atteint la valeur de 500, c'est-à-dire en 0,5 s, l'interrupteur INT1 permute sur la position 1 (voir figure (5.22)). Concrètement, cela rend l'estimateur fréquentiel autonome. Dans cette configuration, la vitesse utilisée dans les lois de commande provient toujours du filtre de Kalman stationnaire.

Si la machine est encore en régime permanent au bout de 1 s (compteur=1000), alors la seconde variable logique RP2 (pour Régime Permanent 2) passe aussi à un, l'interrupteur INT2 passe alors sur la position 1. Dans cette configuration, l'estimation de vitesse utilisée dans les lois de commande provient alors de l'estimateur fréquentiel. L'erreur statique entre la vitesse de référence et la vitesse mécanique réelle est annulée.

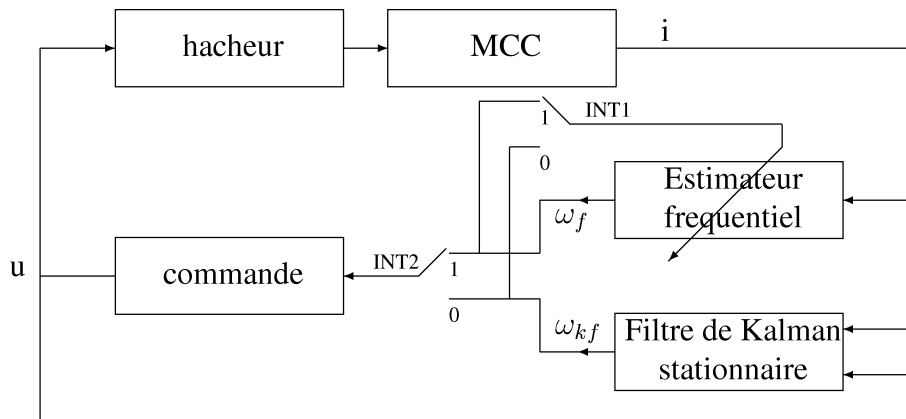


Figure 5.22: Schéma de principe de sélection de la vitesse.

On peut également ajouter :

- l'estimateur fréquentiel étant utilisé uniquement lors des régimes permanents et des régimes transitoires de faibles dynamiques, on peut réduire la bande passante du filtre passe-bande à 2 ou 3 Hz afin de réduire la variance sur l'estimation de vitesse sans risque de décrochement.
- lors des régimes transitoires, le placement de la fréquence centrale du filtre passe-bande et le calcul des coefficients du filtre double dérivateur de l'estimateur fréquentiel sont effectués grâce à l'estimation de vitesse issue du filtre de Kalman stationnaire. Ceci a pour avantage d'accroître la capacité de poursuite de l'estimateur fréquentiel puisque celui-ci fonctionne alors en boucle ouverte. Par ailleurs, l'estimateur fréquentiel diverge lorsque la vitesse de rotation de la machine est faible. En effet, il n'est plus capable d'extraire une des raies du signal nécessaire à l'estimateur, bien que le réglage de la fréquence centrale du filtre passe-bande et le calcul des coefficients du filtre double dérivateur soient effectués avec la vitesse issue du filtre de Kalman stationnaire. De plus, l'injection de l'estimation de vitesse issue du filtre de Kalman permet à l'estimateur fréquentiel de converger très rapidement vers la valeur "exacte" de la vitesse mécanique suite à une divergence dans la zone dite "critique" comme cela est montré à la figure (5.23).

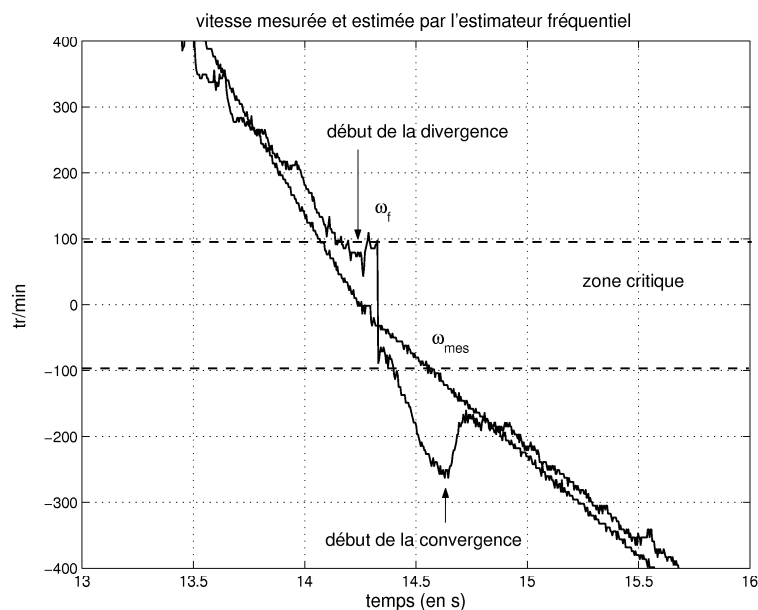


Figure 5.23: Capacité de poursuite de l'estimateur fréquentiel en boucle ouverte.

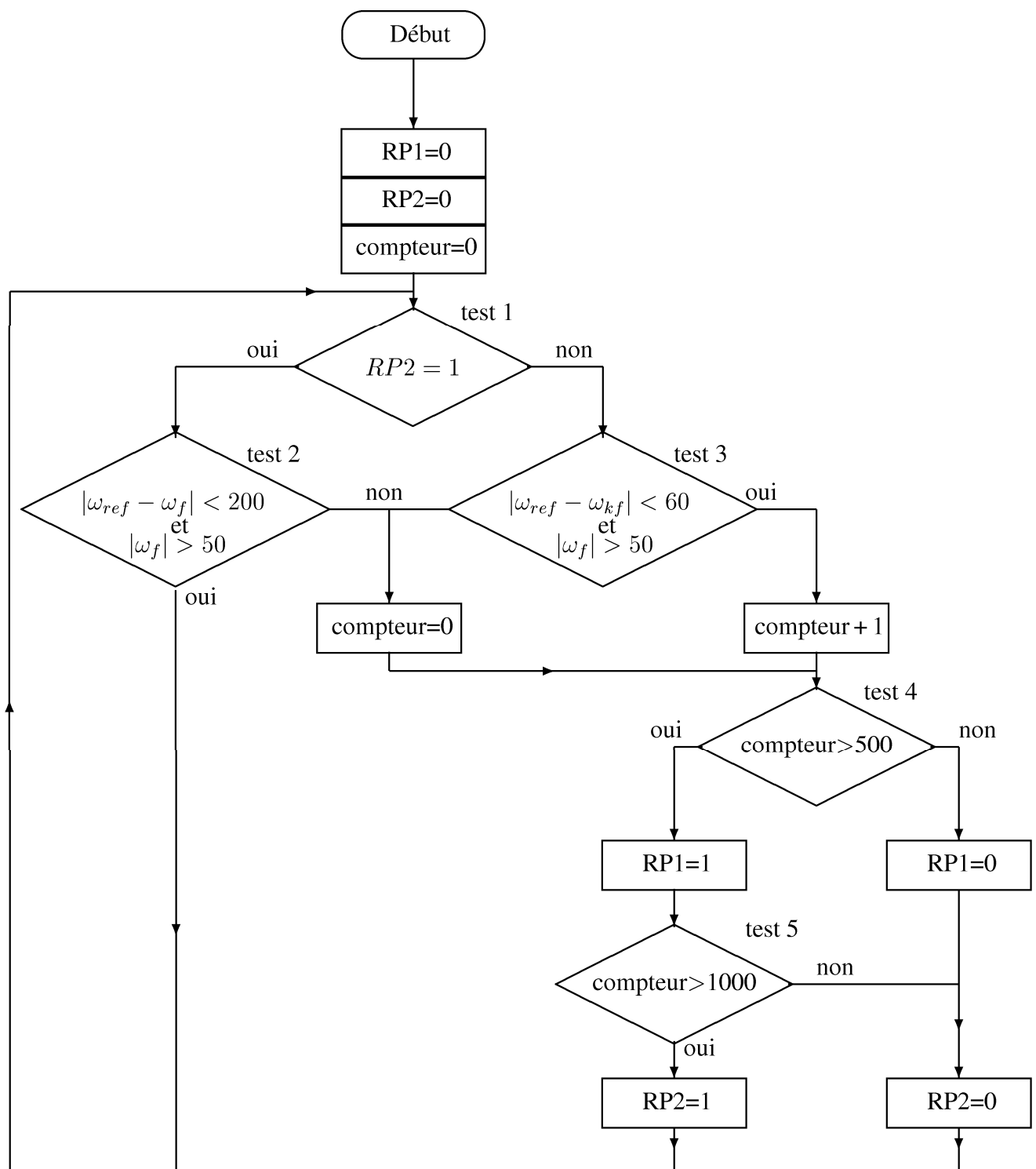


Figure 5.24: Algorithme de sélection des estimations de vitesses.

5.4.5.3 Résultats expérimentaux. Les résultats expérimentaux ont été obtenus avec une bande passante $\Delta\lambda$ de 2 Hz. Le mode “régime transitoire” est obtenu :

- soit par un changement de la consigne de vitesse.
- soit par l’application d’une perturbation (couple de charge perturbateur) qui éloigne brutalement la vitesse mécanique de la valeur de la consigne de vitesse comme cela est représenté aux figures (5.27) et (5.28).

La figure (5.25) représente la vitesse mécanique mesurée par un capteur de position (voir chapitre 2, §2.4.2), les vitesses estimées par les deux estimateurs, ainsi que l’écart entre la vitesse de référence (ω_{ref}) et la vitesse mécanique mesurée (ω_{mes}). L’algorithme de sélection permet d’effectuer d’importantes inversions du sens de rotation de la machine tout en permettant d’annuler l’erreur de traînage lors des régimes permanents.

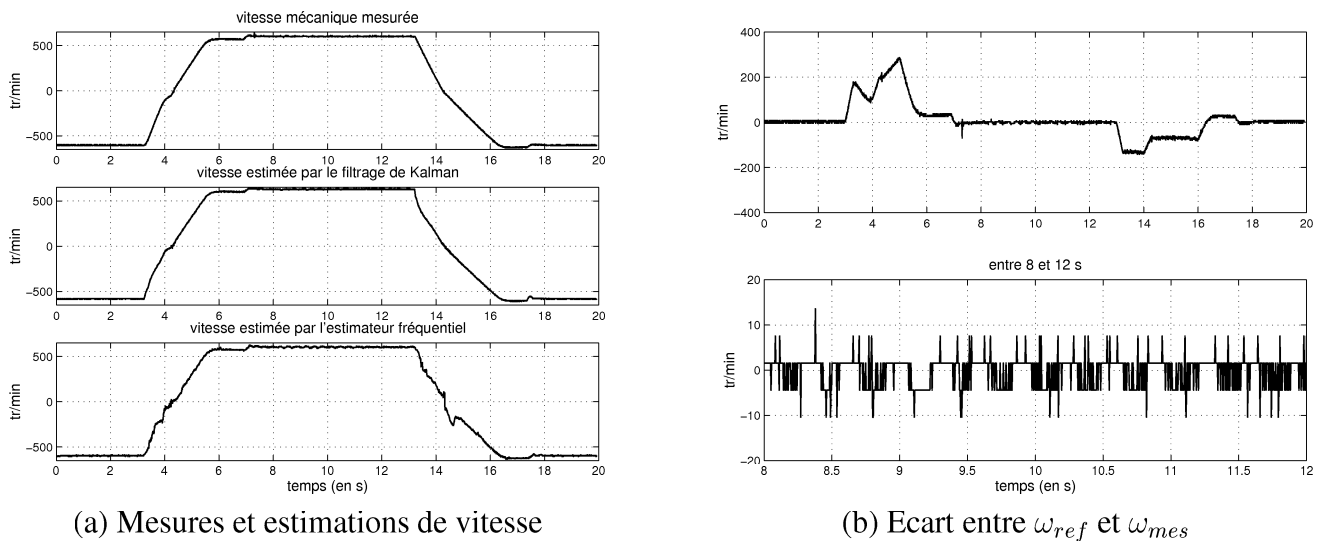


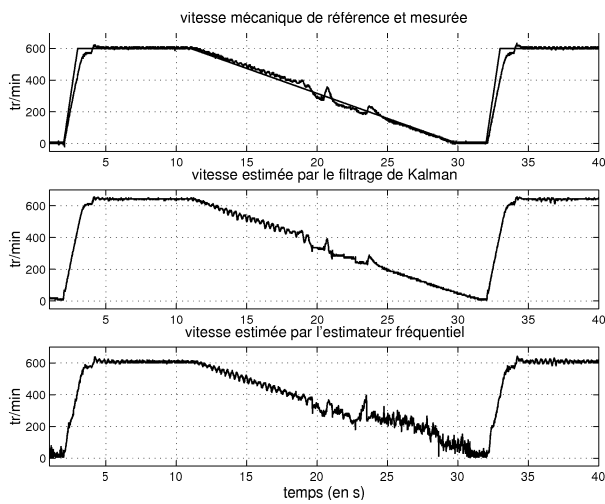
Figure 5.25: Essai avec inversion du sens de rotation, +600 à -600 tr/min.

L’essai expérimental représenté à la figure (5.26) consiste à effectuer un freinage très lent du moteur : 600 tr/min à 0 tr/min en 20 s. Entre l’instant t égal à 4 s et 23 s, l’information de vitesse utilisée dans les lois de commande provient de l’estimateur fréquentiel puisque le test 2 reste vrai. On constate que l’estimateur fréquentiel commence à “cafouiller” à partir de 350 tr/min environ et diverge brutalement vers 220 tr/min. A cet instant, le test 2 de l’algorithme de sélection positionne le compteur à zéro (test non valide), ce qui a pour effet de permuter les deux interrupteurs INT1 et INT2 sur la position 0. En d’autres termes, l’information maintenant utilisée dans les lois de commande provient du filtre de Kalman stationnaire et permet d’asservir plus parfaitement la vitesse mécanique à la grandeur de référence jusqu’à la vitesse nulle.

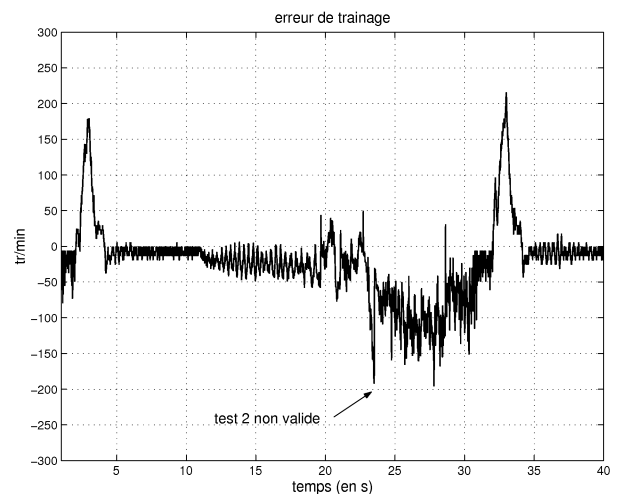
Pour une sécurité de fonctionnement, le test 2 peut être plus sévère afin d’éviter une divergence ponctuelle de la boucle de régulation de vitesse. Dans notre exemple, le test numéro 2 est peu sévère afin de montrer les limites de fonctionnement de l’estimateur fréquentiel lors des transitoires de vitesse et de montrer qu’un algorithme d’estimation complémentaire (filtre de Kalman stationnaire) permet une continuité du fonctionnement lorsque l’estimateur fréquentiel “divague”.

Les figures (5.27) et (5.28) représentent un fonctionnement de la machine avec un couple perturbateur intempestif ou très violent. La permutation d’un estimateur à un autre permet de conserver la stabilité de l’ensemble en boucle fermée.

La capacité de l’estimateur est faible par rapport à celle du filtre de Kalman stationnaire. Celui-ci n’arrive pas à estimer correctement la vitesse “instantanée” du moteur lors de l’application d’un couple de charge perturbateur relativement violent comme cela est exposé à la figure (5.28)



(a) Mesures et estimations de vitesse



(b) Erreur de traînage

Figure 5.26: Capacité de poursuite et fonctionnement limite de l'estimateur fréquentiel.

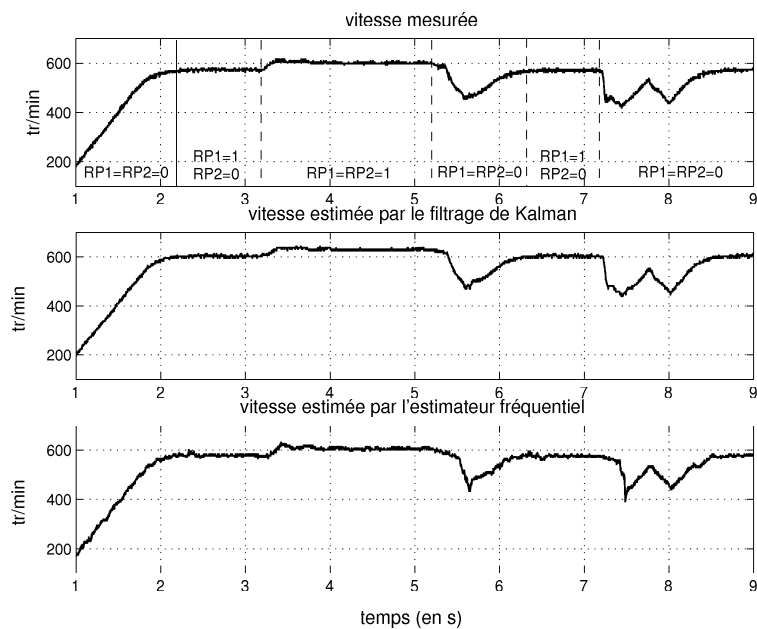


Figure 5.27: Essai à 600 tr/min avec application d'un couple de charge perturbateur "moyen".

Opérations	Temps d'exécution
acquisition des courants	5,6 μ s
mesure de la position et estimation de la vitesse (voir chap. 2)	7,6 μ s
estimation de vitesse par l'estimateur fréquentiel	22 ou 56 μ s
estimation de vitesse par le filtre de Kalman stationnaire	5 μ s
commande	12,5 μ s
gestion de la PWM	5,6 μ s
affichage des grandeurs	6,4 μ s
décalage des valeurs dans les tableaux	6,4 μ s

Tableau 5.3: Temps d'exécution des algorithmes sur un DSP TMS320C31, programmation en langage C.

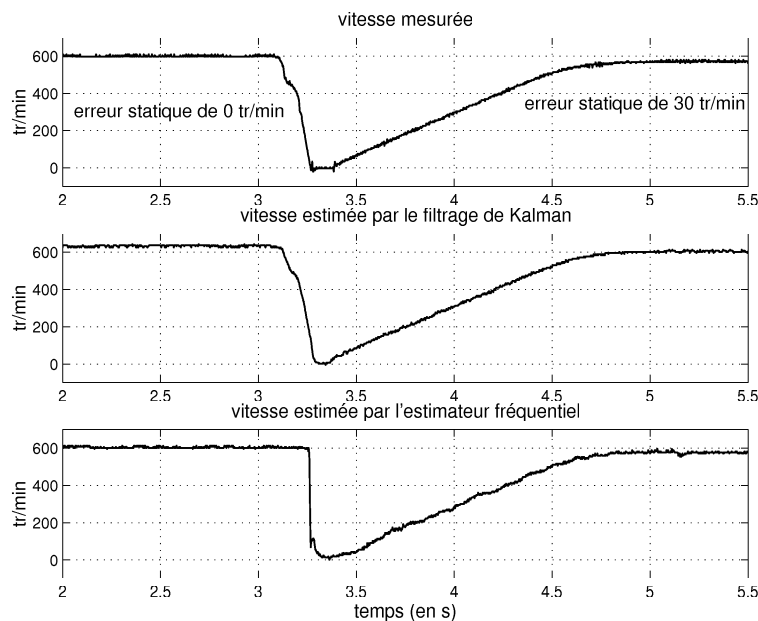


Figure 5.28: Essai à 600 tr/min avec application d'un couple de charge perturbateur "violent".

5.4.5.3.4 Temps d'exécution des algorithmes Les temps d'exécution des algorithmes de commande, de mesure et d'estimation de la commande sans capteur de la MCC sont indiqués dans le tableau (5.3). Les routines ont été programmées en langage C sur un DSP TMS320C31 de Texas Instrument (voir annexe C) et prennent environ 71 ou 105 μ s pour effectuer l'ensemble des opérations en fonction du calcul ou non des coefficients du filtre double dérivateur.

5.4.6 Conclusion

Cette partie nous a permis de démontrer l'intérêt d'un estimateur fréquentiel par rapport aux techniques classiques [CHE96, SIC97] d'estimation de la vitesse pour assurer un écart nul entre la vitesse de référence et la vitesse mécanique réelle lors des régimes permanents et des régimes transitoires lents. Son utilisation est complémentaire de celle d'un estimateur d'état (filtre de Kalman stationnaire) puisqu'ils ont des avantages et inconvénients opposés.

Son principe de fonctionnement a été exposé en détail et une de ses particularités est de ne nécessiter qu'un nombre assez réduit d'opérations arithmétiques pour envisager son implantation sur des processeurs de moyenne performance.

5.5 Estimation de la vitesse d'une machine asynchrone

5.5.1 Introduction

Dans ce paragraphe, nous allons décrire une nouvelle méthode d'estimation paramétrique similaire à [FER98] pour l'estimation de la vitesse via l'extraction de deux raies dont la fréquence dépend de la vitesse de rotation mécanique.

Tout d'abord, des analyses spectrales des courants statoriques vont permettre de valider une expression analytique liant l'évolution de la fréquence de certaines raies du signal à la vitesse. L'approche retenue utilise un filtre de Kalman étendu et à état virtuel dont le principe de construction a été décrit au chapitre 4 dans le cadre de l'estimation de vitesse d'une machine asynchrone basée sur son modèle dynamique. Les résultats de simulation sont complétés par des résultats expérimentaux en boucle ouverte pour valider l'approche retenue.

Une partie des résultats de ce chapitre a fait l'objet d'un article au congrès IEEE ICASSP 2001 [HIL01A] et d'un rapport interne [HIL01B] apportant des informations complémentaires à l'article.

5.5.2 Etude du phénomène physique

Afin de valider l'expression d'évolution des raies du spectre en fonction de la vitesse de rotation mécanique définie à l'équation (5.1), nous avons effectué l'acquisition du courant statorique pour différentes vitesses de rotation.

5.5.2.1 Mesure expérimentale du courant à 159 tr/min

La figure (5.29) représente le spectre du courant statorique pour une vitesse de rotation de 159 tr/min, soit 2,65 Hz environ. La machine est alimentée par une source alternative de 50 Hz. On distingue notamment

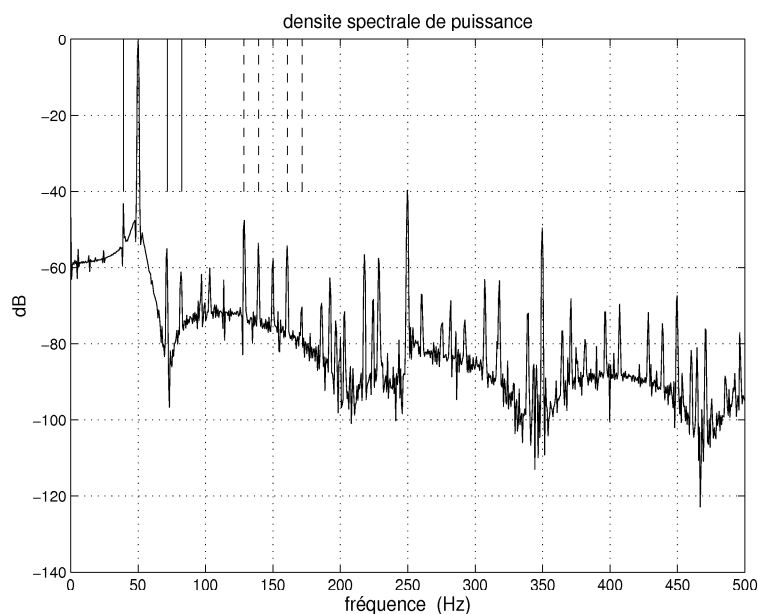


Figure 5.29: Analyse spectrale du courant statorique sur une phase pour une vitesse de rotation de 159 tr/min.

sur ce signal :

- des raies à 50, 150, 250 et $(2k + 1) \times 50$ Hz avec $k \in \mathbb{Z}$ dues aux harmoniques de l'alimentation électrique du moteur (convertisseur de puissance).

- des raies autour de ces harmoniques de courant espacées de 10, 5 Hz (par exemple traits pointillés ou continus), liées à la vitesse de rotation du moteur.

5.5.2.2 Mesure expérimentale du courant à 660 tr/min

Pour une vitesse de rotation de 660 tr/min (soit 11 Hz), on distingue sur ce signal (voir figure (5.30)) :

- des raies à 50, 150, 250 et $(2k + 1) \times 50$ Hz avec $k \in \mathbb{Z}$ dues aux harmoniques de l'alimentation électrique du moteur.
- des raies autour de ces harmoniques de courant espacées de 43, 5 Hz.

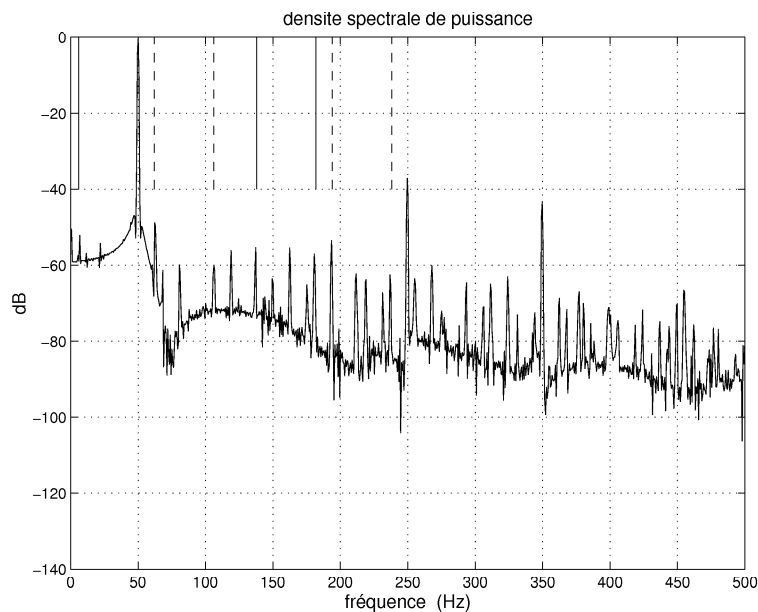


Figure 5.30: Analyse spectrale du courant statorique pour une vitesse de rotation de 660 tr/min.

5.5.2.3 Mesure expérimentale du courant à 1176 tr/min

Pour une vitesse de rotation de 1176 tr/min (soit 19, 6 Hz), on distingue sur ce signal (voir figure (5.31)) :

- des raies à 50, 150, 250 et $(2k + 1) \times 50$ Hz avec $k \in \mathbb{Z}$ dues aux harmoniques de l'alimentation électrique du moteur.
- des raies autour de ces harmoniques de courant espacées de 78 Hz.

5.5.2.4 Discussion

Les essais réalisés font apparaître que le spectre du courant d'alimentation d'une machine asynchrone est beaucoup plus riche que celui d'une machine à courant continu. La complexité du spectre de ce signal peut être considérée comme un inconvénient. Il est cependant possible d'utiliser les raies énumérées ci-dessous pour l'estimation de la vitesse de rotation du rotor [FER98, HUR96, HUR97].

L'exactitude des résultats présentés dans les publications est vérifiée puisque les raies qui apparaissent dans les différentes analyses spectrales sont situées à des fréquences de la forme $f_h = n_s f_s + n_r \frac{N_r}{p} f_m$ (voir §5.2). Les variables f_s et f_m correspondent respectivement à la fréquence de l'alimentation électrique

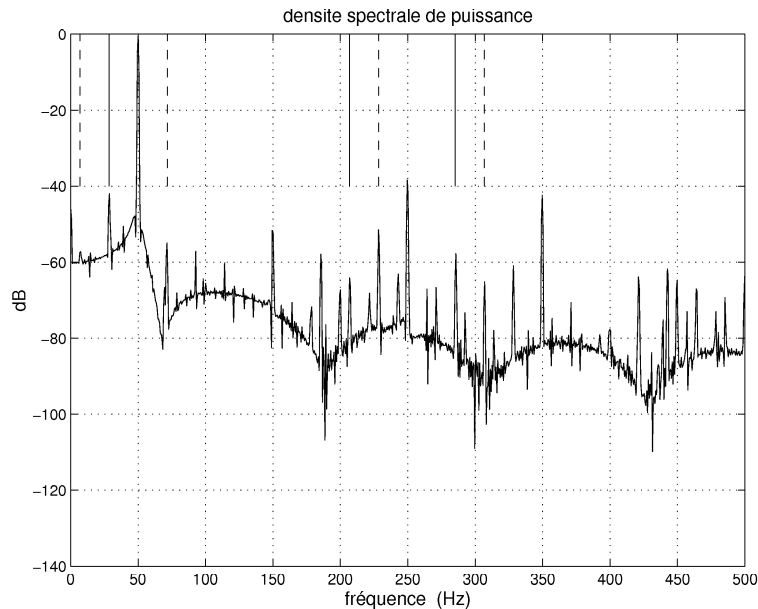


Figure 5.31: Analyse spectrale du courant statorique pour une vitesse de rotation de 1176 tr/min.

du stator (50 Hz lors des essais) et à la fréquence de rotation mécanique du rotor. N_r , égal à 4, est le nombre de barres rotoriques (ou nombre d'encoches dans le cas d'une machine asynchrone à rotor bobiné). n_s et n_r sont des multiples entiers.

Parmi tous les choix possibles pour les coefficients n_s et n_r , il semble que ceux qui prédominent soient les suivants :

n_s	1	1	1	3	3	3	3
n_r	-1	2	3	-2	-1	1	2

5.5.3 Etude de faisabilité

L'information recherchée réside dans la valeur de la fréquence "instantanée" de ces multiples composantes. Un modèle dynamique décrivant l'évolution d'un nombre important de raies permettrait certainement d'estimer très correctement la fréquence de rotation de la machine. Cet estimateur serait trop gourmand en temps de calcul à cause de la taille importante du système d'équations d'état. Le signal étudié doit être nécessairement la sortie d'un filtre numérique pour extraire au moins une harmonique utile comportant l'information de vitesse avec un coût de calcul faible [FER98]. L'estimation de la vitesse réside dans la conception de filtres numériques passe-bande (principalement) dont la fréquence centrale dépend de la vitesse de rotation de la machine afin d'extraire une ou plusieurs harmoniques importantes [FER98, HUR96, HUR97]. Les techniques utilisées dans [FER98, HUR96, HUR97] sont similaires à celles développées dans le cadre de l'estimation de la vitesse d'une machine à courant continu. Seules l'importance de l'amplitude du fondamental par rapport aux amplitudes des harmoniques et l'augmentation du nombre de raies compliquent la situation. Ainsi, les courants statoriques passent préalablement par deux filtres :

- Dans un premier temps, les courants harmoniques haute fréquence dus au convertisseur de puissance sont filtrés pour atténuer les bruits de mesure sur les estimations.
- Puis, un filtre coupe-bande centré sur la fréquence du fondamental atténue l'amplitude de celle-ci vis-à-vis des amplitudes des harmoniques d'encoche (voir §5.2).

Parmi l'ensemble des algorithmes d'estimation de la vitesse, deux techniques paraissent intéressantes :

- Les articles de K.D. Hurst et T.G. Habetler [HUR96, HUR97] proposent une décimation du signal filtré (recouvrement du spectre) pour construire un nouveau signal dont les fréquences des harmoniques d'encoche se superposent sur une raie unique. Cette technique, nommée SAA pour "Spectral Aliasing Algorithm", se traduit par une augmentation de l'amplitude de la raie utile par rapport aux autres harmoniques pour accroître la détectabilité des harmoniques d'encoche vis-à-vis des autres harmoniques. En somme, le rapport signal sur bruit est augmenté. L'algorithme SAA n'étant pas applicable pour l'estimation de la vitesse en régime transitoire, il est donc légitime d'adopter une méthode d'estimation similaire à celle développée pour la machine à courant continu et dont une solution est proposée dans l'article de A. Ferrah et *all* [FER98].
- Ces derniers auteurs proposent un estimateur de vitesse composé d'un ensemble de filtres numériques associés à un estimateur du maximum de vraisemblance récursif [AUG99A]. La réduction du nombre d'opérations arithmétiques et d'acquisitions du signal se traduit par un rafraîchissement plus rapide de l'estimation de vitesse permettant ainsi aux filtres numériques d'adapter leurs caractéristiques (bande-passante des filtres passe-bas, fréquence centrale des filtres coupe-bande, etc) en fonction de la vitesse de rotation estimée. Malgré le manque de robustesse des techniques adaptatives, elles permettent une estimation de la vitesse lors des transitoires.

L'objectif de l'estimateur fréquentiel proposé est l'estimation de la fréquence "instantanée" des deux raies les plus proches de la raie de fréquence 150 Hz et dont l'écart est proportionnel à la vitesse de rotation. Il permet de connaître la vitesse mécanique. Le modèle dynamique de l'estimateur aurait pu être basé sur un autre couple de raies, mais un compromis doit être respecté pour :

- réduire la période d'échantillonnage du signal en estimant la fréquence de raies basses fréquences.
- estimer la fréquence de raies "hautes fréquences" afin de s'éloigner de la composante fondamentale de forte amplitude vis-à-vis de l'amplitude des harmoniques d'encoche.

5.5.4 Estimateur fréquentiel

5.5.4.1 Introduction

Nous allons tout d'abord décrire le principe de l'estimateur fréquentiel proposé dont une des particularités est d'utiliser un filtre de Kalman modifié pour ne nécessiter qu'un nombre assez réduit d'opérations. Ceci permettra d'envisager son utilisation en tant que tâche supplémentaire d'un algorithme d'estimation de vitesse. L'approche retenue est ensuite validée avec des mesures expérimentales du courant statorique lors de régimes permanents et transitoires.

5.5.4.2 Principe théorique de l'estimateur proposé

Avant d'exposer en détail le principe de l'estimateur, il semble important d'en exposer le principe général représenté à la figure (5.32). Cet estimateur est constitué de six blocs dont certains sont en parallèle :

- Le premier bloc transpose les deux courants mesurés i_{s1} et i_{s2} dans un repère diphasé. C'est la transformation de Clarke bien connue.
- Les second et troisième blocs sont des filtres numériques (IIR) coupe-bande de fréquence centrale $\lambda_s = f_s T_e$ et de largeur de bande $\Delta\lambda_s$, l'un sur le courant $i_{s\alpha}$ et l'autre sur le courant $i_{s\beta}$. L'objectif de ces deux filtres est d'atténuer l'amplitude du fondamental de fréquence f_s par rapport aux harmoniques.

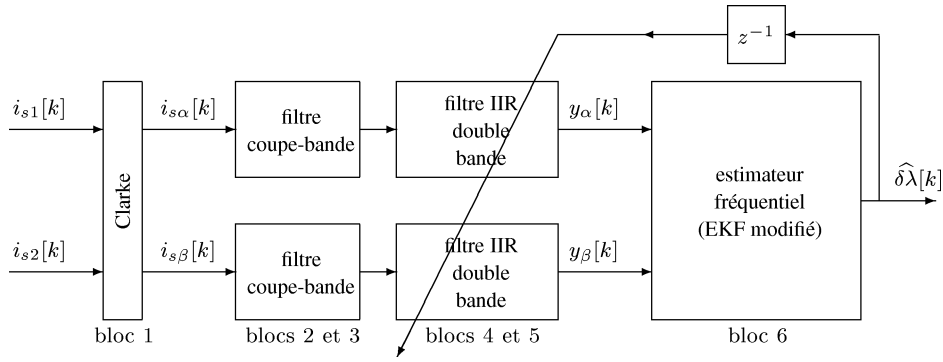


Figure 5.32: Principe de fonctionnement de l'estimateur de fréquence proposé.

- Les quatrième et cinquième blocs sont des filtres numériques (IIR) double bande de fréquence centrale $\lambda_0 + \delta\lambda$ et $\lambda_0 - \delta\lambda$ et de largeur de bande $\Delta\lambda$ dont un schéma de principe est représenté à la figure (5.33). L'objectif de ces deux filtres est de laisser passer uniquement deux harmoniques symétriques par rapport à l'harmonique de fréquence normalisée λ_0 .
- Les signaux y_{α} et y_{β} en sortie des deux filtres à double bande sont de la forme :

$$\begin{cases} y_{\alpha}[k] = A \cos(2\pi(\lambda_0 + \delta\lambda)k + \phi_a) + B \cos(2\pi(\lambda_0 - \delta\lambda)k + \phi_b) \\ y_{\beta}[k] = C \sin(2\pi(\lambda_0 + \delta\lambda)k + \phi_c) + D \sin(2\pi(\lambda_0 - \delta\lambda)k + \phi_d) \end{cases}$$

Le bloc fonctionnel "estimateur fréquentiel" estime la fréquence $\delta\lambda$, image de la vitesse de rotation mécanique.

Pour assurer le suivi des deux sinusoides, la fréquence instantanée $\hat{\delta\lambda}[k]$ est utilisée à l'instant suivant pour le calcul des fréquences centrales des filtres.

5.5.4.3 Choix techniques

5.5.4.3.1 Transformation de Clarke. La transformation de Clarke est une matrice de passage d'un système triphasé à un système diphasé équivalent. Dans le cas où seuls les courants i_{s1} et i_{s2} sont mesurés et l'on suppose que le réseau triphasé est équilibré, la matrice devient (voir chapitre 3, §5.3) :

$$\begin{pmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & 0 \\ \sqrt{2}/2 & \sqrt{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{s1} \\ i_{s2} \end{pmatrix}$$

L'utilisation de ces deux mesures en quadrature, au lieu d'une des deux mesures, augmente la quantité d'information injectée dans l'estimateur fréquentiel. Elles accroissent la précision et la capacité de poursuite de l'estimateur de fréquence.

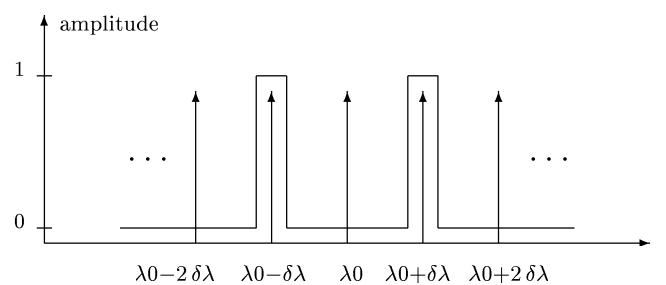


Figure 5.33: Représentation fréquentielle idéale d'un filtre double bande.

5.5.4.3.2 Choix des filtres coupe-bande. Les deux filtres double bande n'atténuant pas assez la composante fondamentale par rapport aux harmoniques d'encoche, deux filtres coupe-bande du second ordre de fréquence centrale λ_s sont ajoutés pour supprimer au mieux cette composante. Les figures (5.34) et (5.35) représentent respectivement la densité spectrale de puissance du courant statorique dans la phase 1 pour une vitesse de rotation du moteur de 180 tr/min et après le filtrage de la composante fondamentale.

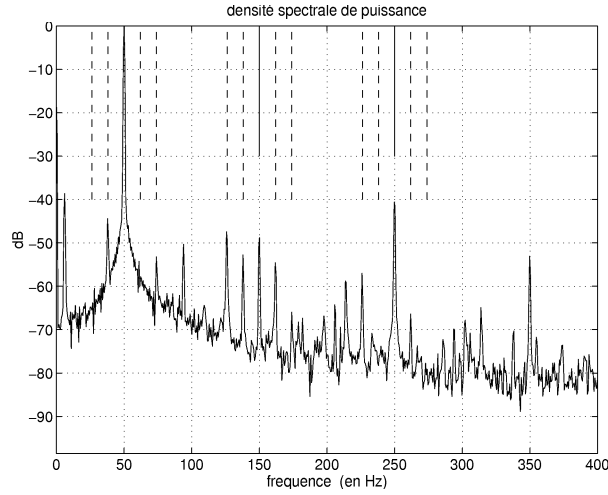


Figure 5.34: Densité spectrale de puissance du courant statorique dans la phase 1 pour une vitesse de rotation du moteur de 180 tr/min.

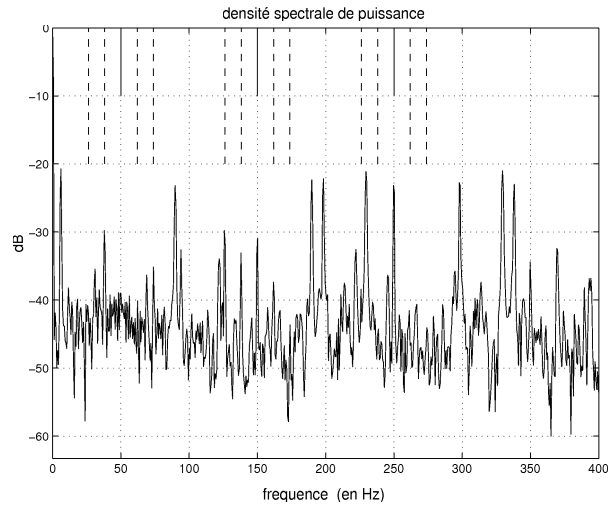


Figure 5.35: Densité spectrale de puissance du courant statorique dans la phase 1 suite au filtrage du fondamental.

Le filtre coupe-bande est réalisé à partir d'un filtre passe-tout à réponse impulsionnelle infinie (RII) du deuxième ordre [REG88] :

$$\mathcal{H}_{cb}(z) = \frac{\mathcal{Y}_1(z)}{\mathcal{X}(z)} = \frac{1}{2} (1 + \mathcal{H}_{pt}(z)) \quad (5.29)$$

$$\mathcal{H}_{pt}(z) = \frac{r^2 - (1 + r^2) \beta z^{-1} + z^{-2}}{1 - (1 + r^2) \beta z^{-1} + r^2 z^{-2}} \quad (5.30)$$

$$\text{avec } \beta = \cos(2\pi f_s T_e) \quad \text{et} \quad r^2 = \frac{1 - \tan(\pi \Delta \lambda)}{1 + \tan(\pi \Delta \lambda)}$$

La figure (5.36) montre la réponse fréquentielle du filtre pour une fréquence centrale λ_s de 0,02 (filtrage de la composante à 50 Hz) et une bande passante $\Delta\lambda = 0,012$.

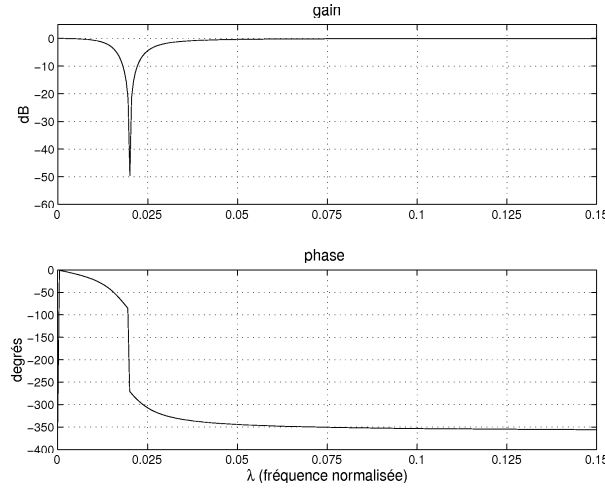


Figure 5.36: Réponse fréquentielle du filtre coupe-bande du second ordre.

5.5.4.3.3 Choix des filtres double bande. Les deux courants $i_{s\alpha}$ et $i_{s\beta}$ sont ensuite filtrés par deux filtres du second ordre identiques (RII). Ces filtres passe-bande double sont centrés sur les fréquences $\lambda_0 + \delta\lambda$ et $\lambda_0 - \delta\lambda$. Ils permettent d'extraire les deux raies importantes et atténuent la composante fondamentale et les harmoniques voisines de fréquences $\lambda_0 \pm 2\delta\lambda$.

Les filtres passe-bande double sont la réunion de deux filtres passe-bande déduits de deux filtres passe-tout à réponse impulsionnelle infinie définie précédemment et dont un schéma est représenté à la figure (5.37).

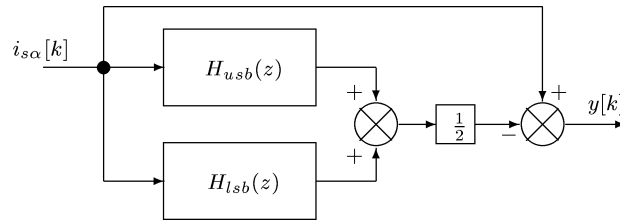
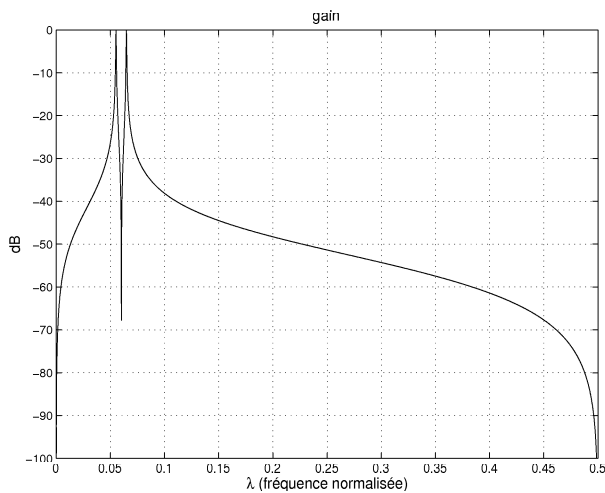


Figure 5.37: Schéma bloc des filtres double passe-bande du second ordre.

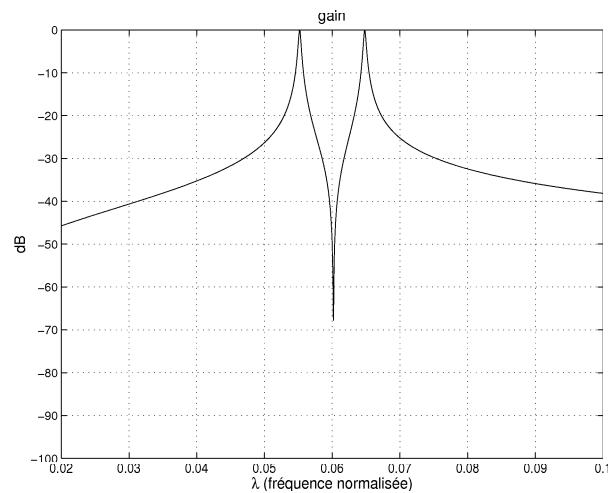
$$\mathcal{H}_{2b}(z) = 1 - \frac{1}{2} (\mathcal{H}_{lsb}(z) + \mathcal{H}_{usb}(z)) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \mathcal{H}_{lsb}(z) = \frac{r^2 - (1+r^2)\beta_{lsb}z^{-1} + z^{-2}}{1 - (1+r^2)\beta_{lsb}z^{-1} + r^2z^{-2}} \\ \mathcal{H}_{usb}(z) = \frac{r^2 - (1+r^2)\beta_{usb}z^{-1} + z^{-2}}{1 - (1+r^2)\beta_{usb}z^{-1} + r^2z^{-2}} \end{cases} \quad (5.31)$$

$$\beta_{lsb} = \cos(2\pi(\lambda_0 - \delta\lambda)), \quad \beta_{usb} = \cos(2\pi(\lambda_0 + \delta\lambda)), \quad r^2 = \frac{1 - \tan(\pi\Delta\lambda)}{1 + \tan(\pi\Delta\lambda)}$$

Le choix de ce type de filtre est justifié par le comportement approprié du filtre lorsque $\delta\lambda$ est proche de zéro (faible vitesse). Le filtre \mathcal{H}_{2b} se comporte alors quasiment comme un filtre passe-bande centré en λ_s afin de laisser passer les deux composantes utiles. D'autres solutions techniques ont conduit à une atténuation



(a)



Agrandissement entre la fréquence 0,02 et 0,1

Figure 5.38: Gain du filtre passe-bande double du second ordre pour $\Delta\lambda = 0.0004$, $\lambda_0 = 0.06$ et $\delta\lambda = 0.0048$.

des deux raies lorsque la fréquence $\delta\lambda$ tend vers zéro. La figure (5.38) montre la réponse fréquentielle du filtre pour $\Delta\lambda = 0.0004$, $\lambda_0 = 0.06$ et $\delta\lambda = 0.0048$.

La figure (5.39) représente respectivement la densité spectrale de puissance du courant statorique dans la phase 1 suite à l'extraction des deux raies, toujours dans le cas d'une vitesse de rotation mécanique de 180 tr/min. L'ensemble des filtres mis en œuvre permettent d'extraire les deux raies désirées, de supprimer la composante fondamentale et d'atténuer l'amplitude des autres harmoniques.

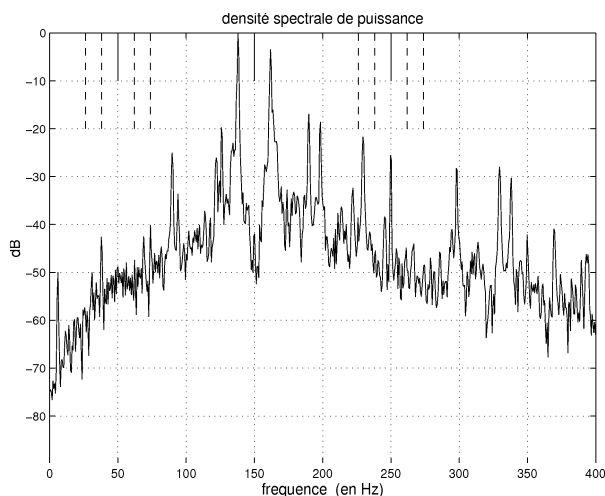


Figure 5.39: Densité spectrale de puissance du courant statorique dans la phase 1 en sortie des deux filtres passe-bande.

5.5.4.3.4 Choix de l'estimateur fréquentiel. Parmi l'ensemble des estimateurs de fréquence, le filtre de Kalman étendu (EKF) [GRE93] est une technique couramment utilisée pour estimer l'amplitude, la phase et la fréquence d'un signal composé d'une sinusoïde [BIT00, DAS00, KOO97, LAS96] ou de plusieurs sinusoïdes [KOO97, PAR90].

Le système d'équations d'état discret modélisant l'évolution des deux raies de fréquences normalisées

$\lambda_0 + \delta\lambda$ et $\lambda_0 - \delta\lambda$ selon les axes α et β est défini par :

$$A_d[k] = \begin{bmatrix} a_{11} & b_{11} & 0 & 0 \\ -b_{11} & a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{22} & b_{22} \\ 0 & 0 & -b_{22} & a_{22} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.32)$$

$$\text{avec} \quad \begin{cases} a_{11} = \beta_{usb}, & b_{11} = -\sin(2\pi(\lambda_0 + \delta\lambda)) \\ a_{22} = \beta_{lsb}, & b_{22} = -\sin(2\pi(\lambda_0 - \delta\lambda)) \end{cases} \quad (5.33)$$

Ce modèle est augmenté de la pulsation normalisée inconnue $\theta = 2\pi \delta\lambda$ dont l'évolution est considérée comme lentement variable $\theta[k+1] = \theta[k] + \nu[k]$. Ce modèle d'état d'ordre cinq nécessite un nombre important d'opérations arithmétiques (additions, multiplications et inversions d'une matrice 2×2 , voir tableau (5.4)) rédhibitoires pour l'implantation dans un processeur numérique de performance moyenne.

Ainsi, l'application d'un filtre de Kalman à état virtuel dont le principe a été présenté dans le chapitre précédent va permettre une réduction notable du coût algorithmique de l'estimateur. Le modèle discret représentant l'évolution des deux signaux selon les axes α et β vérifie les propriétés structurelles nécessaires pour appliquer l'algorithme efficace du filtrage de Kalman. En effet, les matrices A_d et C définies à l'équation (5.32) contiennent des sous-matrices de dimension 2×2 avec des termes égaux sur la diagonale et opposés sur l'anti-diagonale.

L'état supplémentaire noté θ_v dont l'évolution est aussi supposée lentement variable, permet de forcer la structure des matrices pour obtenir des symétries et anti-symétries nécessaires à l'application de l'algorithme efficace du filtrage de Kalman [HIL00A, HIL01A, HIL01B]. Le modèle d'état étendu aux deux pulsations θ et θ_v est non linéaire puisque la pulsation $\theta = 2\pi \delta\lambda$ apparaît dans le vecteur d'état et dans la matrice de transition. Ainsi, les matrices $F[k]$ et $H[k]$ sont définies par :

$$F[k] = \begin{bmatrix} & & f_1 & -f_2 \\ & A_d[k] & f_2 & f_1 \\ & & f_3 & -f_4 \\ & & f_4 & f_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad H[k] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

$$\text{avec} \quad (f_1 \ f_2 \ f_3 \ f_4)^t = \frac{\partial}{\partial \theta} (A_d[k] X[k|k])_{\theta[k|k]} \quad \text{et} \quad \begin{cases} f_1 = b_{11} x_{r\alpha}[k|k] - a_{11} x_{r\beta}[k|k] \\ f_2 = a_{11} x_{r\alpha}[k|k] + b_{11} x_{r\beta}[k|k] \\ f_3 = -b_{22} x_{l\alpha}[k|k] + a_{22} x_{l\beta}[k|k] \\ f_4 = -a_{22} x_{l\alpha}[k|k] - b_{22} x_{l\beta}[k|k] \end{cases} \quad (5.35)$$

Les termes x_r et x_l (r pour "right" et l pour "left") sont des vecteurs tournants aux fréquences normalisées $\lambda_0 - \delta\lambda$ et $\lambda_0 + \delta\lambda$ respectivement. Les variables $x_{r\alpha}$ et $x_{r\beta}$ représentent la projection du phaseur x_r selon les axes α et β , de même pour $x_{l\alpha}$ et $x_{l\beta}$.

Comme pour le filtre de Kalman optimal présenté au chapitre 3 et le filtre de Kalman étendu développé au chapitre 4, les équations matricielles sont décomposées en plusieurs équations scalaires récurrentes pour réduire le nombre d'opérations arithmétiques.

5.5.4.3.4.1 Etape de prédiction. La prédiction des cinq états principaux à partir du modèle d'état défini précédemment conduit aux équations suivantes :

$$\begin{aligned} x_{r\alpha}[k+1|k] &= a_{11} x_{r\alpha}[k|k] + b_{11} x_{r\beta}[k|k] \\ x_{r\beta}[k+1|k] &= -b_{11} x_{r\alpha}[k|k] + a_{11} x_{r\beta}[k|k] \\ x_{l\alpha}[k+1|k] &= a_{22} x_{l\alpha}[k|k] + b_{22} x_{l\beta}[k|k] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_{l\beta}[k+1|k] &= -b_{22} x_{l\alpha}[k|k] + a_{22} x_{l\beta}[k|k] \\ \theta[k+1|k] &= \theta[k|k]\end{aligned}$$

On ne prédit pas le sixième état noté θ_v puisque cet état virtuel n'a aucune relation avec les autres états.

5.5.4.3.4.2 Calcul de la variance de l'erreur de prédiction $P[k+1|k]$. Si l'on suppose, comme cela a été posé aux chapitres précédents, que les bruits de mesure des courants $i_{s\alpha}$ et $i_{s\beta}$ sont identiques et statistiquement orthogonaux, la matrice R est diagonale. Dans ce cas, seul le rapport Q/R est important. En l'absence d'information sur le couplage entre les grandeurs estimées, la dynamique du filtre est gouvernée par trois degrés de liberté $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ choisis de façon à réduire l'erreur d'estimation de la fréquence normalisée $\widehat{\delta\lambda}$, image de la vitesse de rotation mécanique.

Les deux premiers termes caractérisent les bruits d'état sur les composantes α et β du vecteur tournant x_r , les troisième et quatrième termes sur les composantes α et β du vecteur tournant x_l et les deux derniers termes sur la pulsation θ et la pulsation virtuelle θ_v .

Nous pouvons considérer les composantes selon les axes α et β comme étant statistiquement orthogonales. Il n'y a aucune raison de considérer chaque élément comme étant différent de l'élément en quadrature.

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad Q = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_3 \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

La matrice de variance-covariance d'erreur de prédiction est une matrice symétrique, définie positive et de dimension 6×6 . On peut constater par calcul analytique ou par simulation (voir chapitres 3 et 4) que certains termes sont égaux ou nuls, ce qui simplifie fortement l'expression de la matrice définie ci-dessous :

$$P[k+1|k] = \begin{bmatrix} P_{11} & 0 & P_{13} & P_{14} & P_{15} & P_{16} \\ 0 & P_{11} & -P_{14} & P_{13} & -P_{16} & P_{15} \\ P_{13} & -P_{14} & P_{33} & 0 & P_{35} & P_{36} \\ P_{14} & P_{13} & 0 & P_{33} & -P_{36} & P_{35} \\ P_{15} & -P_{16} & P_{35} & -P_{36} & P_{55} & 0 \\ P_{16} & P_{15} & P_{36} & P_{35} & 0 & P_{55} \end{bmatrix} \quad (5.37)$$

avec :

$$\begin{aligned}P_{11}[k+1|k] &= P_{11}[k|k] - 2x_{r\beta}[k|k]P_{15}[k|k] - 2x_{r\alpha}[k|k]P_{16}[k|k] + (x_{r\alpha}^2[k|k] + x_{r\beta}^2[k|k])P_{55}[k|k] + \alpha_1 \\ S_1[k+1] &= a_{11}a_{22} + b_{22}b_{11} \\ S_2[k+1] &= a_{11}b_{22} + a_{22}b_{11} \\ S_3[k+1] &= P_{13}[k|k] + x_{l\beta}[k|k]P_{15}[k|k] + x_{l\alpha}[k|k]P_{16}[k|k] - x_{r\beta}[k|k]P_{35}[k|k] \\ &\quad - x_{r\alpha}[k|k]P_{36}[k|k] - (x_{r\alpha}[k|k]x_{l\alpha}[k|k] + x_{r\beta}[k|k]x_{l\beta}[k|k])P_{55}[k|k] \\ S_4[k+1] &= P_{14}[k|k] - x_{l\alpha}[k|k]P_{15}[k|k] + x_{l\beta}[k|k]P_{16}[k|k] \\ &\quad - x_{r\alpha}[k|k]P_{35}[k|k] - x_{r\beta}[k|k]P_{36}[k|k] \\ &\quad + (x_{r\beta}[k|k]x_{l\alpha}[k|k] - x_{r\alpha}[k|k]x_{l\beta}[k|k])P_{55}[k|k] \\ P_{13}[k+1|k] &= S_1[k+1]S_3[k+1] + S_2[k+1]S_4[k+1] \\ P_{14}[k+1|k] &= S_1[k+1]S_4[k+1] - S_2[k+1]S_3[k+1]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{33}[k+1|k] &= P_{33}[k|k] + 2 x_{l\beta}[k|k] P_{15}[k|k] + 2 x_{l\alpha}[k|k] P_{16}[k|k] + (x_{l\alpha}^2[k|k] + x_{l\beta}^2[k|k]) P_{55}[k|k] + \alpha_2 \\
S_5[k+1] &= P_{16}[k|k] - x_{r\alpha}[k|k] P_{55}[k|k] \\
S_6[k+1] &= P_{15}[k|k] - x_{r\beta}[k|k] P_{55}[k|k] \\
P_{15}[k+1|k] &= a_{11} S_6[k+1] - b_{11} S_5[k+1] \\
P_{16}[k+1|k] &= a_{11} S_5[k+1] + b_{11} S_6[k+1] \\
S_7[k+1] &= P_{35}[k|k] + x_{l\beta}[k|k] P_{55}[k|k] \\
S_8[k+1] &= P_{36}[k|k] + x_{l\alpha}[k|k] P_{55}[k|k] \\
P_{35}[k+1|k] &= a_{22} S_7[k+1] - b_{22} S_8[k+1] \\
P_{36}[k+1|k] &= a_{22} S_8[k+1] + b_{22} S_7[k+1] \\
P_{55}[k+1|k] &= P_{55}[k|k] + \alpha_3
\end{aligned}$$

On constate que le nombre de valeurs distinctes est réduit à neuf coefficients au lieu de quinze dans le cas d'un filtre de Kalman classique étendu à la fréquence seule. L'étude des redondances entre les expressions permet de réduire de manière importante la complexité algorithmique.

5.5.4.3.4.3 Calcul des gains de correction $K[k+1]$. La matrice de gain est une matrice de dimension 6×2 définie par :

$$K^t = \begin{bmatrix} K_{11} & -K_{12} & K_{13} & K_{12} & K_{15} & K_{16} \\ K_{12} & K_{11} & -K_{12} & K_{13} & -K_{16} & K_{15} \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

avec

$$\begin{aligned}
S_9[k+1] &= 1 \quad / \quad (P_{11}[k+1|k] + 2 P_{13}[k+1|k] + P_{33}[k+1|k] + 1) \\
K_{11}[k+1] &= (P_{11}[k+1|k] + P_{13}[k+1|k]) S_9[k+1] \\
K_{13}[k+1] &= (P_{13}[k+1|k] + P_{33}[k+1|k]) S_9[k+1] \\
K_{14}[k+1] &= P_{14}[k+1|k] S_9[k+1] \\
K_{15}[k+1] &= (P_{15}[k+1|k] + P_{35}[k+1|k]) S_9[k+1] \\
K_{16}[k+1] &= (P_{16}[k+1|k] + P_{36}[k+1|k]) S_9[k+1]
\end{aligned}$$

Le coût de calcul de la matrice de correction est très faible (comme aux chapitres 3 et 4) par rapport à un calcul brut de l'expression $K = P C^t (C P C^t + R)^{-1}$ où il est nécessaire de réaliser plusieurs multiplications de matrices et une inversion d'une matrice de dimension deux pour calculer chaque élément de la matrice.

5.5.4.3.4.4 Estimation des états. L'étape d'estimation des états consiste à comparer les prédictions aux mesures sortant des filtres numériques et d'effectuer une correction :

$$\begin{aligned}
\epsilon_\alpha[k+1] &= y_\alpha[k+1] - x_{r\alpha}[k+1|k] - x_{l\alpha}[k+1|k] \\
\epsilon_\beta[k+1] &= y_\beta[k+1] - x_{r\beta}[k+1|k] - x_{l\beta}[k+1|k] \\
x_{r\alpha}[k+1|k+1] &= x_{r\alpha}[k+1|k] + K_{11} \epsilon_\alpha[k+1] + K_{14} \epsilon_\beta[k+1] \\
x_{r\beta}[k+1|k+1] &= x_{r\beta}[k+1|k] - K_{14} \epsilon_\alpha[k+1] + K_{11} \epsilon_\beta[k+1]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x_{l\alpha}[k+1|k+1] &= x_{l\alpha}[k+1|k] + K_{13} \epsilon_\alpha[k+1] - K_{14} \epsilon_\beta[k+1] \\
x_{l\beta}[k+1|k+1] &= x_{l\beta}[k+1|k] + K_{14} \epsilon_\alpha[k+1] + K_{13} \epsilon_\beta[k+1] \\
\theta[k+1|k+1] &= \theta[k|k] + K_{15} \epsilon_\alpha[k+1] - K_{16} \epsilon_\beta[k+1]
\end{aligned}$$

5.5.4.3.4.5 Calcul de la variance de l'erreur d'estimation. La matrice de variance-covariance d'erreur d'estimation est une matrice dont les propriétés structurelles et la dimension sont identiques à celles de la matrice de variance-covariance d'erreur de prédiction. Une décomposition analytique de l'équation $P[k+1|k+1] = P[k+1|k] - K[k+1] C P[k+1|k]$ conduit aux expressions suivantes :

$$\begin{aligned}
S_{10}[k+1] &= K_{14}[k+1] P_{14}[k+1|k] \\
S_{11}[k+1] &= P_{13}[k+1] + P_{33}[k+1|k] \\
P_{11}[k+1|k+1] &= P_{11}[k+1|k] - S_{10}[k+1] - K_{11}[k+1] (P_{11}[k+1|k] + P_{13}[k+1|k]) \\
P_{33}[k+1|k+1] &= P_{33}[k+1|k] - K_{13}[k+1] S_{11}[k+1] - S_{10}[k+1] \\
P_{13}[k+1|k+1] &= P_{13}[k+1|k] - K_{11}[k+1] S_{11}[k+1] + S_{10}[k+1] \\
P_{14}[k+1|k+1] &= P_{14}[k+1|k] - K_{11}[k+1] P_{14}[k+1|k] - K_{14}[k+1] S_{11}[k+1] \\
S_{12}[k+1] &= P_{15}[k+1] + P_{35}[k+1|k] \\
S_{13}[k+1] &= P_{16}[k+1] + P_{36}[k+1|k] \\
P_{15}[k+1|k+1] &= P_{15}[k+1|k] - K_{11}[k+1] S_{12}[k+1] + K_{14}[k+1] S_{13}[k+1] \\
P_{16}[k+1|k+1] &= P_{16}[k+1|k] - K_{11}[k+1] S_{13}[k+1] - K_{14}[k+1] S_{12}[k+1] \\
P_{35}[k+1|k+1] &= P_{35}[k+1|k] - K_{13}[k+1] S_{12}[k+1] - K_{14}[k+1] S_{13}[k+1] \\
P_{36}[k+1|k+1] &= P_{36}[k+1|k] - K_{13}[k+1] S_{13}[k+1] + K_{14}[k+1] S_{12}[k+1] \\
P_{55}[k+1|k+1] &= P_{55}[k+1|k] - K_{15}[k+1] S_{12}[k+1] - K_{16}[k+1] S_{13}[k+1]
\end{aligned}$$

Dans ce cas d'application, le développement analytique de l'équation matricielle $P[k+1|k+1] = P[k+1|k] - K[k+1] C P[k+1|k]$ en plusieurs équations récurrentes met en évidence un nombre important de redondances qu'il est bon d'exploiter.

5.5.4.3.4.6 Coût algorithmique. La recherche des doublons est effectuée comme dans le cas d'un filtre de Kalman linéaire pour réduire au mieux le nombre d'opérations dans les expressions récurrentes. La complexité algorithmique du filtre de Kalman étendu modifié est comparée à un filtre de Kalman étendu classique (termes entre parenthèses). L'implantation de ce dernier utilise les équations brutes du filtre (voir équations (1.2) et (1.3) chapitre un). Les résultats sont donnés dans le tableau (5.4).

Le nombre d'opérations pour actualiser les états du filtre proposé est de 213 comparé aux 1211 opérations nécessaires pour un filtre de Kalman classique étendu à la fréquence seule programmé de manière "brute".

5.5.4.4 Eléments d'appréciation

L'estimateur étant fortement non linéaire, les simulations numériques sont importantes pour caractériser les performances de l'estimateur. Le signal est composé de cinq composantes d'amplitudes égales et de fréquences normalisées λ_0 , $\lambda_0 \pm \delta\lambda$ et $\lambda_0 \pm 2\delta\lambda$.

La figure (5.40) représente l'évolution en fonction du RSB de l'écart quadratique moyen au bout de 5 s de simulation avec une fréquence d'échantillonnage de 2,5 kHz (soit 12500 points) calculé sur 50

Calcul de	Nombre de multiplications et d'inversions	Nombre d'additions et de soustractions
two-band filters	22	30
A_d	24 (40)	24 (48)
F	0 (8)	0 (4)
$X[k+1 k]$	8 (16)	4 (12)
$P[k+1 k]$	45 (250)	33 (225)
$K[k+1]$	7 (146)	7 (111)
$P[k+1 k+1]$	16 (165)	22 (145)
$\begin{bmatrix} X[k+1 k+1] \\ \Theta[k+1 k+1] \end{bmatrix}$	10 (20)	14 (20)
Total	109 (645)	104 (566)

Tableau 5.4: Nombre d'opérations pour le calcul du filtre de Kalman étendu à état virtuel.

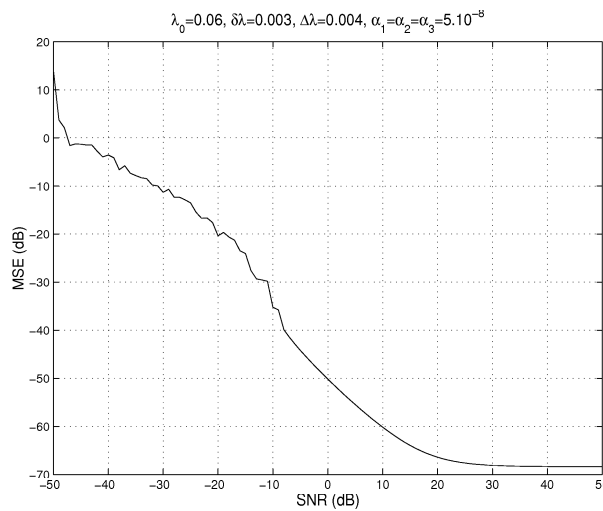


Figure 5.40: Ecart quadratique moyen en fonction du RSB.

réalisations du bruit. Cette figure montre un comportement satisfaisant de l'estimateur dès que le RSB dépasse -10 dB.

Pour illustrer les capacités de poursuite de l'estimateur, la figure (5.41) montre les estimations de $\widehat{\delta\lambda}$ lors de variations linéaires ou abruptes de $\delta\lambda$ avec un RSB de 0 dB. Une inhibition sur 250 points de l'estimation de $\widehat{\delta\lambda}$ lors d'un régime permanent permet d'éviter un démarrage brutal de l'estimateur lorsque la matrice de variance-covariance d'erreur d'estimation initiale est mal choisie. Cette simulation est équivalente à une variation de la vitesse mécanique de 375 tr/min à 562, 750, 937 et 1125 tr/min respectivement.

5.5.4.5 Application de l'estimateur à des signaux réels

L'objectif de cette section est de valider l'estimateur fréquentiel par des signaux réels échantillonnés à 2,5 kHz et de définir les limites d'utilisation d'une telle méthode pour l'estimation de la vitesse d'une machine asynchrone à cage d'écureuil de 0,7 kW (machine asynchrone du GE44, voir annexe 3).

L'objectif des deux filtres double bande est de laisser passer uniquement deux harmoniques symétriques par rapport à l'harmonique de fréquence $\lambda_0 = n_s f_s T_e$ avec $n_s = 3$. En effet, l'équation analytique traduisant l'évolution des fréquences des harmoniques d'encoche (voir équation (5.1)) montre que les raies dont la fréquence dépend de la vitesse de rotation mécanique sont symétriques deux-à-deux par rapport à une raie de fréquence $n_s f_s$. Parmi l'ensemble des raies dépendant de la vitesse, nous avons choisi d'estimer

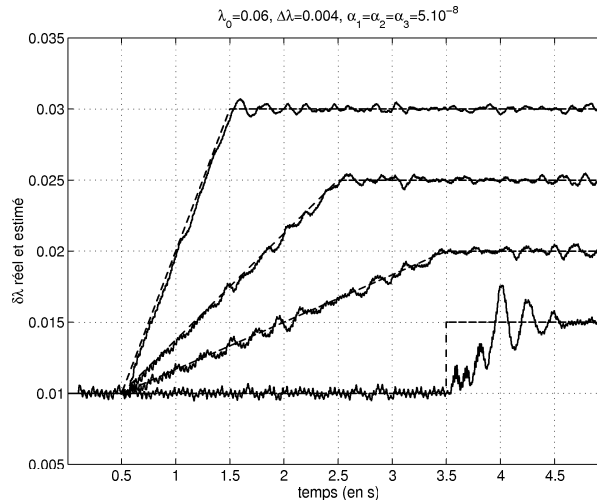


Figure 5.41: Capacité de poursuite de l'estimateur fréquentiel.

la fréquence des deux raies les plus proches de la raie de fréquence $3 f_s$, ce qui donne $n_s = 3$ et $n_r = \pm 1$.

5.5.4.5.1 Application à l'estimation de la vitesse en régime permanent. Les figures (5.42.a) et (5.42.b) représentent l'évolution de la vitesse estimée par l'estimateur fréquentiel (traits pointillés) et celle de la vitesse de rotation "réelle" (trait continu) obtenue par un estimateur de vitesse simple (voir chapitre deux, §2.3.3.1) [GAY96, SER00] :

$$\hat{\Omega}[k] = \frac{\theta[k] - \theta[k - 12]}{12 T_s} \quad (5.39)$$

Les résultats expérimentaux ont été obtenus avec les réglages suivants :

- filtre coupe-bande (atténuation de la composante fondamentale) : $\Delta\lambda = 0,012$,
- filtre double passe-bande : $\Delta\lambda = 0,0004$,
- filtre de Kalman à état virtuel : $\alpha_1 = \alpha_2 = 0.005$ et $\alpha_3 = 0.1$

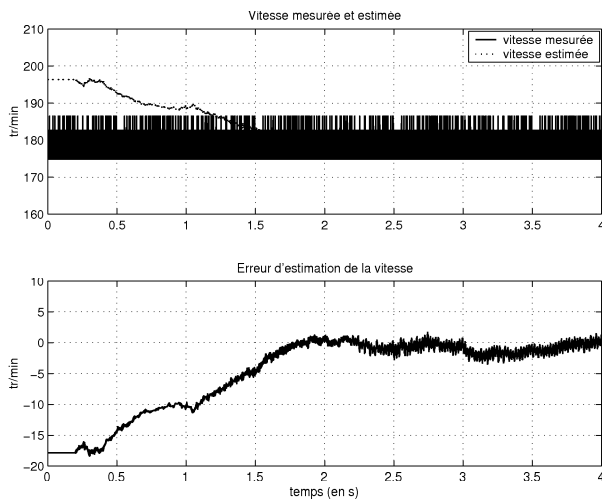
L'estimation de la vitesse n'est pas injectée dans les deux filtres numériques adaptatifs pendant une période de 500 fois la période d'échantillonnage, soit 100 ms, afin d'éviter un démarrage brutal du filtre et donc une dérive possible (divergence possible due à l'initialisation du filtre passe-bande).

Ces figures mettent en évidence la possibilité d'estimer la vitesse de rotation d'une machine asynchrone en régime permanent avec des erreurs initiales d'estimation de la vitesse de 17 et 25 tr/min respectivement. L'estimateur de vitesse converge vers la valeur "vraie" de la vitesse mécanique en moins d'une seconde et la variance de l'estimation de vitesse est bien plus faible que celle obtenue par l'estimateur conventionnel (voir équation 5.39).

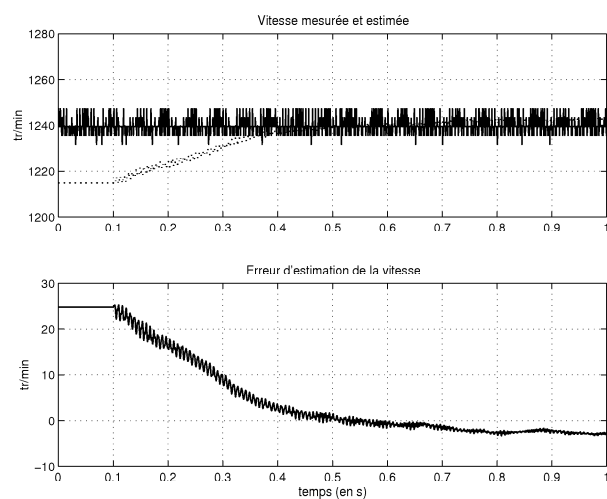
On constate toutefois que l'estimation de vitesse est biaisée, ceci étant une caractéristique intrinsèque au filtrage de Kalman étendu [LJU79].

5.5.4.5.2 Application à l'estimation de la vitesse en régime transitoire. La figure (5.43.a) représente la vitesse mesurée et estimée, ainsi que l'erreur d'estimation lors d'un transitoire de vitesse entre 1000 et 800 tr/min. Les erreurs d'estimation restent assez faibles (moins de 30 tr/min).

Le réglage des filtres dans ce type de configuration est identique aux réglages retenus lors de l'estimation de vitesse en régime permanent. Les caractéristiques des filtres n'ont donc pas à être modifiées en fonction du type de fonctionnement (régime permanent ou dynamique) comme cela est effectué dans [FER98].

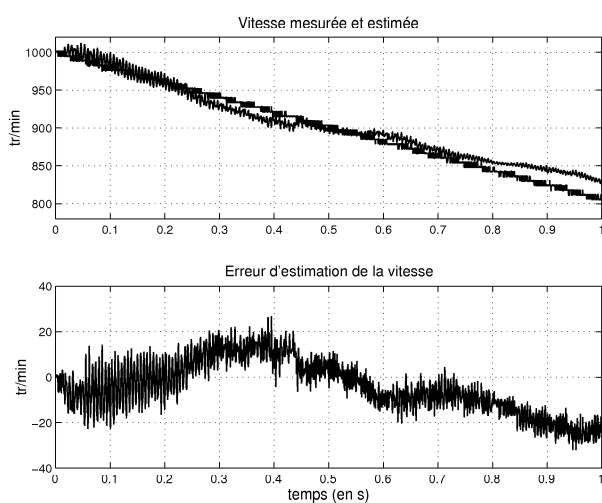


(a) vitesse de rotation 180 tr/min

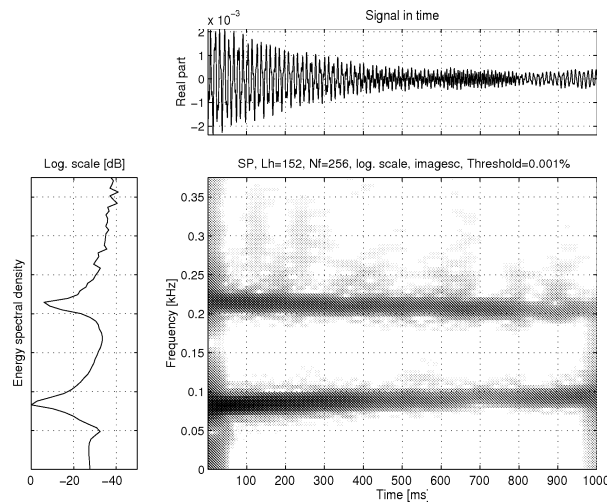


(b) vitesse de rotation 1240 tr/min

Figure 5.42: Vitesse mesurée et estimée lors d'un fonctionnement du moteur en régime permanent.



(a) transitoire de vitesse entre 1000 et 800 tr/min



(b) Représentation temps-fréquence du signal en sortie du filtre double passe-bande

Figure 5.43: Vitesse mesurée et estimée lors d'un fonctionnement du moteur en régime transitoire.

La figure (5.43.b) est une représentation temps-fréquence du signal en sortie du filtre double bande lors du régime transitoire proposé. L'énergie des deux composantes varie au cours du temps. Le filtre proposé réduit donc les risques de divergence grâce à la redondance obtenue par une modélisation de deux raies, tout en ne nécessitant qu'un nombre assez réduit d'opérations.

5.5.5 Conclusion et perspectives

Dans les paragraphes précédents, nous avons présenté le principe d'un nouvel algorithme d'estimation de fréquence dont l'objectif est l'estimation de la vitesse d'une machine asynchrone par l'analyse spectrale des courants statoriques.

Les résultats de simulation préliminaires sont étayés de quelques résultats expérimentaux effectués hors-ligne validant l'approche retenue. Les premiers tests expérimentaux montrent la capacité de l'estimateur à estimer la vitesse de rotation mécanique en régime permanent avec des erreurs d'initialisation, ainsi qu'en régime dynamique par un choix adapté des caractéristiques des filtres. Toutefois, le principe adopté pour l'estimation de la vitesse n'est pas applicable aux basses vitesses puisque les raies se rapprochent de plus en plus jusqu'à se superposer à vitesse nulle. De plus, cet estimateur ne permet pas de discriminer le sens

de rotation de la machine. Il serait donc logique d'adjoindre à cet estimateur un autre estimateur de vitesse basé sur le modèle dynamique de la machine lui précisant le sens de rotation mécanique, comme pour la commande sans capteur de la machine à courant continu $\omega'_f = \text{signe}(\omega_{\text{second estimateur}}) \times \omega_f$ afin de bénéficier de la complémentarité de ces deux estimateurs.

5.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré la complémentarité des estimateurs fréquentiels pour l'estimation de la vitesse par rapport aux estimateurs classiques basés sur un modèle dynamique des machines. En résumé, voici les avantages et inconvénients des estimateurs fréquentiels :

- Avantages :
 - Une indépendance vis-à-vis des paramètres électriques et magnétiques. L'estimation dépend seulement de la géométrie de la machine. Ceci assure un écart nul entre la vitesse de référence et la vitesse mécanique réelle lors des régimes permanents et des régimes transitoires lents. Ce dernier point est, en effet, quasiment "impossible" à obtenir avec un estimateur d'état utilisant les paramètres physiques du moteur.
 - Ces estimateurs nécessitent un nombre assez réduit d'opérations arithmétiques afin d'envisager leur implantation sur des processeurs de moyenne performance ou comme tâches supplémentaires pour accroître les performances des variateurs de vitesse.
- Inconvénients :
 - La technique d'estimation proposée est basée sur l'adaptation des caractéristiques de filtres (fréquence centrale, etc) en fonction de la vitesse estimée, entraînant ainsi des risques de divergence.
 - L'analyse spectrale montre que la fréquence des harmoniques ne dépend pas du sens de rotation de la machine. Ainsi, il est nécessaire d'adjoindre à l'estimateur fréquentiel (estimateur de vitesse) une information sur le sens de rotation de la machine pour envisager une commande sans capteur mécanique.

Nous avons présenté dans la partie consacrée à la machine à courant continu, un algorithme de commutation entre un estimateur fréquentiel et un estimateur basé sur le modèle dynamique de la machine. Cet algorithme permet d'assurer une erreur de traînage nulle en régime permanent via l'estimateur fréquentiel, ainsi que d'importantes variations de vitesse via le second estimateur.

Dans le cas de la machine asynchrone, il serait intéressant de concevoir un algorithme de commutation pour fusionner les estimateurs et envisager l'estimation des paramètres de la machine. Durant les régimes permanents, la vitesse estimée par l'estimateur fréquentiel serait injectée dans l'estimateur étendu à la vitesse et aux paramètres. Elle remplacerait l'estimation de la vitesse obtenue par ce dernier afin d'effectuer des estimations plus précises des paramètres de la machine. De plus, la connaissance assez parfaite des paramètres améliorerait la qualité de l'estimation de vitesse lorsque l'estimateur étendu à la vitesse et aux paramètres serait autonome, d'où l'intérêt de fusionner des estimateurs ayant des caractéristiques opposées.

Conclusion et perspectives

Devant la préoccupation croissante des constructeurs de variateurs de vitesse de restreindre le nombre de capteurs de mesure pour diminuer le coût de revient et le coût de maintenance, il devient nécessaire de développer des estimateurs dont la complexité algorithmique soit la plus faible possible. Notre travail a porté sur l'application du filtre de Kalman et des estimateurs fréquentiels à l'estimation de la vitesse des machines électriques pour réaliser des commandes robustes avec ou sans capteur mécanique avec un coût algorithmique maîtrisé.

L'étude bibliographique établie au chapitre 1 a permis de mettre en facteur les points les plus problématiques du filtrage de Kalman, le temps de calcul et le réglage.

La mise en œuvre du filtre de Kalman est généralement effectuée en Génie Electrique dans sa version traditionnelle (chapitre 1, §1.3.3) excessivement gourmande en temps de calcul afin d'actualiser les matrices de variance-covariance de taille importante. Pour cette raison, nous avons modifié la méthode de conception de ce filtre et l'avons nommée : filtre de Kalman à état virtuel (chapitres 4 et 5). Cet estimateur original n'a toutefois pas les mêmes performances dynamique et statique à basse vitesse. Le flux rotorique estimé oscille à basse vitesse et les erreurs d'estimation de la vitesse sont plus importantes lors des transitoires que pour le filtre standard. Cependant, la minimisation très importante du coût algorithmique de ce filtre modifié justifie son industrialisation. En effet, l'application de ce nouveau filtre peut être envisagée dans les variateurs de vitesse de faible puissance où les cartes électroniques représentent une bonne partie du coût de revient.

Il est possible néanmoins de conserver les équations traditionnelles du filtrage de Kalman tout en réduisant la complexité algorithmique. Dans ce contexte, nous avons appliqué le filtrage de Kalman à deux niveaux et à deux périodes d'échantillonnage pour l'estimation de la vitesse mécanique [HSI99, HSI00]. Cet estimateur a comme principaux avantages :

- une réduction du coût de calcul, bien que moins importante que celle du filtre de Kalman à état virtuel,
- une écriture séparée des équations d'évolution de l'état étendu et de l'état "principal" pour une programmation aisée de la multi-cadence des états.

Nous avons également optimisé le réglage du filtre de Kalman. Un principe de pré-réglage des degrés de liberté du filtre est proposé (chapitres 2, 3 et 4). La dynamique de l'estimateur est réglée en fonction de la dynamique des grandeurs régulées (courant, flux et vitesse), des bruits de mesure et des incertitudes paramétriques. Ce réglage permet de rendre l'estimateur robuste aux variations paramétriques et d'éviter des instabilités lorsque les estimations sont incluses dans les boucles de régulation (pour les systèmes non-linéaires).

Pour ne pas être soumis aux incertitudes paramétriques du modèle, le contenu spectral des courants statoriques consommés par le moteur a été analysé. Ces courants portent l'information de vitesse à cause des saillances mécaniques et magnétiques du rotor. Des outils de l'analyse spectrale paramétrique (à faible coût algorithmique) ont été appliqués pour le développement d'estimateurs de vitesse d'une machine à courant continu et d'une machine asynchrone (chapitre 5). Dans les deux cas, les résultats expérimentaux montrent

que l'estimation de la vitesse n'est pas biaisée en régime permanent.

Cependant, les fonctionnements à basse vitesse et la capacité de poursuite ne sont pas aussi performants que ceux d'estimateurs construits à partir du modèle dynamique de la machine. L'interconnection de deux estimateurs complémentaires, un estimateur fréquentiel et un estimateur basé sur le modèle dynamique (chapitre 5) a été mise en œuvre pour palier les inconvénients de chacun. Cet algorithme de commutation permet d'assurer une erreur de traînage nulle en régime permanent via l'estimateur fréquentiel, ainsi que d'importantes variations de vitesse via le second estimateur. Cette stratégie de pilotage a été testée expérimentalement avec succès pour une commande sans capteur mécanique d'une machine à courant continu.

Ces résultats expérimentaux encourageants n'excluent pas certains compléments qui peuvent être apportés à notre travail :

En ce qui concerne la complexité algorithmique, il serait intéressant d'appliquer le filtre de Kalman multi-niveaux pour l'estimation conjointe du flux, de la vitesse mécanique et des paramètres électriques avec des périodes d'échantillonnages différentes. Le coût algorithmique de cet estimateur sera faible par rapport à celui du filtre de Kalman standard et les estimations seront réactualisées en fonction de leur dynamique.

Par ailleurs, dans le cas de la machine asynchrone, un algorithme de commutation analogue à celui utilisé pour la commande sans capteur mécanique d'une machine à courant continu serait à développer. Durant les régimes permanents, la vitesse estimée par l'estimateur fréquentiel serait injectée dans l'estimateur étendu à la vitesse et aux paramètres. Elle remplacerait l'estimation de la vitesse obtenue par ce dernier afin d'effectuer des estimations plus précises des paramètres de la machine. De plus, la connaissance assez parfaite des paramètres améliorerait la qualité de l'estimation de vitesse lorsque l'estimateur étendu à la vitesse et aux paramètres serait autonome, d'où l'intérêt de fusionner des estimateurs ayant des caractéristiques opposées. Cette stratégie laisse prévoir des améliorations de la précision des estimations de vitesse.

Annexes

Annexe

Annexe 1

Commande vectorielle de la machine asynchrone

1.1 Introduction

La commande vectorielle est apparue pour la première fois dans les travaux de Blaschke [BLA72], Leonhard en développa ensuite les principes [LEO96]. La commande vectorielle consiste à orienter le vecteur flux selon un axe privilégié [CAR95, VAS98]. Elle est également appelée commande du flux orienté (FOC : Field Oriented Control).

Les premières réalisations utilisaient des régulateurs analogiques. Ceux-ci ne permettaient pas de mettre clairement en avant les avantages de la commande vectorielle par rapport aux commandes scalaires. L'obtention d'un couple électromagnétique, par exemple, n'était pas garantie aux basses vitesses. Le développement des micro-contrôleurs et processeurs de traitement numérique du signal a permis à la commande vectorielle de "s'épanouir" et de devenir un classique. Elle permet d'accroître les performances des moteurs électriques et/ou de mettre en évidence la qualité d'un produit par rapport aux concurrents. Aujourd'hui, ces commandes sont de plus en plus appliquées dans l'industrie (machine à laver, traction ferroviaire, propulsion,...). Bien entendu, leurs performances sont différentes en fonction du prix que les clients sont prêts à accepter pour obtenir la fonction désirée.

Si beaucoup de problèmes ont été résolus avec l'apport de la commande vectorielle (contrôle du couple), elle ne permet pas un pilotage du couple aussi aisé que dans le cas de la machine à courant continu. En effet, les machines à courant continu (MCC) ont une qualité intrinsèque, le flux magnétique et le couple sont séparés. Ainsi le couple électromagnétique dépend du courant dans l'inducteur (stator) et du flux, fonction du courant d'excitation. Cela signifie que le couple n'intervient pas dans l'expression du flux comme c'est le cas pour les machines alternatives. Cette qualité explique l'utilisation intensive dans le passé des MCC dans la traction ferroviaire (MCC à excitation série) et la robotique (MCC à excitation séparée).

1.2 Principe de la commande vectorielle par flux orienté

L'expression du couple électromagnétique défini à l'équation (1.1) montre qu'il peut s'obtenir par un produit scalaire (voir équation (1.2)) en orientant un des axes du repère de Park suivant le vecteur flux rotorique, c'est à dire en annulant une des composantes du vecteur flux rotorique.

$$C_{em} = p \frac{M_{sr}}{L_r} (\phi_{rd} I_{sq} - \phi_{rq} I_{sd}) \quad (1.1)$$

Si on considère l'expression instantanée du couple électromagnétique, celle-ci se réécrit de la manière suivante :

$$\Phi_{rq} = 0 \text{ Wb} \implies C_{em} = p \frac{M_{sr}}{L_r} \Phi_{rd} i_{sq} \quad (1.2)$$

Les équations de la machine asynchrone dans un repère lié au flux rotorique se simplifient et deviennent en fonction du courant statorique et du flux rotorique :

$$V_{sd} = \frac{1}{a} \left((a R_s + c \frac{M_{sr}}{L_r} R_r) I_{sd} + \frac{d}{dt} I_{sd} - c \frac{R_r}{L_r} \Phi_{rd} - \omega_s I_{sq} \right) \quad (1.3)$$

$$V_{sq} = \frac{1}{a} \left((a R_s + c \frac{M_{sr}}{L_r} R_r) I_{sq} + \frac{d}{dt} I_{sq} + \frac{M_{sr}}{L_r} \omega_m \Phi_{rd} + \omega_s I_{sd} \right) \quad (1.4)$$

$$\frac{d}{dt} \Phi_{rd} = -\frac{R_r}{L_r} \Phi_{rd} + \frac{M_{sr}}{L_r} R_r I_{sd} \quad (1.5)$$

$$\omega_s = \omega_m + R_r \frac{M_{sr}}{L_r} \frac{I_{sq}}{\Phi_{rd}} \quad (1.6)$$

où les coefficients a et c sont définis à équation (3.18).

Si on observe l'équation (1.5), on constate que l'annulation du flux rotorique dans l'axe q permet un réglage parfaitement découplé du flux dans l'axe direct (Φ_{rd}) à partir du courant statorique I_{sd} . Le courant I_{sd} (courant d'axe direct) et I_{sq} (courant de couple) peuvent être eux mêmes réglés à partir des tensions statoriques, en accord avec les équations (1.3) et (1.4). L'équation (1.6) permet d'exprimer la pulsation puis la phase du flux rotorique par un autopilotage.

On peut remarquer (cf équation (1.5)) qu'en régime permanent, le flux rotorique est proportionnel au courant statorique d'axe direct. De ce fait, ce courant est parfois nommé courant de flux, tandis que le courant I_{sq} en quadrature (courant de couple) a pour objectif de régler le couple électromagnétique.

Il existe deux types de commande vectorielle, la commande vectorielle directe et indirecte [CAN00, FOR98] :

- Contrôle direct : le flux est régulé par une contre-réaction. Il est rarement mesuré (capteur à effet Hall). La pulsation ω_s est directement évaluée (estimée) à partir de la position du flux dans le repère lié au stator.

$$\begin{cases} \theta_s = \arctg\left(\frac{\Phi_{r\beta}}{\Phi_{r\alpha}}\right) \\ \text{ou} \\ \omega_s = p\Omega + \omega_{sl} \end{cases} \quad \text{avec} \quad \omega_{sl} = \frac{M_{sr} I_{sq}}{T_r \Phi_{rd}} \quad \text{et} \quad T_r = \frac{L_r}{R_r} \quad (1.7)$$

- contrôle indirect : le flux n'est ni mesuré, ni estimé. Il est fixé en boucle ouverte. Les tensions ou les courants assurent l'orientation du flux.

1.3 Synoptique de la commande

Le synoptique de la commande est donné figure (1.1). C'est une commande directe puisque le flux est estimé par un estimateur. La régulation des grandeurs nécessaires au pilotage vectoriel de la machine asynchrone fait apparaître quatre boucles de régulations :

- Deux boucles internes pour la régulation des courants selon les axes d et q .
- Deux boucles externes pour la régulation de flux rotorique et de la vitesse.

La vitesse de rotation du moteur asynchrone est ici mesurée mais elle peut être estimée dans le cas d'une commande sans capteur de vitesse à l'aide d'un filtre de Kalman étendu, d'un observateur de Luenberger étendu, etc.

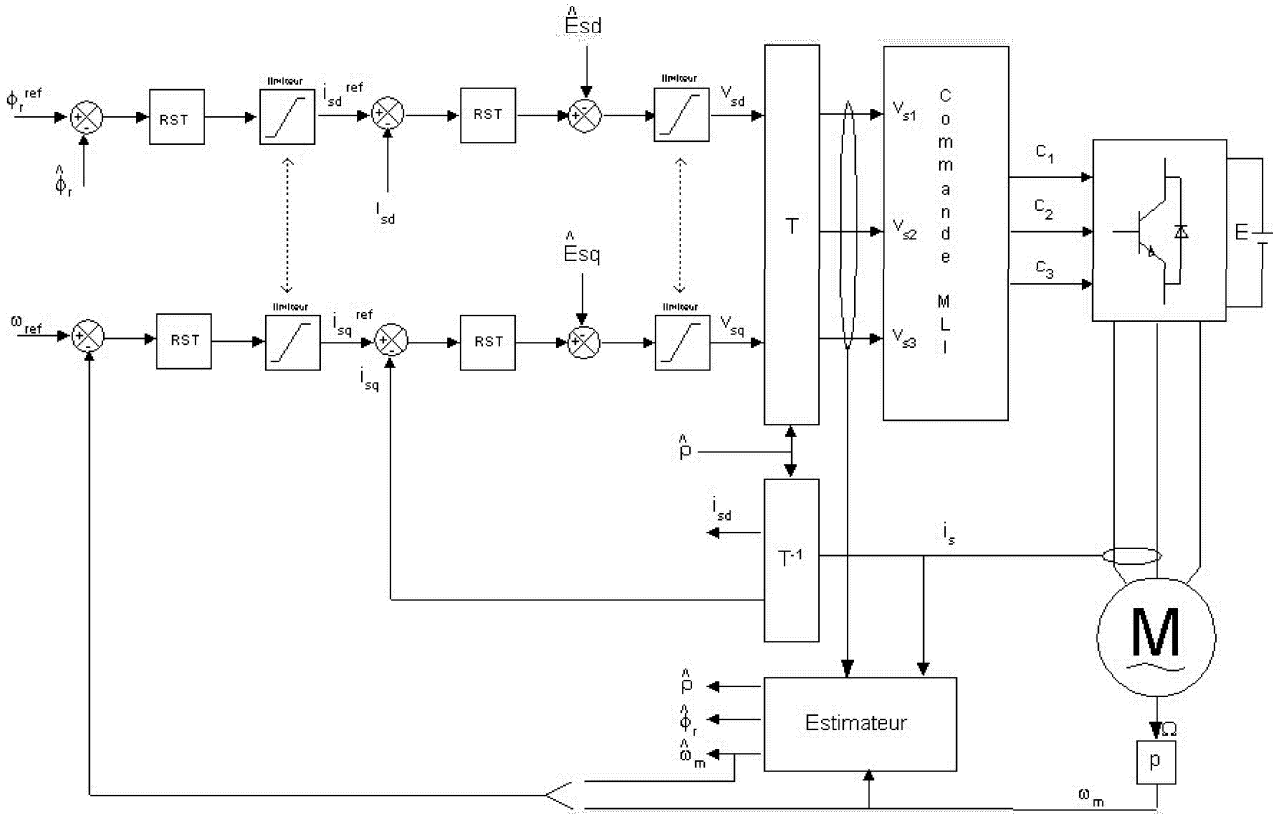


Figure 1.1: Synoptique de la loi de commande vectorielle directe.

1.4 Régulateurs RST

Dans la littérature, on rencontre des commandes classiques linéaires et des commandes non-linéaires comme la commande par mode glissant, la commande par linéarisation entrée-sortie exacte. Ici, on se limitera à une commande numérique classique du type linéarisation par découplage des axes dq et nous utiliserons des régulateurs RST numériques [COU98] en cascade calculés par un placement des pôles.

1.4.1 Rappels sur la discrétisation d'une fonction de transfert du 1^{er} ordre

Une fonction de transfert du premier ordre peut se mettre sous la forme $F(p) = \frac{B(p)}{A(p)}$ avec $B(p) = K$ et $A(p) = p + p_1$. En posant $K_1 = \frac{K}{p_1}$ et $z_1 = e^{-T_e p_1}$, la fonction de transfert obtenue à partir de $F(p)$ par invariance indicielle est :

$$F_d(z) = \frac{B(z)}{A(z)} \quad B(z) = K_1 (1 - z_1) z^{-1} \quad \text{et} \quad A(z) = 1 - z_1 z^{-1} \quad (1.8)$$

1.4.2 Régulateur strictement propre

Le processus et le régulateur sont décrits par des polynômes, conformément à la figure (1.2). On obtient immédiatement les transferts de la boucle fermée en poursuite et en régulation [LAR96] :

$$Y(z) = \frac{BT}{AS + BR} Y_c(z) + \frac{S}{AS + BR} D(z) \quad (1.9)$$

Le principe du placement de pôles consiste à spécifier un polynôme de stabilité $D(z)$ et calculer $S(z)$ et $R(z)$ de telle sorte que l'on ait $AS + BR = D$ sous les contraintes :

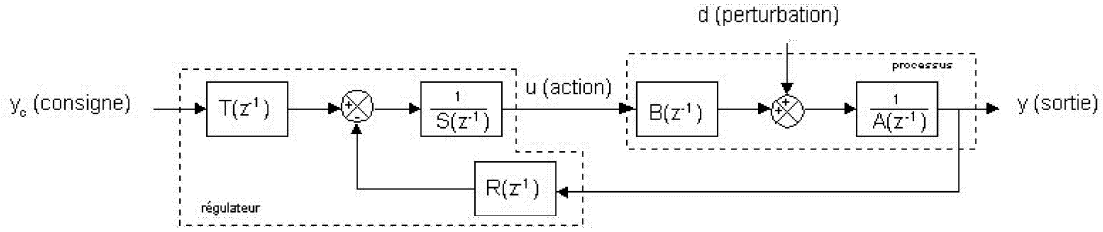


Figure 1.2: Régulateur numérique RST.

- $S(1) = 0$ pour que le transfert $\frac{y}{d}$ soit nul en régime permanent.
- $T(1) = R(1)$ pour garantir un gain statique unitaire entre y et y_c en régime permanent.

Dans chaque boucle de régulation, un régulateur strictement propre est utilisé. Il possède les propriétés suivantes :

- $\deg(S) = \deg(A) + 1$
- $\deg(R) = \deg(A)$
- $\deg(D) = \deg(R) + \deg(S)$

Ainsi, nous avons $\deg(S) = 2$, $\deg(R) = 1$ et $\deg(D) = 3$. Nous pouvons poser :

$$\begin{cases} S(z) = s_0 + s_1 z^{-1} + s_2 z^{-2} = (1 - z^{-1})(s'_0 + s'_1 z^{-1}) \\ R(z) = r_0 + r_1 z^{-1} \\ D(z) = d_0 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} + d_3 z^{-3} \end{cases} \quad (1.10)$$

Les coefficients du polynôme $D(z)$ sont fonction des pôles choisis en boucle fermée. La résolution de l'équation de Bezout $AS + BR = D$ avec la contrainte $S(z) = 0$ pour $z = 1$ donne :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -(1 + z_1) & 1 & K_1(1 - z_1) & 0 \\ -z_1 & -(1 - z_1) & 0 & K_1(1 - z_1) \\ 0 & z_1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} s'_0 \\ s'_1 \\ r_0 \\ r_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_0 \\ d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

La détermination des coefficients passe par la connaissance du polynôme $D(z)$, c'est à dire par la connaissance du lieu des pôles dans le plan de Laplace, puis par une transposition dans le plan de la variable en z . On pose :

$$\begin{cases} p_{1,2} = -\xi_0 \omega_0 \pm j \omega_0 \sqrt{1 - \xi_0^2} \\ p_3 = -\omega_1 \end{cases} \quad (1.12)$$

ainsi, les pôles dans le plan de la variable en z deviennent :

$$\begin{cases} z_{1,2} = e^{-\xi_0 \omega_0 T_e} e^{\pm j \omega_0 T_e \sqrt{1 - \xi_0^2}} = e^{p_{1,2} T_e} \\ z_3 = e^{-\omega_1 T_e} \end{cases} \quad (1.13)$$

Remarque : Le choix d'un régulateur strictement propre conduit à placer $2n + 1$ pôles arbitrairement où n est le degré du polynôme $A(z)$.

Nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} D(z) &= (1 - z_1 z^{-1})(1 - z_2 z^{-1})(1 - z_3 z^{-1}) \\ D(z) &= 1 - (z_1 + z_2 + z_3) z^{-1} + (z_1 z_2 + (z_1 + z_2) z_3) z^{-2} \\ &\quad - (z_1 z_2 z_3) z^{-3} \end{aligned} \quad (1.14)$$

Finalement, par analogie avec l'équation (1.10c), nous obtenons :

$$\begin{cases} d_0 = 1 \\ d_1 = -(z_1 + z_2 + z_3 + z_4) \\ d_2 = z_1 z_2 + (z_1 + z_2) z_3 \\ d_3 = z_1 z_2 z_3 \end{cases} \quad (1.15)$$

1.4.3 Stratégies de placement de pôles

Le placement des pôles est basé sur une règle valable pour les systèmes stables en boucle ouverte. La stabilité est d'autant plus robuste que les modes en boucle fermée sont proches des modes naturels du système en boucle ouverte. Pour le réglage des régulateurs, deux paramètres de synthèse de haut niveau sont définis :

- T_c : horizon de commande
- T_f : horizon de filtrage

T_f est choisi égal à la moitié de T_c afin de ne pas détériorer les performances en régulation [LAR96]. L'ordre du polynôme A étant de 1, 3 pôles sont à placer arbitrairement avec un coefficient d'amortissement ξ égal à 1 pour éviter les dépassements (il y a forcément un pôle réel). Le pôle de commande est choisi en $p = -\omega_n$ et les deux pôles de filtrage (pôle double) sont situés en $p = -2\omega_n$.

1.4.4 Réalisation pratique du régulateur RST

En pratique, le schéma utilisé n'est pas celui de la figure (1.2). En effet, il faut tenir compte des limitations de courant et de tension qui pourraient détériorer la machine. Ces limitations imposent l'utilisation de saturations. La figure (1.3) montre la réalisation pratique du régulateur RST. Une analyse rapide montre que celui-ci est bien équivalent en linéaire à celui de la figure (1.2) :

$$S u = -R y + T y_c \quad \text{avec} \quad F(z) = \frac{T(z)}{H(z)} \quad \text{et} \quad H(z) = \frac{R(1)}{F(1)} \quad (1.16)$$

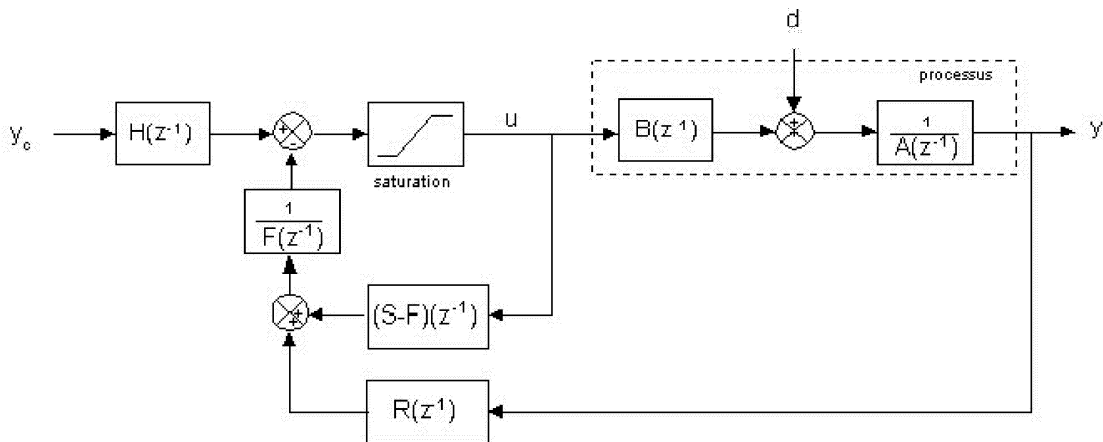


Figure 1.3: Réalisation pratique du régulateur numérique RST.

1.5 Stratégie de contrôle

1.5.1 Découplage des grandeurs

La fonction de transfert liant le flux rotorique et la tension statorique V_{sd} est du second ordre. Le choix d'une telle structure de réglage entraîne la disparition de la grandeur intermédiaire I_{sd} , qui ne peut donc plus être directement limitée. Ceci peut être dommageable pour les semi-conducteurs de l'onduleur de tension. Nous préférons une structure de réglage en cascade du flux rotorique et du courant I_{sd} , ainsi que de la vitesse mécanique et du courant statorique I_{sq} .

Remarque : Les termes $T_i = \frac{1}{a R_s + c \frac{M_{sr}}{L_r} R_r}$ et $T_r = \frac{L_r}{R_r}$ représentent respectivement les constantes de temps du courant et du flux. Il existe un rapport de 10 environ entre elles pour une machine asynchrone. Nous pouvons considérer du point de vue du flux que le courant est égal à sa valeur de référence $(I_{sd})_{ref}$. Cette constatation est aussi valable selon l'axe q. On peut considérer du point de vue de la vitesse mécanique que le courant I_{sq} est égal à sa valeur de référence $(I_{sq})_{ref}$.

1.5.2 Découplage des axes d et q

D'après les équations (1.3), (1.4), (1.5) et (1.6) la machine asynchrone peut être représentée par les schémas blocs suivants :

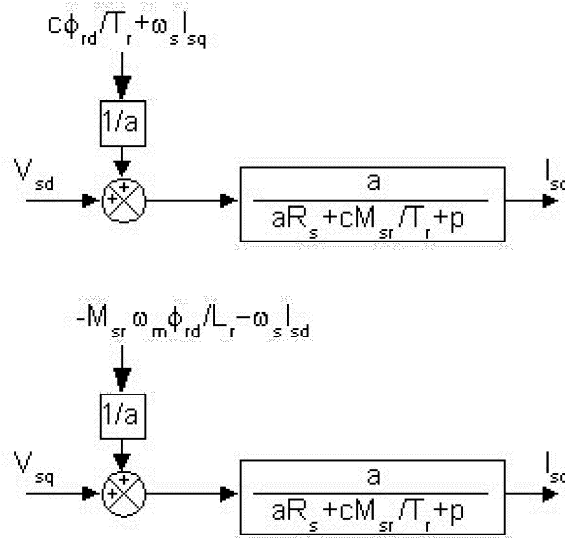


Figure 1.4: Modèle de la machine asynchrone.

Dans les équations (1.3) et (1.4) figurent des termes dûs au couplage des axes et des termes dépendants de Φ_r . Ces termes sont homogènes à des forces électromotrices représentées ci-après :

$$\begin{cases} E_{sd} = -\omega_s I_{sd} - \frac{M_{sr}}{L_r} \omega_m \Phi_{rd} \\ E_{sq} = \omega_s I_{sq} + c \frac{R_r}{L_r} \Phi_{rd} \end{cases} \quad (1.17)$$

Afin de limiter les effets perturbateurs notamment dûs aux couplages des axes, ces f.e.m peuvent être estimées et réinjectées à la sortie des deux régulateurs de courant (figure (1.5)). Le principe de cette compensation n'est valable que si les f.e.m évoluent moins rapidement que les grandeurs à contrôler. Cette condition est respectée en ce qui concerne l'évolution de ω_m et Φ_{rd} tant en simulation qu'en expérimentation. La compensation améliore nettement la dynamique et l'erreur d'asservissement de la chaîne de contrôle et permet d'écrire les équations de la machine d'une manière très simple (système linéaire monovariable).

On aboutit dans le cas d'une compensation parfaite au schéma bloc simple de la figure (1.6) pour la régulation des courants statoriques selon les axes d et q.

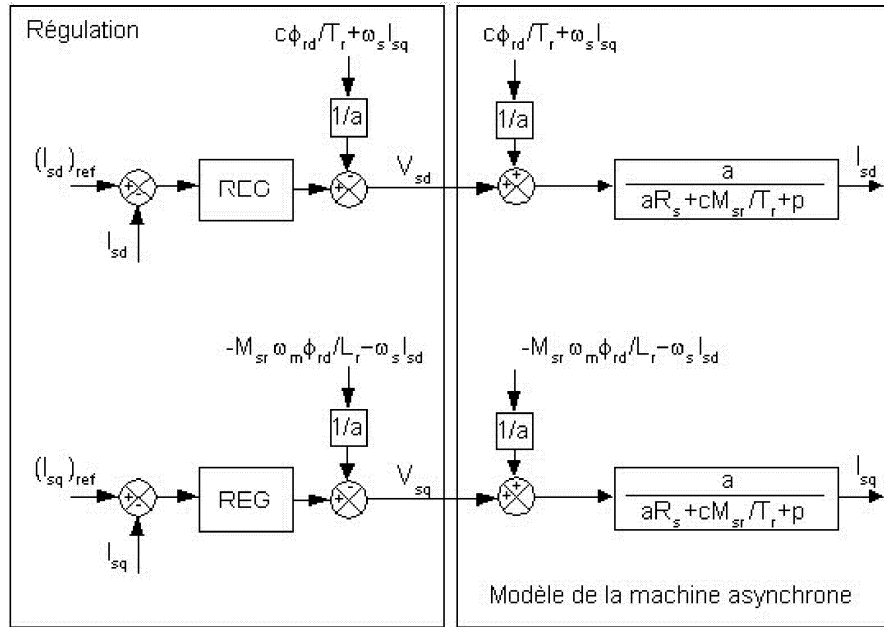


Figure 1.5: Découplage par addition des termes de compensation.

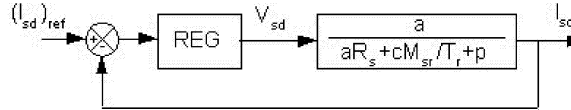


Figure 1.6: Boucle fermée selon l'axe d après découplage des axes.

1.5.3 Asservissement des courants statoriques

Les résultats de simulation présentés dans cette annexe ont été obtenus avec la machine asynchrone du GE44 (voir annexe 3). La régulation du courant statorique selon l'axe d est plus rapide que celle selon l'axe q puisque le flux rotorique doit être bien établi (constant dans notre cas) pour obtenir un couple électromagnétique linéairement dépendant du courant I_{sq} . Les coefficients d'amortissement sont choisis égaux à 1 et les pulsations naturelles selon l'axe d et q sont fixées à 600 rad/s et 200 rad/s respectivement. L'ensemble du pilotage et des estimations utilise la même période d'échantillonnage calquée sur la période de hachage de l'onduleur ($T_h = 400 \mu s$), soit une fréquence de hachage par modulation de largeur d'impulsion de 2.5 kHz.

La fonction de transfert en boucle ouverte est :

$$F_{BO}(p) = \frac{a}{p + (a R_s + c \frac{M_{sr}}{T_r})} \quad (1.18)$$

Posons $p_1 = a R_s + c \frac{M_{sr}}{T_r}$, $K_1 = \frac{a}{p_1}$ et $z_1 = e^{-T_e p_1}$. La fonction de transfert en discret devient :

$$F_{BO}(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{K_1 (1 - z_1) z^{-1}}{1 - z_1 z^{-1}} \quad (1.19)$$

La réalisation pratique du régulateur RST pour asservir les courants statoriques est donnée à la figure (1.7). La figure (1.8) représente les courants I_{sd} et I_{sq} régulés à leurs références en utilisant le découplage des axes et sans aucune variation des paramètres de la machine. De plus, les simulations numériques prennent en compte le temps de calcul de la commande et des estimations par l'introduction d'un retard pur T_c égal à $200 \mu s$.

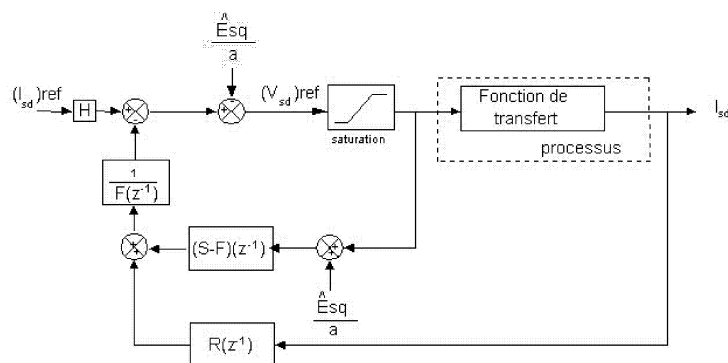


Figure 1.7: Fonctions de transfert en vue de la régulation en cascade.

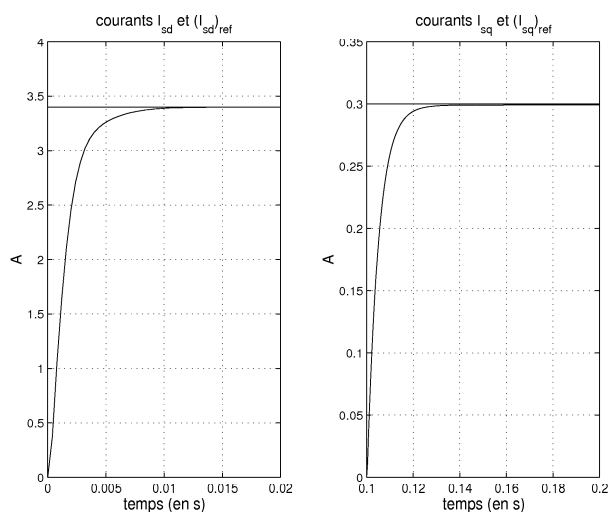


Figure 1.8: Régulation des courants statoriques I_{sd} et I_{sq} .

Remarque : saturation des tensions statoriques

Il est à noter que la saturation du courant selon l'axe q n'est pas une saturation fixe mais une saturation variable dépendant de la tension appliquée selon l'axe d. En effet, le contrôle des grandeurs selon l'axe d est prioritaire par rapport aux contrôles des grandeurs sur l'axe q puisqu'il est nécessaire d'avoir un flux établi dans la machine avant de fournir du couple. Ainsi la tension statorique V_{sq} doit toujours être inférieure à $\sqrt{V_{max}^2 - V_{sd}^2}$.

1.5.4 Asservissement du flux rotorique

Une pulsation naturelle ω_n de 60 rad/s est choisie avec un coefficient d'amortissement de 1. La fonction de transfert liant le courant I_{sd} au flux rotorique Φ_r est du premier ordre :

$$F_{BO}(p) = \frac{M_{sr}}{1 + T_r p} = \frac{\frac{M_{sr}}{T_r}}{p + \frac{1}{T_r}} \quad (1.20)$$

Posons $p_1 = \frac{1}{T_r}$, $K_1 = \frac{M_{sr}}{T_r}$ et $z_1 = e^{-T_e p_1}$. Ainsi, la fonction de transfert en discret devient :

$$F_{BO}(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{K_1 (1 - z_1) z^{-1}}{1 - z_1 z^{-1}} \quad (1.21)$$

La figure (1.9.a) montre, à titre indicatif, l'établissement du flux dans la machine. Le temps de réponse à 95% est égal à $3/\omega_n$, soit 0,05 s. Nous constatons que le temps de réponse est plus grand que la valeur attendue puisque l'établissement du flux rotorique dépend aussi de la dynamique du courant I_{sd} .

1.5.5 Asservissement de la vitesse du rotor

Une pulsation naturelle de 20 rad/s est imposée avec un coefficient d'amortissement toujours égal à 1. La fonction de transfert en boucle ouverte est :

$$F_{BO}(p) = \frac{1}{J p + f} \quad (1.22)$$

Posons $p_1 = \frac{f}{J}$, $K_1 = \frac{1}{f}$ et $z_1 = e^{-T_e p_1}$. La fonction de transfert en discret devient :

$$F_{BO}(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{K_1 (1 - z_1) z^{-1}}{1 - z_1 z^{-1}} \quad (1.23)$$

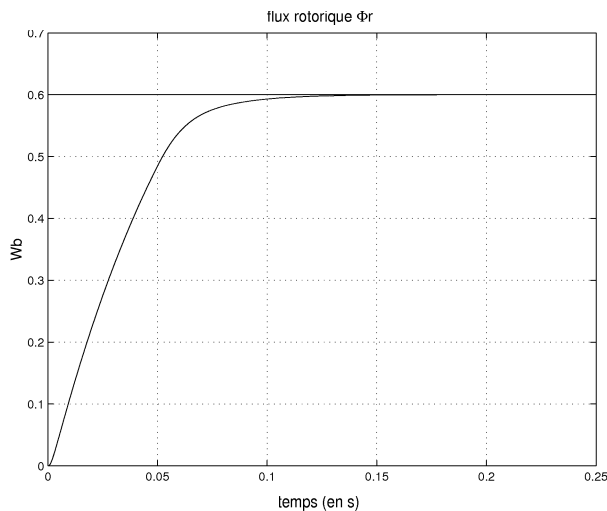
La figure (1.9.b) montre la régulation de la vitesse mécanique à 1000 tr/min. Aucun dépassement n'est constaté ($\xi = 1$) et le temps de réponse est plus long de 13 ms par rapport à la valeur théorique de 0,143 s.

Remarque : saturation des courants statoriques

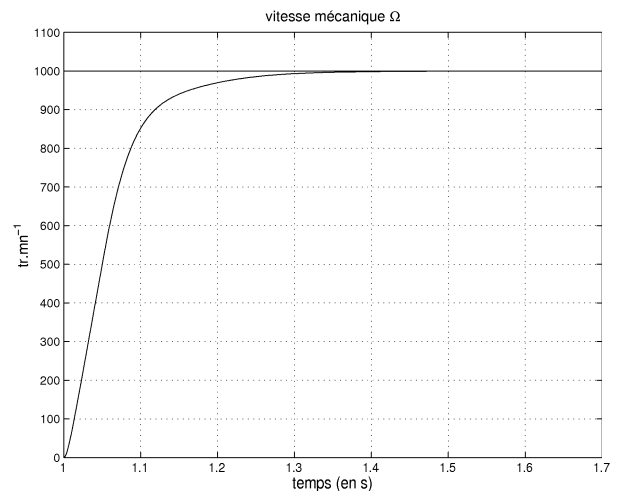
Comme les tensions, les courants statoriques sont saturés de telle manière que $\sqrt{I_{sd}^2 + I_{sq}^2}$ soit inférieur à I_{max} . Ainsi le courant I_{sq} doit toujours être inférieur à $\sqrt{I_{max}^2 - I_{sd}^2}$.

1.6 Robustesse du pilotage

Des variations de paramètres sont introduites dans la machine asynchrone afin d'observer le comportement de la commande vectorielle. Toutes les grandeurs sont supposées mesurables (flux, vitesse, courant) afin de tester uniquement la sensibilité de la commande aux variations des paramètres. La figure (1.10.a) représente

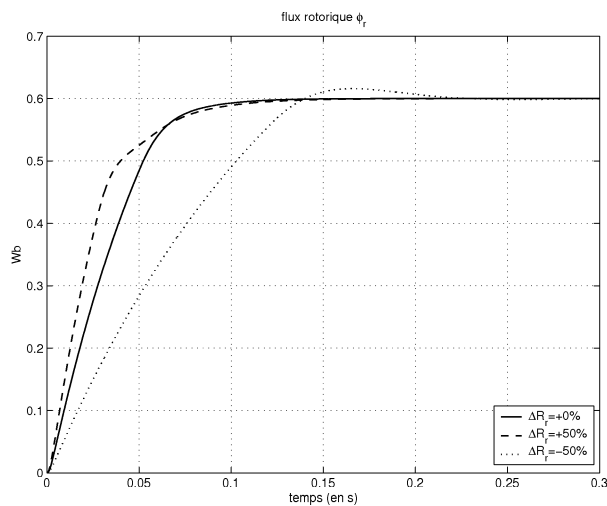


(a) Régulation du flux rotorique

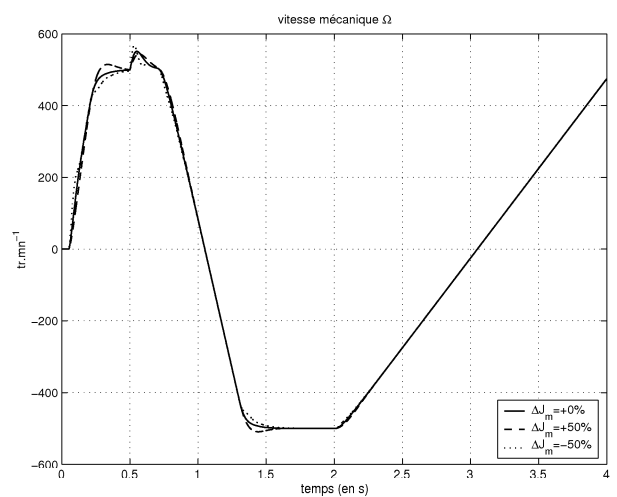


(b) Régulation de la vitesse mécanique

Figure 1.9: Régulation des grandeurs des boucles externes.



(a) Variation de $\pm 50\%$ de la résistance rotorique



(b) Variation de $\pm 50\%$ de la l'inertie du moteur

Figure 1.10: Tests de robustesse de la commande vectorielle.

l'évolution du module du flux rotorique lors du démarrage (installation du flux dans la machine) pour une variation de $\pm 50\%$ de la résistance rotorique. Le dépassement est de l'ordre de $+3\%$ lorsque la résistance diminue de 50% par rapport à sa valeur nominale. Cette incertitude paramétrique introduit également un retard dans l'établissement du flux. Dans le cas d'une augmentation de cette résistance, le comportement du pilotage est peu modifié.

De même, la commande est peu sensible aux variations de l'inertie du moteur (voir figure (1.10.b)). Le dépassement est de l'ordre de 3% dans le cas d'une augmentation de 50% de l'inertie.

1.7 Conclusion

Nous avons présenté le calcul des régulateurs RST numériques pour la commande vectorielle de la machine asynchrone. Cette stratégie de pilotage a été implémentée sur le DSP TMS320C31 avec satisfaction.

Les variations paramétriques définies précédemment modifient peu la réponse du système. Le contrôle de la vitesse et du flux rotorique sont quasi parfaits sur toute la plage de vitesse même en présence d'erreurs sur les paramètres.

Annexe 2

Commande de la machine à courant continu

2.1 Introduction

L'objectif de cette annexe est d'exposer le principe de calcul des régulateurs de courant et de vitesse utilisé lors de la commande sans capteur de la machine à courant continu à aimants permanents.

2.2 Régulation cascade

Le modèle physique de la MCC est d'ordre deux. Un schéma bloc est présenté à la figure (2.1) [GRE96, LOU98A, LOU98B, SIC97].

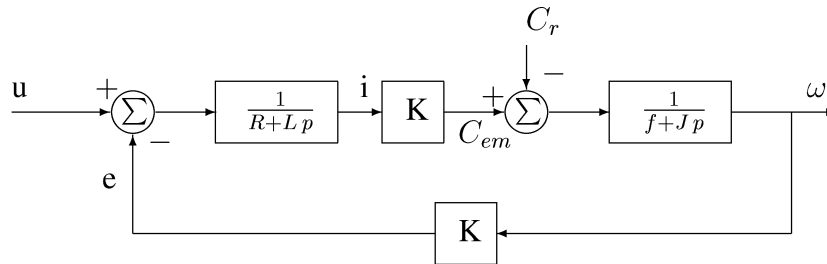


Figure 2.1: Schéma bloc d'une MCC à aimant permanent.

Dans la mesure où la constante de temps mécanique $\tau_m = J/f = 3,375$ s est supérieure à la constante de temps électrique $\tau_e = L/R = 5,3$ ms, il est possible d'effectuer une régulation cascade du courant et de la vitesse en décomposant le modèle d'ordre deux en deux sous-systèmes d'ordre un [LOU98A, SIC97].

La structure cascade consiste à réguler indépendamment les deux grandeurs d'état (i et ω) et permet de limiter séparément ces deux grandeurs pour ne pas détériorer les interrupteurs de puissance et limiter l'échauffement de la machine. Par ailleurs, cette stratégie rend la synthèse des régulateurs plus aisée.

2.3 Synthèse des régulateurs

Dans le cas d'une structure cascade, on peut utiliser deux périodes d'échantillonnage distinctes pour la régulation du courant et de la vitesse. La période d'échantillonnage mécanique T_ω est fixée à 1 ms et la période électrique T_e à 200 μ s.

Pour respecter le bon fonctionnement de la régulation cascade, la dynamique de la boucle interne est imposée dix fois plus rapide que celle de la boucle externe. La dynamique de la boucle de vitesse (externe) est choisie à $\omega_{nm} = 20$ rad/s et la dynamique de la boucle de courant (interne) est imposée à $\omega_{ni} = 200$ rad/s.

2.3.1 Découplage du système

Le schéma bloc de la figure (2.1) montre que le modèle dynamique de la MCC fait apparaître un terme e homogène à une force contre-électromotrice. Puisque ce terme peut être perçu comme une perturbation, il est compensé dans la mesure où l'on connaît le coefficient K et la vitesse mécanique (voir figure (2.2)). Cette compensation améliore nettement la dynamique de la chaîne de contrôle de la vitesse et permet d'écrire les équations de la MCC en deux systèmes monovariables d'ordre un.

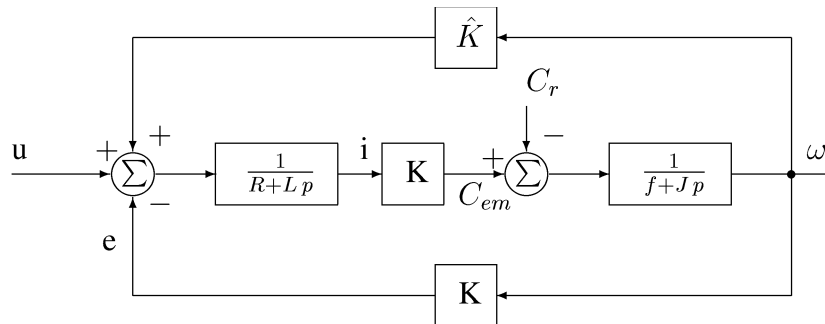


Figure 2.2: Schéma bloc d'une MCC avec compensation de la force électromotrice.

On aboutit dans le cas d'une compensation parfaite aux schémas blocs de la figure (2.3) pour la régulation du courant d'induit et de la vitesse.

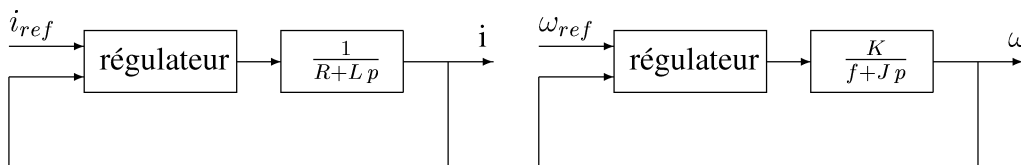


Figure 2.3: Schéma bloc des deux boucles de régulation.

2.3.2 Régulateurs IP

Parmi l'ensemble des régulateurs peu gourmands en temps CPU, le choix s'est porté sur les régulateurs IP, aussi simples que les régulateurs PI mais ne possédant pas les deux principaux points faibles de ces derniers, à savoir :

- le rejet de perturbation est très lent puisqu'il dépend de la constante de temps mécanique du moteur en boucle ouverte.
- lors de variations des paramètres, un zéro est introduit dans la fonction de transfert en boucle fermée. L'effet de traînage qui en résulte retarde le passage en régime permanent.

Ce type de régulateur schématisé à la figure (2.4) utilise une action proportionnelle sur la mesure et une action intégrale sur l'erreur ϵ pour l'annulation de l'erreur en régime permanent. Suite à une synthèse des régulateurs IP en continu, la discrétisation de ceux-ci a été effectuée par l'approximation d'Euler ($p = \frac{1-z^{-1}}{T_e}$) [BOR93B, LAR96, LEV96]. Un de ses avantages est de transformer l'équation d'origine en une équation récurrente dont le nombre d'opérations arithmétiques est relativement faible.

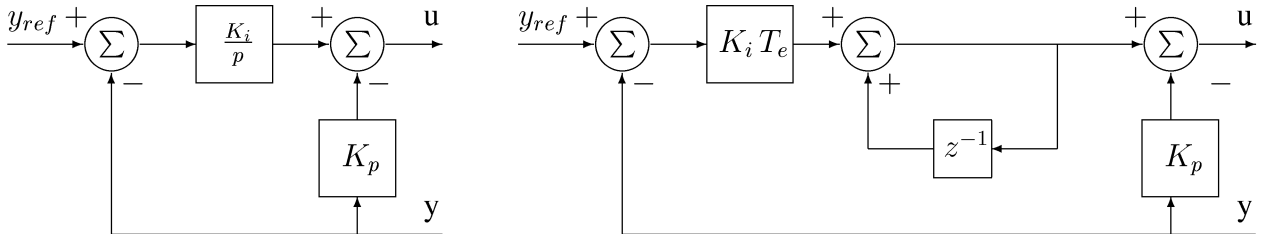


Figure 2.4: Schéma bloc des régulateurs IP continu et discret.

2.3.3 Asservissement du courant d'induit

La fonction de transfert en boucle ouverte liant le courant d'induit i à la tension d'alimentation u est :

$$H_{1,bo}(p) = \frac{1}{R + Lp} = \frac{1/R}{1 + \tau_e p}$$

avec la constante de temps électrique $\tau_e = L/R$, donnant ainsi une fonction de transfert en boucle fermée homogène à une fonction de transfert du second degré :

$$H_{1,bf}(p) = \frac{\frac{K_i}{R\tau_e}}{p^2 + \frac{K_p + R}{R\tau_e}p + \frac{K_i}{R\tau_e}} = \frac{\omega_{ni}^2}{p^2 + 2\xi\omega_{ni}p + \omega_{ni}^2}$$

Les gains du régulateur IP sont obtenus par l'analogie entre les deux fonctions de transfert en imposant le coefficient d'amortissement ξ et la pulsation naturelle ω_{ni} . Ceci conduit aux expressions définies ci-dessous :

$$\begin{cases} K_i &= L\omega_{ni}^2 \\ K_p &= 2\xi L\omega_{ni} - R \end{cases}$$

En pratique, une saturation est placée en sortie du régulateur pour limiter la commande u à une valeur maximale dépendant des caractéristiques de la machine et du convertisseur statique. Dans le cas de régulateurs comportant une action intégrale, il est nécessaire d'ajouter une fonction d'anti-saturation (anti-windup). Ces fonctions ramènent le système dans la zone linéaire à chaque fois que la commande u dépasse son régime permanent.

Parmi l'ensemble des actions d'anti-saturation disponibles [BOR93B, SIC97], nous avons opté pour une limitation de l'action intégrale développée dans la thèse de L. Sicot [SIC97]. Lorsque la commande u dépasse le seuil de saturation (limité à $\pm V_{max}$ pour la régulation du courant), la valeur de l'action intégrale est calculée de manière à ce que la somme de l'action proportionnelle et de l'action intégrale au pas d'échantillonnage suivant soit inférieure au seuil de saturation. La figure (2.5) représente le régulateur IP discret avec l'action d'anti-saturation de l'action intégrale.

2.3.4 Asservissement de la vitesse

La fonction de transfert en boucle ouverte liant la vitesse de rotation mécanique ω au courant d'induit i est :

$$H_{2,bo}(p) = K \frac{1}{f + Jp} = \frac{K/f}{1 + \tau_m p}$$

avec la constante de temps mécanique $\tau_m = J/f$, donnant ainsi une fonction de transfert en boucle fermée homogène à une fonction de transfert du second degré comme dans le cas précédent :

$$H_{2,bf}(p) = \frac{\frac{K K_i}{f\tau_m}}{p^2 + \frac{K K_p + f}{f\tau_m}p + \frac{K K_i}{f\tau_m}} = \frac{\omega_{nm}^2}{p^2 + 2\xi\omega_{nm}p + \omega_{nm}^2}$$

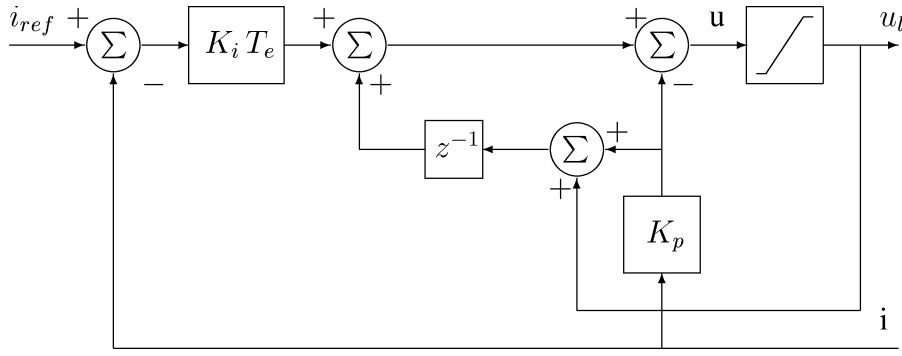


Figure 2.5: Régulateur de courant avec l'action anti-saturation de l'action intégrale.

Les gains du régulateur IP sont obtenus par l'analogie entre les deux fonctions de transfert en imposant le coefficient d'amortissement ξ et la pulsation naturelle ω_n . Cela conduit aux expressions définies ci-dessous :

$$\begin{cases} K_i = f \tau_m \omega_{nm}^2 / K \\ K_p = (2 \xi J \omega_{nm} - f) / K \end{cases}$$

La figure (2.6) représente le régulateur IP discret avec l'action d'anti-saturation de l'action intégrale.

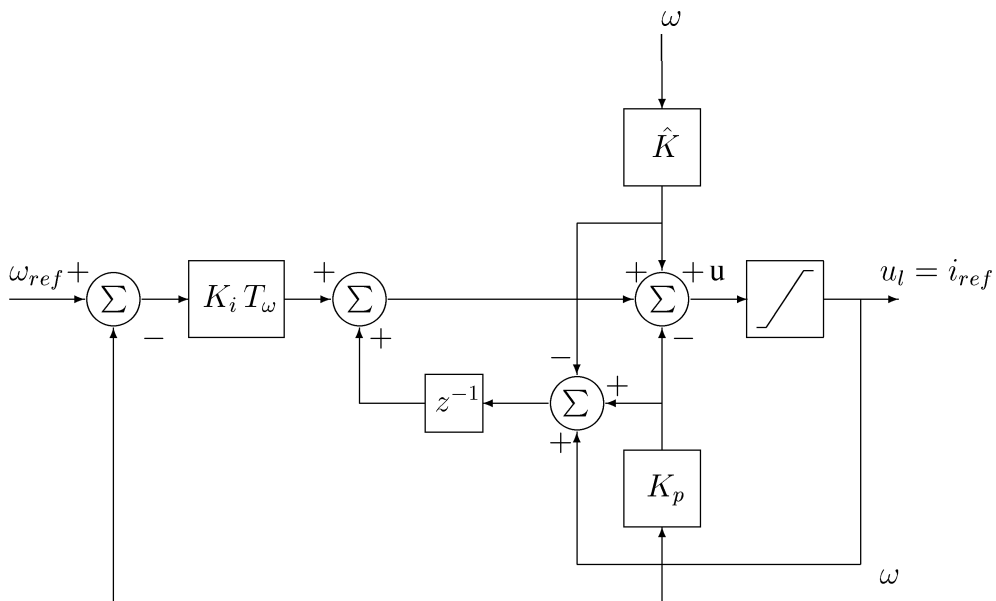


Figure 2.6: Régulateur de vitesse avec l'action anti-saturation de l'action intégrale.

2.4 Conclusion

Cette partie nous a permis de décrire les principaux aspects des lois de commande de la machine à courant continu et d'exposer brièvement le fonctionnement de l'anti-saturation de l'action intégrale des régulateurs IP. Le problème de limitation du courant et de la tension est abordé avec la mise en place d'une solution simple d'un point de vue algorithmique et très efficace consistant à ramener la commande à la limite de saturation à chaque fois que la commande u dépasse la valeur maximale.

Annexe 3

Description des plates-formes expérimentales

3.1 Introduction

Cette annexe est consacrée à la description des dispositifs expérimentaux utilisés pour valider les algorithmes de commande et d'estimation et a comme principal objectif de transmettre des informations pour des futurs réutilisateurs. Nous présenterons en particulier la carte de commande basée sur un DSP de Texas instruments et développée dans le cadre de la thèse de F. Bodin [BOD99].

3.2 Dispositifs expérimentaux

Les essais expérimentaux ont été effectués sur deux bancs de tests différents :

- banc du GE44 à Saint-Nazaire équipé d'une machine asynchrone à cage d'écureuil et d'un moteur à courant continu à aimants permanents.
- banc national d'essais de l'IRCCyN équipé d'une machine asynchrone à rotor bobiné et d'une machine à courant continu.

3.3 Plate-forme expérimentale du GE44

3.3.1 Présentation générale

Les algorithmes de commande et d'estimation sont chargés via un port parallèle entre un PC et une carte électronique de commande constituée en particulier d'un DSP TMS320C31 de Texas Instruments. Un schéma de principe est donné à la figure (3.1) où est représentée un PC relié à la carte de commande, un onduleur de tension et deux moteurs électriques.

La position du rotor est fournie par un capteur incrémental de 11 bits monté en bout d'arbre côté machine à courant continu. Les deux machines sont couplées par une liaison rigide.

La mesure des courants se fait par l'intermédiaire de deux capteurs LEM nécessaires pour l'ensemble des algorithmes de commande et d'estimation. Les harmoniques de courant ne sont pas filtrées par des filtres d'anti-repliement placés en aval des capteurs de courant pour deux raisons :

- L'architecture de la carte permet de s'affranchir de ces filtres. Il suffit de déclencher les acquisitions au milieu d'une période de hachage pour obtenir une mesure égale au courant moyen dans la machine. En effet, à cet instant, la valeur instantanée du courant est quasiment égale à la valeur moyenne de cette grandeur. La conversion analogique/numérique des courants est déclenchée par un timer programmable (82C54 d'Intel).

- Afin de ne pas atténuer ou supprimer les harmoniques de courant contenant l'information de vitesse nécessaire pour l'estimation de la vitesse par l'analyse spectrale des courants.

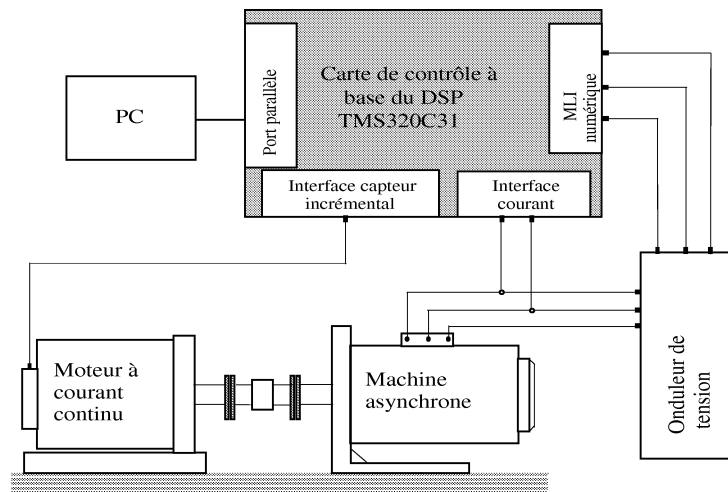


Figure 3.1: Dispositif expérimental du GE44.

Bien que la mesure de la tension en entrée de l'onduleur soit un moyen d'améliorer la qualité des estimations, nous avons décidé de ne pas mesurer cette grandeur en vue de réduire l'instrumentation au minimum (deux capteurs de courant et un capteur de vitesse pour la commande vectorielle avec capteur mécanique).

Les paramètres de la machine asynchrone et de la machine à courant continu sont résumés dans les tableaux (3.1) et (3.2):

Flux nominal	$\Phi_r = 0,6 \text{ Wb}$	Résistance rotorique par phase	$R_r = 2,48 \Omega$
Puissance nominale	$P_n = 0,75 \text{ kW}$	Inductance cyclique statorique	$L_s = 0,2 \text{ H}$
$\cos(\phi)$	0,71	Inductance cyclique rotorique	$L_r = 0,176 \text{ H}$
Couple nominal	$C_n = 5 \text{ N.m}$	Mutuelle inductance	$M_{sr} = L_r$
Vitesse nominale	$N = 1435 \text{ tr/min}$	Facteur de dispersion	$\sigma = 0,12$
tension nominale	$V_n = 230 \text{ V}$	Nombre de paires de pôles	$p = 2$
Courant nominal	$I_n = 3,50 \text{ A}$	Inertie du moteur	$J = 5,4 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$
Résistance statorique par phase	$R_s = 4,30 \Omega$	Frottement visqueux	$f = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ Nm.s}^{-1}$

Tableau 3.1: Paramètres de la machine asynchrone du dispositif expérimental du GE44.

3.3.2 Carte numérique

3.3.2.1 Présentation générale

Dans le cadre de la thèse de F. Bodin [BOD99], le laboratoire a été amené à développer une carte électronique à base d'un DSP dédié en particulier au pilotage des moteurs électriques. Ce travail a offert l'occasion de

Puissance nominale	$P_n = 0,50 \text{ kW}$	Résistance	$R_s = 6,72 \Omega$
Couple nominal	$C_n = 1.75 \text{ N.m}$	Inductance	$L_s = 357 \text{ mH}$
Vitesse nominale	$N = 3000 \text{ tr/min}$	Constante de couple et de tension	$K = 0.462$
tension nominale	$V_n = 180 \text{ V}$	Nombre de paires de pôles	$p = 1$
Courant nominal	$I_n = 3,50 \text{ A}$	Inertie du moteur	$J = 5,4 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$
		Frottement visqueux	$f = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ Nm.s}^{-1}$

Tableau 3.2: Paramètres de la machine à courant continu du dispositif expérimental du GE44.

réutiliser la carte de commande et de bénéficier de l'expérience acquise au cours des dernières années.

Cette carte est construite autour d'un Starter Kit [CHA98A, DSK96], dont le cœur est un processeur de traitement numérique du signal de Texas Instruments, le TMS320C31, qui opère à 50 MHz. La figure (3.2) montre l'ensemble des composants autour du TMS320C31 et le schéma (3.3) décrit la carte du DSK. Les principaux composants sont le TMS320C31, l'AIC (Analog Interface Circuit), l'horloge et le port parallèle.

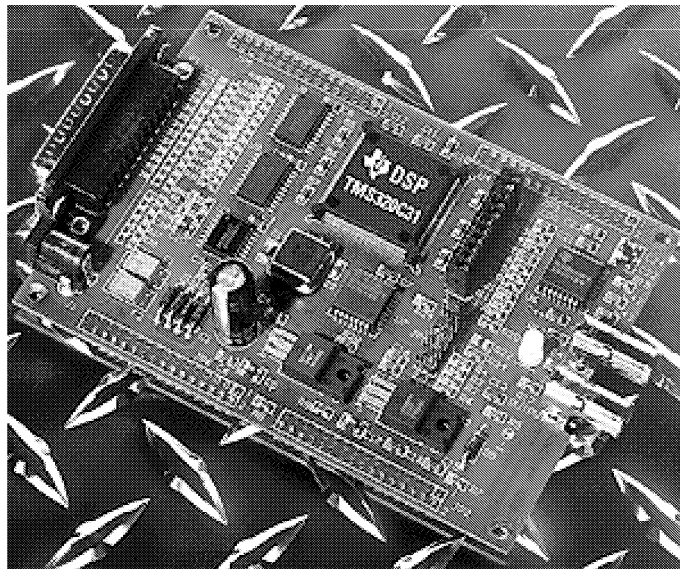


Figure 3.2: Photographie de la carte du TMS320C31.

A ce processeur sont associés différents périphériques parmi lesquels :

- le coprocesseur ADMC201 d'Analog Devices pour effectuer les conversions analogiques/numériques (blocage simultané des entrées analogiques) et générer les signaux de commande des interrupteurs de puissance de l'onduleur. Ce coprocesseur est dédié spécifiquement à la commande des machines électriques [ADM201]. Il a été choisi pour communiquer directement et suffisamment rapidement avec le TMS320C31, c'est-à-dire sans cycle d'attente. De plus, ce composant permet d'effectuer les transformations de Park directes et inverses, ainsi que la transformation de Clarke [ADM201].
- quatre convertisseurs numériques/analogiques de 8 bits pour visualiser sur un oscilloscope les variables calculées dans le DSP.
- de la RAM statique additionnelle.
- une carte d'interface (compteur/décompteur) entre le capteur incrémental et le DSP.

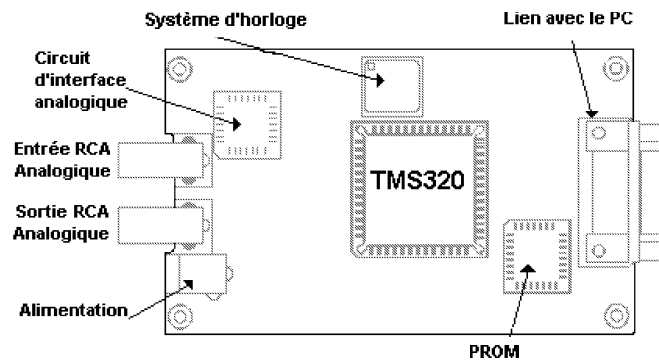


Figure 3.3: Schéma de la carte du TMS320C31.

3.3.2.2 Synchronisation des tâches

L'enchaînement correct des événements en temps réel est obtenu par des interruptions internes et externes. Lorsque le processeur détecte une interruption, le traitement en cours est suspendu au profit du sous-programme correspondant à l'interruption détectée. Dans le cas de la venue de deux événements de priorités différentes, la tâche de priorité supérieure est exécutée avant la seconde tâche moins prioritaire. L'unité centrale gère les événements en respectant la hiérarchie du tableau (3.3):

Sources	Interruptions	Priorité
ADMC201	INT0	1
module diviseur de fréquence	INT1	2
PC	INT2	3

Tableau 3.3: Hiérarchie des interruptions hard du DSP.

Dans les applications développées lors de la thèse, tous les algorithmes sont codés dans une tâche unique appelée toutes les $T_e \mu s$. Ils peuvent comporter des routines dont la période d'échantillonnage est un multiple de T_e (voir annexe 2, §2.1.3) En conséquence une seule l'interruption hard INT0 est utilisée dans les programmes.

3.3.3 Développement logiciel

3.3.3.1 Techniques de programmation

La recherche de célérité des algorithmes de commande et d'estimation contraint le plus souvent à utiliser le langage assembleur propre au DSP afin d'optimiser les performances du processeur. Malgré cela, nous avons choisi le langage C, plus évolué, générique, lisible, compréhensible et portable en dépit de la baisse de performances liée à la programmation de plus haut niveau.

Dans tous les cas, il est nécessaire de bien connaître l'assembleur puisque tout programme en C nécessite la manipulation des registres internes du DSP via le langage assembleur. De plus, il peut être intéressant et voire même nécessaire de reprogrammer des parties de programme écrites en C en langage assembleur lorsque le temps d'exécution est critique pour le bon fonctionnement du système.

Afin de réduire le temps d'exécution des programmes, certains points de programmation sont à respecter :

- L'appel à des fonctions permet un bon découpage des programmes pour une meilleure lisibilité et réutilisation du code. En contre-partie, il augmente le temps d'exécution des programmes puisque le processeur est obligé de sauvegarder ou de restaurer le contexte du CPU (valeurs des registres, etc) en entrant et sortant des fonctions [JAM99]. Toutefois, des options de compilation (fonctions "inlining") sont proposées par les compilateurs afin de constituer un programme sans appel procédural [OCC97, JAM99]. Nos programmes restant assez courts, il est encore possible de ne pas décomposer les programmes en plusieurs sous-programmes. Dans ce cas, les variables sont essentiellement globales ce qui rend le code moins réutilisable directement.
- L'utilisation de tableaux contenant les valeurs de plusieurs variables permet aussi une réduction du temps d'exécution des programmes. En effet, la lecture de la valeur d'une variable passe le plus souvent par une lecture de son adresse, puis un stockage dans un registre de la valeur contenue à cette adresse (adressage indirect) [REE94]. Ainsi, il est plus judicieux de stocker un ensemble de valeurs dans un tableau pour lire une seule et unique fois l'adresse du premier élément du tableau puis accéder ensuite à l'ensemble des valeurs via les index.
- L'utilisation d'astuces mathématiques élémentaires permet de réduire le nombre d'opérations d'un calcul. Par exemple, la méthode de calcul de Horner via une factorisation d'un élément commun permet une réduction du nombre de multiplications :

$$ex : \quad f(x) = ax^2 + bx + c \quad \Longleftrightarrow \quad f(x) = c + x(b + ax)$$

- Il est nécessaire d'éviter de laisser dans le code des calculs mathématiques invariants dans le temps et *a fortiori* des inversions de scalaires ou de matrices :

$$ex : \quad y = 1,23 \times x/2,5 \quad \Longleftrightarrow \quad y = 0,492 \times x$$

- Aucune constante numérique ne doit apparaître dans le code à part la valeur zéro utilisée comme valeur initiale de comptage. Toutes les constantes sont donc définies par des symboles avec l'instruction "#define" [JAM99].
- L'allocation dynamique de la mémoire est proscrite en temps-réel. On ne peut l'utiliser que pour des développements de type simulation. Lors de développements sur cible DSP ou sur une autre architecture temps-réel, l'allocation dynamique est pénalisante pour plusieurs raisons :
 - elle ne permet pas de connaître avec précision les ressources nécessaires à l'application dans tous les cas de fonctionnement.
 - elle introduit un facteur aléatoire dans le déroulement et les performances d'exécution de l'application.

3.3.3.2 Logiciel de simulation

Les programmes implémentés dans le DSP n'étant pas issus d'une compilation d'un schéma bloc Matlab/Simulink, il a paru nécessaire de développer un outil de simulation écrit en C/C++ pour valider les algorithmes (logiciel téléchargeable à partir de l'adresse <http://iut-saint-nazaire.univ-nantes.fr/~hilairt/>). Cette technique fournit un gain de temps non négligeable et est de plus sécurisante puisqu'il est plus efficace de corriger un programme avec des outils standards (debugger) que d'essayer des corrections par des essais successifs directement sur un banc expérimental. Après une validation du code source sur le simulateur, il suffit de copier les algorithmes de commande et d'estimations dans un programme C qui est compilé avec les outils propres au DSP.

Les données sont enregistrées dans un fichier ascii visualisable sous Matlab ou avec d'autres logiciels gratuits et disponibles sur Internet (ex: logiciel Graph à l'adresse <http://www.baghli.com/>).

3.3.3.3 Compilation des programmes en langage C

La génération d'un exécutable à partir d'un code source en C nécessite le compilateur C de TI. Comme indiqué sur la figure (3.4), cette génération passe par 3 étapes.

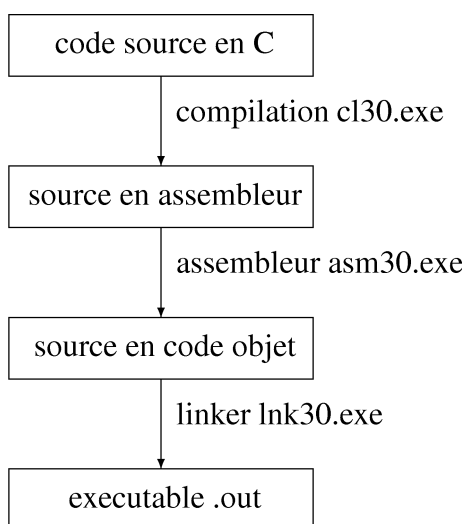


Figure 3.4: Etapes d'élaboration d'un exécutable.

Au moment de l'étape "édition de liens", d'autres fichiers objets (bibliothèque,...) peuvent être liés. C'est le cas en particulier des fichiers nécessaires pour définir le vecteur d'interruption. Ce dernier représente un ordre de branchement permettant de faire un lien entre l'interruption hard ou soft et le programme à exécuter.

3.4 Plate-forme expérimentale de l'IRCCyN

3.4.1 Présentation générale

La plate-forme d'essai située dans les locaux de l'IRCCyN à l'Ecole Centrale de Nantes permet de mettre à la disposition de la communauté scientifique un banc d'essai complet et opérationnel.

Ce banc permet de tester les performances des commandes avec un benchmark "manutention horizontale" et la robustesse des observateurs avec un benchmark "observateur" (voir le site Internet à l'adresse http://www.ircyn.prd.fr/Banc_Essai/Modeles.html). Plusieurs moteurs restent au choix de l'utilisateur : une machine asynchrone à cage d'écureuil de 1,5 kW, une machine asynchrone à rotor bobiné de 1,5 kW et d'une machine synchrone à aimants permanents de 1,7 kW. Ces machines sont couplées à un moteur à courant continu de 3,7 kW. Nos essais expérimentaux ont été effectués avec la machine asynchrone à rotor bobiné. Ils ont permis de tester le filtre de Kalman étendu à la vitesse (EKF) et le filtre de Kalman étendu à la vitesse et à état virtuel (EKFEV) (voir chapitre 4).

Les paramètres de la machine asynchrone utilisés sont :

Flux nominal	$\Phi_r = 0,45 \text{ Wb}$	Résistance rotorique par phase	$R_r = 0,93 \Omega$
Puissance nominale	$P_n = 1,5 \text{ kW}$	Inductance cyclique statorique	$L_s = 0,142 \text{ H}$
$\cos(\phi)$	0,76	Inductance cyclique rotorique	$L_r = 0,076 \text{ H}$
Couple nominal	$C_n = 10 \text{ N.m}$	Mutuelle inductance	$M_{sr} = 0,099 \text{ H}$
Vitesse nominale	$N = 1440 \text{ tr/min}$	Facteur de dispersion	$\sigma = 0,092$
tension nominale	$V_n = 220 \text{ V}$	Nombre de paires de pôles	$p = 2$
Courant nominal	$I_n = 7,50 \text{ A}$	Inertie du moteur	$J = 29,3 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$
Résistance statorique par phase	$R_s = 1,663 \Omega$	Frottement visqueux	$f = 3,8 \cdot 10^{-3} \text{ Nm.s}^{-1}$

Tableau 3.4: Paramètres de la machine asynchrone à rotor bobiné du dispositif expérimental de l'IRCCyN.

3.4.2 Carte numérique et développement logiciel

La carte de commande est une carte temps-réel DSPACE DS 1103 constituée principalement d'un Power PC à 333 MHz. Les schémas de simulation Simulink sont compilés à l'aide d'une boîte à outils spécifique pour produire le code exécutable. Les principaux avantages d'un tel système d'expérimentation sont :

- la convivialité de l'interface graphique ControlDesk. Cet outil permet de visualiser en temps-réel les valeurs mesurées et calculées dans le processeur et d'enregistrer ses données directement dans des fichiers au format de Matlab (*.mat).
- la réutilisation des programmes de simulation Simulink sans modification importante.
- la possibilité d'implanter des "S-functions" faisant appel à des dll (dynamic link library) issues de programmes sources écrits en langage C pour optimiser le temps d'exécution des algorithmes.

Il en découle un gain de temps non négligeable par rapport aux techniques plus classiques d'implémentation des algorithmes. En contre-partie, cet outil ne permet pas de comprendre les enchaînements dans le temps des tâches de commande, d'estimation et de mesure contenus dans un applicatif temps-réel "industriel".

Annexe 4

Notations

Grandeurs électriques

V_s, V_r	Tension statorique et rotorique
i_s, i_r	Courant statorique et rotorique
Φ_s, Φ_r	Flux statorique et rotorique
R_s, R_r	Résistance statorique et rotorique
L_s, L_r	Inductance statorique et rotorique
M_{sr}	Mutuelle inductance
σ	Coefficient de dispersion
p	Nombre de paire de pôles
$T_{3 \rightarrow 3}$	Transformation de Concordia
$T_{3 \rightarrow 2}$	Transformation de Concordia (composante homopolaire non prise en compte)
T_ξ	Matrice de rotation
ω_s	Pulsation électrique
ω_{sl}	Pulsation électrique des courants rotoriques
ω_m	Vitesse de rotation mécanique ramenée en grandeur électrique
T_e	Période d'échantillonnage électrique
λ	Fréquence normalisée
RSB	Rapport signal sur bruit

Grandeurs mécaniques

C_{em}	Couple électromagnétique
C_r	Couple de charge
J	Inertie totale de la machine et de la charge
f	Frottement total de la machine et de la charge
Ω	Vitesse de rotation mécanique ($\Omega = p \omega_m$)
θ	Position mécanique du rotor
T_ω	Période d'échantillonnage mécanique

Grandeurs du filtrage de Kalman

A, B, C	Matrices de transition, de commande et de mesure en continu
A_d, B_d, C	Matrices de transition, de commande et de mesure en discret
F	Matrice de transition linéarisée
H	Matrice de mesure linéarisée
X_a	Vecteur d'état étendu
Θ	Vecteur de paramètres estimés
$X[k+1 k]$	Vecteur d'état prédit
$X[k+1 k+1]$	Vecteur d'état estimé
$P[k+1 k]$	Matrice de variance-covariance d'erreur de prédiction
$P[k+1 k+1]$	Matrice de variance-covariance d'erreur d'estimation
K	Gain de Kalman
Q	Matrice de variance-covariance des bruits d'état
R	Matrice de variance-covariance des bruits de mesure
W	Bruits d'état
V	Bruits de mesure
α_i	Degrés de liberté du filtre de Kalman

Indices

1, 2, 3	Grandeur triphasée de ligne
α, β	Grandeur diphasée, repère lié au stator
d, q	Grandeur diphasée, repère tournant

Autres notations

EKF	Filtre de Kalman étendu
$EKFVS$	Filtre de Kalman étendu à état virtuel
$OTSKE$	Filtre de Kalman à deux niveaux
$OMSKE$	Filtre de Kalman multi-niveaux
$IEKF$	Filtre de Kalman entrelacé
ELO	Observateur de Luenberger étendu
RIF	Filtre à réponse impulsionnelle finie
RII	Filtre à réponse impulsionnelle infinie
z^{-1}	Opérateur retard
p	Variable de Laplace
$E(.)$	Espérance mathématique
\dot{X}	Dérivée temporelle première

Bibliographie

- [ADM201] Note technique sur le coprocesseur ADMC201 d'Analog Devices, revision A.
- [AUG99A] F. Auger, "Introduction à la théorie du signal et de l'information - cours et exercices" *Editions Technip*, 1999.
- [AUG99B] F. Auger, M. Hilairret, "Suivi de raies spectrales avec un faible coût de calcul," *Proc Grets'i 99*, p 13-17, Septembre 1999.
- [ATK91] D. Atkinson, P. Acarnley, J. Finch, "Observers for Induction motor state and parameter estimation," *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol 27, No 6, pp 1119-1127, Nov-Dec 1991.
- [BAU96] G. Baudouin et F. Virolleau. DSP, "les processeurs de traitement du signal, famille 320C5x," *Edition Dunod*, ISBN 2-10-003049-3, Novembre 1996.
- [BEL92] P.R. Bélanger, "Estimation of angular velocity and acceleration from shaft encoder measurements," *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, pp 585-592, 1992.
- [BEL99] J. Belhadj, I. Slama-Belkhohodja, A. Ghazel, M. Pietrzak-David, B. de Fornel, "Analysis and comparaison of observation techniques for direct torque control for an IM", *Proc. Electrimacs'99*, Vol. 2, pp 39-44, Septembre 1999.
- [BEN93] F. Ben Ammar, "Variateur de vitesse de hautes performances pour machine asynchrone de grande puissance," *Thèse de doctorat de l'INPT*, No. 708, 1993.
- [BEN96] M.F. Benkhoris, M. Ait-Ahmed, "Discrete speed estimation from a position encoder for motor drives", *IEE Conf. on power electronics and variable speed drives*, pp 283-287, 1996.
- [BIE77] G.J. Bierman, "Factorization methods for discrete sequential estimation," *Academic Press*, New York, 1977.
- [BIT00] S. Bittanti, M. Savaresi, "On the parametrization and design of an extended Kalman filter frequency tracker," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol 45, No 9, pp 1718-1724, septembre 2000.
- [BLA98] G. Blanchet, M. Charbit, "Traitement numérique du signal, simulation sous Matlab," *Collection pédagogique de télécommunications*, *Editions Hermes*, 1998.
- [BLA72] F. Blaschke, "The principle of field orientation as applied to new transvector closed loop control system for rotating field machines," *Siemens review*, vol 34, pp 217-220, mai 1972.
- [BLA97] R. Blasco-Giménez, "Comments on "sensorless speed measurement using current harmonic spectral estimation in induction machines drives"," *IEEE Transactions on Power Electronics*, Vol 12, No 5, pp 938-940, 1997.
- [BOC91] J. Böcker, J. Janning, "Discrete-time flux observer for PWM inverter fed induction motors," *EPE Conference*, Firenze, 1991.

- [BOD99] F. Bodin, "Commande des machines synchrones à aimants permanents et à forces contre-électromotrices non sinusoïdales," *Thèse doctorat de l'Université de Nantes*, Novembre 1999.
- [BOR90] P. Borne, G. Dauphin-Tanguy, J.P. Richard, F. Rotella et I. Zambettakis, "Commande et optimisation des processus," *Méthodes et Techniques de l'Ingénieur, Editions Technip*, 1990.
- [BOR93A] P. Borne, G. Dauphin-Tanguy, J.P. Richard, F. Rotella, I. Zambettakis, "Analyse et régulation des processus industriels, tome 1 régulation continue", *Méthodes et Techniques de l'Ingénieur, Editions Technip*, 1993.
- [BOR93B] P. Borne, G. Dauphin-Tanguy, J.P. Richard, F. Rotella, I. Zambettakis, "Analyse et régulation des processus industriels, tome 2 régulation numérique", *Méthodes et Techniques de l'Ingénieur, Editions Technip*, 1993.
- [BOU97] M. Boutayeb, H. Rafaralahy, M. Darouach, "Convergence analysis of a extended Kalman filter used as an observer for nonlinear deterministic discrete-time systems," *IEEE Transactions of Automatic Control*, Vol. AC-42, No. 4, pp 581-586, Avril 1997.
- [BOU95A] A. Bouscayrol, "Structure d'alimentations et stratégies de commande pour des systèmes multimachines asynchrones," *Thèse de doctorat de l'INPT*, No. 990, 1995.
- [BOU95B] A. Bouscayrol, M. Delabre, M. Pietrak-David, B. de Fornel, R. Bischoff, "Cartesian flux observer for an induction machine: application to a robot propulsion set," *EPE'95*, Vol. 2, pp 147-152, Septembre 1995.
- [BOU99] M. Boutayeb, D. Aubry, "A strong tracking extended Kalman observer for nonlinear discrete-time systems," *IEEE Transactions of Automatic Control*, Vol. AC-44, No. 8, pp 1550-1556, Août 1999.
- [BRO92] R.H. Brown, S.C. Schneider, M.G. Mulligan, "Analysis of algorithms for velocity estimation from discrete position versus time data," *IEEE Trans on Industrial Electronics*, Vol 39, No 1, pp 11-19, Février 1992.
- [CAN00] C. Canudas de Wit et al "Optimisation, discrétisation et observateurs, commande des moteurs asynchrones 2," *Editions Hermes*, 2000.
- [CAR95] J.P. Caron et J.P. Hautier, "Modélisation et commande de la machine asynchrone," *Edition Technip-Méthodes et Pratiques de l'ingénieur*, 1995
- [CHA98A] R. Chassaing, "Digital signal processing laboratory Experiments using C and the TMS320C31 DSK," *Edition Wiley-Interscience Publication*, 1998.
- [CHA98B] E. Chassande-Mottin, F. Auger, P. Flandrin, "On the statistics of spectrogram reassignment vectors," *Multidimensional systems and signal processing*, Vol 9, No 4, pp 355-362, octobre 1998.
- [CHE96] P. Chevrel, S. Siala, "Robust DC-motor speed control without any mechanical sensor," *Proc. Electrimacs*, Saint-Nazaire, Septembre 1996.
- [COU00] J. Couvert, "Commande de la machine asynchrone sans capteur mécanique," *DEA Automatique et Informatique Appliquée de l'université de Nantes et Ecole Centrale de Nantes*, Septembre 2000.
- [COU98] C. Courel et K. Soulliaert, "Modélisation et commande vectorielle de la machine asynchrone," *Projet de troisième année de l'ESA IGELEC*, février 1998.

- [DAR99B] C. Darengosse , P. Chevrel, “Synthèse et expérimentation d’un observateur de flux LPV,” *Journée Doctorale d’Automatique JDA’99*, Nancy, 21-23 Septembre 1999.
- [DAR00] C. Darengosse , P. Chevrel, R. Le Doeuff, “A linear parameter varying flux observer: design and experimentation,” *IEEE Power Electronics Specialists Conference PESC’00*, Galway Irlande, Juin 2000.
- [DAS00] P.K. Dash *et al*, “An extended complex Kalman filter for frequency measurement of distorted signals,” *IEEE Trans on Instrum. Meas.*, Vol 49, No 4, pp 746-753, aug 2000.
- [DEG00] M.W. Degner, R.D. Lorenz, “Position estimation in induction machines utilizing rotor bar slot harmonics and carrier-frequency signal injection,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol 36, No 3, pp 736-742 , mai 2000.
- [DEL97] E. Delmotte, “Observateur robuste de flux pour la commande vectorielle d’une machine asynchrone,” *Thèse de Doctorat de l’Université des Sciences et Technologies de Lille, LR2EP*, 1997.
- [DEL99] E. Delmotte, B. Vulturescu, A. Bouscayrol, B. Semail, “Comparison between two analytical determinations of reduced-order observers for induction machine rotor flux,” *EPE’99*, Lausanne, Septembre 1999.
- [DEM87] G. Demoment, “Algorithmes rapides pour le filtrage, la prédiction et l’identification des processus stochastiques à temps discret” *notes de cours de l’Ecole Supérieure d’Electricité (Supélec)*, France, 1987.
- [DSK96] TMS320C3x DSP Starter Kit User’s Guide, *Texas Instruments*, 1996.
- [DU93] T. Du, “Joint state and parameter estimation of induction motor drives with application to adaptive Field Oriented Control,” *Thèse de doctorat de l’Université de Birmingham*, 1993.
- [DU94] T. Du, P. Vas, A.F. Stronach, “Application of non-linear estimators in speed-sensorless high-performance induction motor drives,” *Proc ICEM’94*, pp 403-408, Paris, 1994.
- [DU95] T. Du, P. Vas, A.F. Stronach, “Design and application of extended observers for joint state and parameter estimation in high-performance AC drives,” *IEE Proc. Electr. Power Appl.* Vol. 142, No. 2, pp 71-77, Mai 1995.
- [DUC99] G. Duc, S. Font, “Commande H_∞ et μ -analyse, des outils pour la commande,” *Hermes Science Publications*, Paris, 1999.
- [DUC98] A. Ducasse, C. Mailhes, F. Castanié, “Estimation de fréquences: panorama des méthodes paramétriques,” *Traitement du signal*, Vol 15, No 2, pp 149-162, 1998.
- [FOR98] B. De Fornel, “Variation de vitesse des machines électriques à courant alternatif, tome II,” *cours de 3ème Année Electrotechnique, DEA et DESS de l’ENSEEIH*T, 1998.
- [FER98] A. Ferrah *et al*, “A speed identifier for induction motor drives using real-time adaptive digital filtering,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol 34, No 1, pp 156-162, janvier 1998.
- [FLA93] P. Flandrin, “Temps-Fréquence,” *Editions Hermès*, 1993.
- [FRI69] B. Friedland, “Treatment of bias in recursive filtering,” *IEEE Transactions of Automatic Control*, Vol. AC-14, No. 4, pp 359-367, Août 1969.
- [GAY96] A. Gayed, “Contribution à la commande par mode de glissement d’une machine synchrone à aimants permanents,” *Thèse doctorat de l’Université de Nantes*, Mai 1996.

- [GLI99A] L. Glielmo, R. Setola, F. Vasca, "An interlaced extended Kalman filter," *IEEE Transactions on automatic control*, Vol. 44, No. 8, pp 1546-1549, Août 1999.
- [GLI99B] L. Glielmo, R. Setola, F. Vasca, "Interlaced extended Kalman filter as deterministic nonlinear observer," *European Control Conference (ECC'99)*, Karlsruhe Allemagne, Août-Septembre 1999.
- [GOL96] G.H. Golub, C.F. van Loan, "Matrix computations", Johns Hopkins University Press, 1996.
- [GRE96] G. Grellet, G. Clerc, "Actionneurs Electriques, Principes-Modèles-Commande," *Editions Eyrolles*, Paris, 1996.
- [GRE93] M.S. Grewal, A.P. Andrews, "Kalman filtering, theory and practice," *Prentice Hall*, Englewood Cliffs, New Jersey, 1993.
- [HAM73] R.W. Hamming, "Numerical Methods for scientists and engineers", McGraw-Hill, 1973.
- [HIL98] M. Hilairet, "Procédure automatique de pré-réglage des gains des observateurs de flux," *Rapport de DEA Génie Electrique de l'INPT-Toulouse*, 1998.
- [HIL99] M. Hilairet, F. Auger, M. Ait-Ahmed, M.F. Benkhoris, "Speed and position estimation from an absolute position encoder," *Proc. Electrimacs 99*, pp 217-222, Lisboa Portugal, 1999.
- [HIL00A] M. Hilairet, F. Auger, C. Darengosse, "Two efficient Kalman filters for flux and velocity estimation of induction motors," *Proc IEEE PESC'00*, Vol 2, pp 891-896, juin 2000.
- [HIL00B] M. Hilairet, C. Darengosse, F. Auger, P. Chevrel, "Synthesis and analysis of robust flux observers for induction machines," *Proc IFAC ROCOND*, Prague, Juin 2000.
- [HIL01A] M. Hilairet, F. Auger, "Frequency estimation for sensorless control of induction motors," *Proceedings ICASSP 2001*, 2001.
- [HIL01B] M. Hilairet, F. Auger, "Sensorless speed measurement," internal report, <http://crttsn.univ-nantes.fr/~auger/publis/icassp2001>.
- [HSI99] C.S. Hsieh, F.C. Chen, "Optimal solution of the two-stage Kalman estimator," *IEEE Transactions on automatic control*, Vol. 44, No. 1, pp 194-199, Janvier 1999.
- [HSI00] F.C. Chen, C.S. Hsieh, "Optimal multistage Kalman estimators," *IEEE Transactions on automatic control*, Vol. 45, No. 11, pp 2182-2188, Novembre 2000.
- [HUR96] K.D. Hurst, T.G. Habetler, "Sensorless speed measurement using current harmonic spectral estimation in induction machine drives," *IEEE Transactions on Power Electronics*, Vol 11, No 1, pp 66-73, jan 1996.
- [HUR97] K.D. Hurst *et al*, "A self tuning closed-loop flux observer for sensorless control of induction machines," *IEEE Transactions on Power Electronics*, Vol 12, No 5, pp 807-815, sept 1997.
- [IGN00] M Ignagni, "Optimal and suboptimal separate-bias Kalman estimators for stochastic bias," *IEEE Transactions on automatic control*, Vol. 45, No. 3, pp 547-551, Mars 2000.
- [ILA94] C. Ilas, A. Bettini, L. Ferraris, G. Griva, F. Profumo, "Comparison of different schemes without shaft sensors for field oriented control drives," *Proc. IECON'94*, pp 1579-1588.
- [ILA97] C. Ilas, R. Magureanu, J.F. Easthan, "Sensorless Control of induction motor drives using DSPs-Algorithm design considerations," *PCIM'97, Europe Official of the thirty-first international Conference*, Nürenberg, Germany, 10-12 June 1997.

[IRC] <http://www.irccyn.ec-nantes.fr/Banc-Essai>

[JAC95] B. Jacquot, "Conception, étude et réalisation des algorithmes de commande des systèmes de traction asynchrone pour les TGV de nouvelle génération," *Thèse de doctorat de l'INPT*, No. 1115, 1995.

[JAM99] K. Jamsas, L. Klander, "la bible du programmeur en C/C++," *Editions Eyrolles*, 1999.

[JAN95] P.L. Jansen, R.D. Lorenz, "Transducerless position and velocity estimation in induction AC machines," *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol 31, No 2, pp 240-247, mars 1995.

[JAN99] P.L. Jansen, M.J. Corley, R.D. Lorenz, "Flux, position, and velocity estimation in AC machines at zero and low speed via tracking of high frequency saliencies," *Journal EPE*, Vol 9, No 1-2, pp 45-50, Novembre 1999.

[KAK98] B. Kaku, I. Miyashita, S. Yasukawa, "Novel speed estimation method for induction motor based on extra rotor synchronous current control," *IEEE Power Electronics Specialists conference*, pp 852-856, 1998.

[KAL60] R. Kalman, "A new approach to linear filtering and prediction problems," *ASME Journal of Basic Engineering*, serie D, Vol. 82, pp 34-45, 1960.

[KEL97] J.Y Keller, "Generalized two-stage Kalman estimator," *Proc of the 36th IEEE CDC*, San Diego, pp 1469-1470, 1997.

[KEL99] J.Y Keller, M. Darouach, "Two-stage Kalman estimator with unknown exogenous inputs," *Automatica*, Vol. 35, pp 339-342, 1999.

[KIM94] Y.R. Kim, S.K. Sul, M.H.P. Park, "Speed sensorless vector control of induction motor using extended Kalman filter," *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol 30, No 5, pp 1225-1233, Septembre/Octobre 1994.

[KOO97] P.J. Kootsookos, "A review of the frequency estimation and tracking problems," *CRC for robust and adaptive systems DSTO*, Février 1997.

[KUB93] H. Kubota, K. Matsuse, T. Nakano, "DSP-based speed adaptive flux observer of induction motor," *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol 29, No 2, pp 152-156, Mars/Avril 1993.

[KUB94] H. Kubota, K. Matsuse, "Speed sensorless field-oriented control of induction motor with rotor resistance adaptation," *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol 30, No 5, pp 1219-1224, Septembre/Octobre 1994.

[KUN91] M. Kunt *et al*, "Techniques modernes de traitement numérique des signaux," Volume 1, *Presses Polytechniques et Universitaires Romandes et CNET-ENST*, 1991.

[KWE98] T.J. Kweon, D.S. Hyun, "High performance speed control of electric machine using Kalman filter and self tuning regulator," *Proc. IEEE PESC'98*, pp 280-286, 1998.

[LAL93] G. Laliberte, L. Loron, T. Ourth, "Contrôle vectoriel des moteurs asynchrones. Application des techniques d'observation d'état à l'estimation des paramètres électriques ou des grandeurs internes (flux et vitesse) de la machine asynchrone," *GDR Conception de dispositifs et systèmes électrotechniques*, ENSEEIHT Toulouse, 8 juin 1993.

[LAR96] P. de Larminat, "Automatique, commande des systèmes linéaires," *Deuxième édition revue et augmenté*, *Editions Hermès*, 1996.

- [LAR00] E. Laroche, E. Sedda, C. Durieu, J.P. Louis, "Erreurs de modélisation d'une machine asynchrone," *Revue Internationale de Génie Electrique*, Vol. 3, No 1, pp 7-37, 2000.
- [LAS96] B.F. La Scala, R.R. Bitmead, "Design of an extended Kalman filter frequency tracker," *IEEE Transactions Signal Processing*, Vol 44, No 3, pp 739-742, march 1996.
- [LEO96] W. Leonard, "Control of electrical drives," *Springer*, 1996.
- [LES81] J. Lesenne, F. Notelet, G. Segulier, "Introduction à l'électrotechnique approfondie," *Editions Tec&Doc*, 1981
- [LEV96] W.S. Levine (editor), "The control handbook," *IEEE Press*, 1996.
- [LIN97] F.J. Lin, H.M. Su, "A high-performance induction motor drive with on-line rotor time-constant estimation," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Vol. 12, No. 4, pp 297-303, Décembre 1997.
- [LIN99] Y.N. Lin, C.L. Chen, "Adaptive pseudoreduced-order flux observer for speed sensorless field-oriented control of IM," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 46, No. 5, pp 1042-1045, Octobre 1999.
- [LIU00] Z.Z. Liu, F.L. Luo, M.H. Rashid, "Nonlinear MIMO speed sensorless controller for DC motor field weakening," *Electric machines and power systems*, Vol 28, pp 69-77, 2000.
- [LJU79] L. Ljung, "Asymptotic behavior of the extended Kalman filter as a parameter estimator for linear systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 24, No. 1, pp 36-50, Février 1979.
- [LOR91] R.D. Lorentz, "High resolution velocity estimation for all-digital, ac servo," *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol 27, pp 701-705, Aout. 1991.
- [LOR96] L. Loron, E. Le Carpentier, "Experimental noise characterization for induction motor identification," *Proc ELECTRIMACS'96*, Saint-Nazaire, pp 787-792, Septembre 1996.
- [LOR98] L. Loron, "Identification et commande des machines électriques," *Rapport d'habilitation à la direction des recherches, Université Technologique de Compiègne*, France, 1998.
- [LOR00] L. Loron, "Identification paramétrique de la machine asynchrone par filtre de Kalman étendu," *Revue Internationale de Génie Electrique*, Vol. 3, No. 2, pp 163-205, 2000.
- [LOU98A] J.P. Louis, B. Multon, M. Lavabre, "Commande des machines à courant continu à vitesse variable," *Traité de Génie Electrique D 3610-D 3612, Techniques de l'Ingénieur*, 1998.
- [LOU98B] J.P. Louis, C. Bergmann, "Commande numérique: convertisseur-moteur à courant continu," *Traité de Génie Electrique D 3641, Techniques de l'Ingénieur*, 1998.
- [LUE71] D. G. Luenberger, "An introduction to observers," *IEEE Transactions on automatic control*, Vol. 16, No. 6, pp 596-602, Décembre 1971.
- [MAES99] J. Maes et J. Melkerbeek, "Adaptive flux observer for sensorless induction motor drives with enhanced dynamic performance," *EPE'99*, Lausanne, Septembre 1999.
- [MAES00] J. Maes et J. Melkerbeek, "Speed-sensorless direct torque control of induction motors using an adaptive flux observer," *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 36, No. 3, pp 778-785, Mai-Juin 2000.
- [MAG91] L.P. Maguire, G.W. Irwin, "Transputer implementation of Kalman filters," *IEE Proceedings D*, Vol. 138, No. 4, pp 355-362, Juillet 1991.

- [MAR00] R. Marino, S. Peresada, P. Tomei, "On-line stator and rotor resistance estimation for induction motors," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 8, No. 3, pp 570-579, Mai 2000.
- [MAR98] C.Marselli, D.Daudet, H.P.Amann et F.Pellandini, "Application of Kalman filtering to noise reduction on microsensor signals," *Coloque Interdisciplinaire en Instrumentation C2I'98*, Ecole Nationale supérieure de Cachan, France, pp 443-450, 1998.
- [OCC97] TMS320C3x/c4x Optimising C Compiler User's Guide, *Texas Instruments*, 1997.
- [OUR95] T. Ourth, "Commande vectorielle d'un moteur asynchrone sans capteur de vitesse, Observateur déterministe de flux rotorique," *Thèse de Doctorat de l'INPT*, No. 1079, 1995.
- [OVA98] S.J. Ovaska, S.V. Väilviita, "Angular acceleration measurement : a review," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, Vol 47, No 5, pp 1211-1217, octobre 1998.
- [PAR90] P.J. Parker, B.D.O. Anderson, "Frequency tracking of nonsinusoidal periodic signals in noise," *Signal Processing*, Vol 20, No 2, pp 127-152, june 1990.
- [PEN94] F.Z. Peng, T. Fukao, "Robust speed identification for speed-sensorless vector control of induction motors," *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 30, No. 5, pp 1234-1240, Septembre-Octobre 1994.
- [PUR96] M. A. Purwoadi, "Réglage non-linéaire du variateur de vitesse asynchrone sans capteur mécanique, contribution à la commande par linéarisation exacte entrées-sortie et à l'observation du flux rotorique," *Thèse de Doctorat de l'INPT*, N1165, 1996.
- [RAI00] B. Raison, N. Jerance, G. Rostaing et J.P. Rognon, "Outils de diagnostic de la machine asynchrone en traction," *Revue Internationale de Génie Electrique*, Vol 3, No 2, 2000.
- [REE94] J. Reekie, "Realtime DSP: the TMS320C30 course," revision 3, (<http://www.ti.com>), Février 1994.
- [REG88] P.A. Regalia, S.K. Mitra, P.P. Vaidyanathan, "The digital all-pass filter : A versatile signal processing building block", *Proc IEEE*, Vol 76, No 1, pp 19-37, 1988.
- [REI99] K. Reif, R. Unbehauen, "The extended Kalman filter as an exponential observer for nonlinear systems," *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. AC-47, No. 8, pp 2324-2328, Août 1999.
- [ROB92A] X. Roboam, J.M. Semenzato., "Estimation du flux rotorique d'une machine asynchrone par filtrage de Kalman, apport des techniques stochastiques sur les méthodes déterministes, " *Firelec, Première conférence des jeunes chercheurs en Genie Electrique*, ENSEEIHT Toulouse, 7 et 8 Avril 1992.
- [ROB92B] X. Roboam, B. De Fornel, J.M. Semenzato, "A comparative analysis of stochastic and deterministic techniques applied to an induction motor drive," *Proc ICEM*, 1992.
- [ROB95] B. Robyns, X. Roboam, "Methodology to determine the flux control sensitivity to parameter uncertainties of induction motor FOC strategies using flux onservers," *EPE'95 conference*, Seville, 19-21 Septembre 1995.
- [ROB00] B. Robyns, "Synthèse de commandes robustes pour machine asynchrone basée sur une théorie caractérisant la sensibilité paramétrique," *Rapport de synthèse pour l'habilitation à diriger les recherches de l'Université des sciences et technologies de Lille*, 31 Mars 2000.

- [SKG91] A.M. Schneider, J.T. Kaneshige, F.D. Groutage, "higher order s -to- z mapping functions and their application in digitizing continuous-time filters," *Proceedings of the IEEE*, Vol 79, No 11, pp 1661-1674, novembre 1991.
- [SED99] E. Sedda, "Estimation en ligne de l'état et des paramètres d'une machine asynchrone par filtrage à erreur bornée et par filtrage de Kalman," *Thèse de doctorat de l'Université Paris 6*, 1999.
- [SEG94] G. Segulier, F. Notelet, "Electrotechnique Industrielle," *Editions Tec&Doc*, 1994.
- [SEN98] P. Canetto, "Moteurs électriques asynchrones," *Vibrations actualités No 19*, CAMPAGNA & I.N.D., 1998.
- [SER00] F. Serot, "Estimation de la vitesse d'un moteur à partir de la position angulaire," DEA Automatique et Informatique Appliquée de l'Université de Nantes et de l'Ecole Centrale de Nantes, 2000.
- [SIA92] S. Siala, "Motorisation asynchrone d'un robot mobile, observation et régulation, contrôle d'alimentation pour le suivi de trajectoire," *Thèse de doctorat de l'INPT*, No. 533, 1992.
- [SIC97] L. Sicot, "Contribution à l'introduction de limitations dans les lois de commande de la machine synchrone à aimants permanents, approche théorique et réalisations expérimentales, commande sans capteur mécanique," *Thèse de doctorat de l'Université de Nantes*, 1997.
- [SMI99] S.W. Smith, "The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing", *California Technical Publishing*, San Diego, California, 1999.
- [TAJ93] H. Tajima, Y. Hori, "Speed sensorless field-orientation control of the induction machine," *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 12, No. 4, pp 175-180, Janvier-Février 1993.
- [TAN75] A. Tanaka, "Parallel computation in linear discrete filtering," *IEEE Transactions on automatic control*, Technical notes and correspondence, vol. AC-20, p 573-575, 1975.
- [THO97] J.P. Thomas, T. Boukhobza, M. Djemai, "Observateur non linéaire de type modes glissants: application à la machine asynchrone," *Ecole d'Eté d'Automatique de Grenoble, Commande des machines à courant alternatif*, 8-12 septembre 1997.
- [VAS98] P. Vas, "Sensorless vector and direct torque control," *Oxford University Press*, 1998.
- [VER88] G.C. Verghese, S.R. Sanders, "Observers for flux estimation in induction machine," *IEEE Trans. Ind. Electronics*, Vol 35, No. 1, 1988.
- [WES94] E.G.V. Westerholt, "Commande non linéaire d'une machine asynchrone, Filtrage étendu du vecteur d'état, contrôle sans capteur mécanique," *Thèse de Docteur-Ingénieur de l'INP de Toulouse*, 1994.
- [WIL90] B. Williams, J. Goodfellow, T.C. Green, "Sensorless speed measurement of inverter driven squirrel cage induction motors," *Proc. IEE 4th Int. Conference on Power Electronics and Variable Speed Drives*, 1990, pp 297-300.
- [ZAI92] L.C. Zai, C.L. DeMarco, T.A. Lipo, "An extended Kalman filter approach to rotor time constant measurement in PWM induction motor drives," *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 28, No. 1, pp 96-104, Janvier-Février 1992.
- [ZEI00] I. Zein, L. Loron, "A second-order model for the real-time identification of induction motor," *Electrimacs'99*, Vol. 3, pp 99-104, Lisbonne, Septembre 1999.

[ZEI00] I. Zein, “Application du filtre de Kalman et de l’observateur de Luenberger à la commande et à surveillance de la machine asynchrone,” *Thèse de doctorat de l’Université de Technologie de Compiègne (UTC)*, Septembre 2000.